Ljubljana 2013

MATEMATIKA

Általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógus ◄

► Splošna matura

A tantárgyi vizsgakatalógus a 2015. évi tavaszi vizsgaidőszaktól érvényes az új megjelenéséig. A katalógus érvényességéről mindig a folyó évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik abban az adott évben, amikor a jelölt érettségi vizsgát tesz.

ric
Državni izpitni center

ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUS – MATEMATIKA
A Matematika Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottsága

Prevod izvirnika: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO – MATEMATIKA

A katalógust elkészítették:
Dragomir Benko
mag. Jaka Erker
Darka Hvastija
Mateja Jan
Ana Miler
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
ddr. Janez Žerovnik

Bírálták:
dr. Iztok Banič
Milan Jevnikar

Magyar nyelvre fordította:
Silvija Vučak Virant
Tadina Bence Virág

A magyar fordítás lektora:
dr. Annamária Merényi

A vizsgakatalógus a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa a 2013. május 23-i, 157. ülésén fogadta el, és a 2015. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.
A katalógus érvényességéről az adott évben az az évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

© Državni izpitni center, 2013
Vse pravice pridržane.

Kiadta::
Državni izpitni center

Képviselő:
dr. Darko Zupanc

Szerkesztő:
mag. Aleš Drolc
dr. Andrejka Slavec Gornik
Jožі Trkov

Tördelés:
Dinka Petje

Ljubljana 2013

ISSN: 2232–4666

TARTALOMJEGYZÉK

1 BEVEZETŐ 5
2 A VIZSGA CÉLJAI 6
3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE 7
3.1 A vizsga szerkezete 7
3.2 Feladattípusok és értékelés 8
3.3 A vizsga és az egyes részek értékelésének a kritériumai 9
4 A VIZSGA TARTALMA ÉS CÉLJA 10
4.1 A logika alapjai 10
4.2 Halmazok 10
4.3 Számhalmazok 11
4.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek 13
4.5 Hatványok és gyökök 14
4.6 A sík- és a térgeometria 15
4.7 Geometriai síkidomok és testek 15
4.8 Sík- és térbeli vektorok 16
4.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban 17
4.10 Függvények 17
4.11 Kúpszeletek 22
4.12 Sorozatok és sorok 23
4.13 Differenciálszámítás 24
4.14 Integrálszámítás 25
4.15 Kombinatorika 25
4.16 Valószínűség-számítás 26
4.17 Statisztika 26
5 AZ ÍRÁSBELI VIZSGA PÉLDAFELADATAI 28
5.1 Feladat rövid válaszokkal 28
5.2 Strukturált feladat 29
6 SZÓBELI VIZSGA 31
6.1 A logika alapjai 32
6.2 Halmazok 32
6.3 Számhalmazok 32
6.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek 34
6.5 Hatványok és gyökök 34
6.6 A sík- és a térgeometria 34
6.7 Geometriai síkidomok és testek 36
6.8 A sík- és a térbeli vektorok 36

6.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban 37
6.10 Függvények 37
6.11 Kúpszeletek 41
6.12 Sorozatok és sorok 42
6.13 Differenciálszámítás 42
6.14 Integrálszámítás 42
6.15 Kombinatorika 43
6.16 Valószínűség-számítás 43
6.17 Statisztika 43
7 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEK 44
8 IRODALOMJEGYZÉK 45
9 MELLÉKLET 46
9.1 Matematikai jelek 46
9.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek 50

1 BEVEZETŐ

A matematika általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógus (a továbbiakban katalógus) Az érettségi vizsgáról szóló törvény és a megfelelő jogszabályok valamint Az általános vizsga a vizsgák és tantárgyi vizsgakatalógusok szerkezetéről szóló tanácsi határozatok értelmében leírja a tantárgyból teendő vizsgát, amelyek az érvényes *Érettségi vizsgakatalógusban* kerültek rögzítésre.
A matematika az érettségi vizsga közös részének a tantárgya, és kötelező mindegyik jelölt[1] számára. A vizsga tartalma és a célja a gimnáziumi[2] matematika tanmeneten alapul. Matematikából az érettségi vizsga alapszinten (ASZ) ill. emelt szinten (ESZ) végezhető el. Alapszinten az elemi szintű ismeretek ellenőrizhetők, emelt szinten pedig az elemi és magasabb szintű ismeretek. A ⇨ jel azokat a tartalmakat és célokat jelöli, melyek csak ESZ-ten ellenőrizhetők.

A katalógus:

1. tartalmazza a vizsga céljait;
2. leírja az írásbeli és a szóbeli vizsga szerkezetét, értékelését mindkét szinten;
3. feltünteti az engedélyezett segédeszközöket, továbbá a kötelező eszközöket;
4. tartalmazza a gimnáziumi matematika tanmenet céljait és tartalmait;
5. tartalmazza a szóbeli vizsga mintakérdéseit;
6. tartalmazza a jelöléseket és a matematikai terminológiát.

[1] A tantárgyi vizsgakatalógusban férfi főneveket alkalmaztunk, melyek értelemszerűen kapcsolódnak az általános, közös megnevezésekhez (pl. a jelölt, a vizsgáztató). Úgy a női mint a férfi nemre vonatkoznak.

[2] A gimnáziumi matematika tanmenete [Elektronikus forrás]: általános, klasszikus és szakgimnázium: kötelező tantárgy és érettségi (560 órás képzés) / tantárgyi bizottság Amalija Žakelj [et al.]. - Ljubljana: Szlovén Oktatási, Tudományos és Sportminisztérium: Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete, 2008.

2 A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogy a jelölt képes-e:

- matematikai szövegeket olvasni, és az ilyen szöveget értelmezni;
- pontosan bemutatni a matematikai tartalmakat írásban, táblázatok, grafikonok vagy diagramok formájában;
- számítási feladatokat végezni, meghatározott pontossággal felírni az eredményt, és képes annak érvényességét megítélni;
- a számításnál alkalmazni a megfelelő módszert;
- az információs-kommunikációs technológiát (IKT) alkalmazni a matematikai problémák megoldásakor;
- az alapvető eszközöket alkalmazni a szerkesztésnél;
- értelmezni, átalakítani és helyesen alkalmazni a szavakkal vagy szimbólumokkal bemutatott matematikai kijelentéseket;
- felismerni és alkalmazni a kölcsönös viszonyokat a sík- és a térgeometriai elemek között;
- logikusan következtetni az adott matematikai adatokból;
- felismerni a sémákat és a struktúrákat különböző helyzetekben;
- elemezni a problémát, és kiválasztani a megoldás meghatározásának megfelelő eszközét;
- meglátni és felhasználni a különböző matematikai területek kölcsönösségét;
- alkalmazni a különböző matematikai technikák kombinációját a problémák megoldásában;
- logikusan és érthetően bemutatni a matematikai dolgozatot megfelelő szimbolika és terminológia alkalmazásával;
- a matematikát alkalmazni a mindennapi életben;
- a matematikát kommunikációs eszközként alkalmazni, hangsúlyozva a pontos kifejezés fontosságát.

3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga szerkezete

ALAPSZÍNT

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	120 perc	80%	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép[3] és geometriai eszközök (körző és két háromszög, vonalzó is lehet)	A képletmelléklet a feladatlap része.
Összesen	**120 perc**	**80%**			

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 rövid kérdés	20 percig	20%	belső	geometriai eszközök
Összesen	**20 percig**	**20%**		

EMELT SZÍNT

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	90 perc	53,33%	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép[3] és geometriai eszközök (körző és két háromszög, vonalzó is lehet)	A képletmelléklet a feladatlap része.
2	90 perc	26,67%			
Összesen	**180 perc**	**80%**			

Az 1. feladatlap befejezése után, tehát a 2. feladatlap kezdete előtt, 30 percnyi szünet van.

[3] A zsebszámológép olyan elektronikus számológép, amelye lehetővé teszi az alapműveletek elvégzését és nem támogatja a következőket:
– kommunikációt a környezettel illetve a »külvilággal«,
– adatok elmentését a környezetből illetve külvilágból,
– szimbólumos számításokat,
– új függvények beprogramozását,
– függvény grafikonok rajzolását.

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 rövid kérdés (1 vagy 2 ⇨ jellel jelölt kérdés)	20 percig	20%	belső	geometriai eszközök
Összesen	**20 percig**	**20%**		

3.2 Feladattípusok és értékelés

ALAPSZÍNT

► Írásbeli vizsga

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	Rövid feladatok	12	mindegyik feladat 5-től 8 pontos
Összesen		**12**	**80 pont**

► Szóbeli vizsga

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
A kérdéshez a szabályok szerint feladat is társul.	3	mindegyik kérdés 4 pontos
Összesen	**3**	**12 pont**

EMELT SZÍNT

► Írásbeli vizsga

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	Rövid feladatok	12	mindegyik feladat 5-től 8 pontos **összesen 80 pont**
2	Nehezebb feladatok	4 Az első két feladat kötelező, az utolsó kettőből a jelölt 1 feladatot választ ki és ezt oldja meg.	mindegyik feladat 10-től 20 pontos **összesen 40 pont**

► Szóbeli vizsga

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
A kérdéshez a szabályok szerint feladat is társul.	3	mindegyik feladat 4 pontos
Összesen	**3**	**12 pont**

3.3 A vizsga és az egyes részek értékelésének a kritériumai

3.3.1 A taxonómiai szintek részei

A taxonómiai szintek	1. Feladatlap (ASZ és ESZ)	2. Feladatlap (ESZ)	Szóbeli vizsga (ASZ)	Szóbeli vizsga (ESZ)
I. Ismeretanyag	legalább 30%	legalább 10%	legalább 30%	legalább 10%
II. Megértés és alkalmazás	30–50%	40–60%	30–50%	40–60%
III. Önálló interpretálás, értékelés, az új problémák önálló megoldása	maximum 30%	maximum 40%	maximum 30%	maximum 40%
Összesen	**100%**	**100%**	**100%**	**100%**

3.3.2 Az egyes vizsgarészek értékelésének kritériumai

► Írásbeli vizsga

A feladatok az értékelési utasítások alapján kerülnek értékelésre. Az egyes lépéseket külön pontozzuk, ezek különböző taxonómiai szintűek lehetnek. A feladat megoldásában világosan és helyesen szükséges bemutatni a megoldásig vezető utat a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt. A szerkesztési feladatok megoldásakor a jelölteknek a geometriai eszközöket kell használniuk.

► Szóbeli vizsga

Az egyes kérdésekhez tartozó válaszokra a jelölt legalább 0 és legfeljebb 4 pontot kap.

Mind a 4 pontot az a jelölt kapja meg, aki teljesen önállóan és helyesen válaszolt a kérdésre (és megoldja a feladatot, ha adott). Csak a helyesen megoldott feladatra a jelölt legfeljebb 2 pontot kaphat.

3.3.3 Összesített osztályzat

A vizsga összesített osztályzata az egyes vizsgarészek (írásbeli rész és szóbeli rész) százalékpontjának összege alapján kerül meghatározásra. Az Általános Érettségi Országos Bizottság az Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottság javaslatára meghatározza a százalékpontok osztályzatokra (1–5) való átváltásának kritériumait, emelt szinten pedig a százalékpontok szerinti pontozás (1–8) átváltásának kritériumait is. Ezek a kritériumok a tavaszi és az őszi vizsgaidőszakra egyaránt érvényesek.

4 A VIZSGA TARTALMA ÉS CÉLJA

Az általános érettségi alapszinten az elemi szintű tudásanyagot és célokat az érvényes tanmenet alapján határozza meg. Emelt szinten az elemi és magasabb szintű tudásanyag kerül ellenőrzésre. Az érettséginél a választható tartalmak nem kerülnek ellenőrzésre.

A ⇨ jel jelöli azokat a célokat és tartalmakat, melyek csak az emelt szinten kerülnek ellenőrzésre.

4.1 A logika alapjai

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Kijelentések és kapcsolatok közöttük	– felírja a kijelentést,
Összetett kijelentések	– meghatározza a kijelentés logikai értékét,
A műveletek sorrendje	– szimbólumokkal felírja az összetett kijelentést,
Tautológia	– kiszámítja az összetett kijelentés logikai értékét az elemi kijelentések összes értékeinél,
Egyenértékű (ekvivalens) kijelentések	– megállapítja két kijelentés egyenértékűségét.

4.2 Halmazok

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Alapfogalmak: elem, halmaz, az elem halmazba tartozása, részhalmaz, üreshalmaz, alaphalmaz	– ismeri az alapfogalmakat, szimbólumokkal jelöli az elemek és a halmazok közti viszonyokat,
Szimbólumokkal való felírás	– különböző módokat alkalmaz a halmazok szemléltetésére,
Venn-diagram	– számol a halmazokkal,
Metszet, unió, különbség, a komplementer halmaz	– megkeresi a véghalmaz hatványhalmazát,
⇨ A halmazműveletek jellegzetességei	– megrajzolja két halmaz Descartes-féle szorzatának grafikonját,
Hatványhalmaz	– alkalmazza két vagy három halmaz uniójának a számosságára vonatkozó képletét, valamint a véges halmazok Descartes-féle szorzatának képletét.
Descartes -féle szorzat	
A halmaz számossága	
⇨ A hatványhalmaz számossága	

4.3 Számhalmazok

4.3.1 Természetes számok és egész számok

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A számtani műveletek és tulajdonságaik Prímszámok és összetett számok ⇨ Matematikai indukció Decimális helyiértékes írásmód A 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel és 10-zel való oszthatóság kritériumai Az oszthatósági reláció A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös A maradékos osztás alaptétele ⇨ Euklideszi algoritmus valamint a D és a v közti kapcsolat A tízes számrendszer ⇨ A kettes számrendszer	– ismeri a természetes számok jelentését és az egész számok bevezetésének az okát, valamint az alkalmazásuk példáját, – alkalmazza a számtani műveleteket a természetes és az egész számok halmazán, valamint példák alapján indokolja a műveletek tulajdonságát, – szemlélteti a természetes és az egész számokat a számegyenesen, – ⇨ induktív módon következtet, általánosít, az általánosítást bebizonyítja ill. cáfolja és matematikai indukció segítségével bizonyít, – az egész számokra alkalmazza a decimális helyiértékes írásmód, – indokolja és alkalmazza az alapvető oszthatósági szabályokat, – ismeri és alkalmazza az oszthatósági reláció jellegzetességeit, – meghatározza két vagy több egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét, – alkalmazza az egész számok maradékos osztásának alaptételét, – ⇨ alkalmazza az Euklideszi algoritmust a legnagyobb közös osztó keresésére, – ⇨ nehezebb feladatokban alkalmazza a $Dv = ab$, kapcsolatot, – ⇨ alkalmazza a tízes számrendszer és a kettes számrendszer közti átalakítást;

4.3.2 Racionális számok

A számtani műveletek és ezek tulajdonságai A racionális számok tizedes törttel való felírása Részek és százalékok Százalékszámítás	– ismeri és indokolja a racionális számok bevezetésének az okát, – szemlélteti a racionális számokat a számegyenesen, – számol racionális számokkal, – indokolja és alkalmazza a racionális számok tizedes törttel való felírását, és megkülönbözteti a tizedes törteket és az egyéb törteket, – számol tizedes törtekkel, – alkalmazza a részeket és a százalékokat, valamint a százalékszámítást a mindennapi feladatokban és ügyesen használja a zsebszámológépet;

4.3.3 Valós számok

Tartalmak	Célok
Irracionális számok Valós számok a számegyenesen (a valós tengelyen) Intervallumok Véges decimális közelítő értékek A valós szám abszolút értéke és jellegzetességei Egyenletek abszolút értékkel ⇨ Egyenlőtlenségek abszolút értékkel Az abszolút és a relatív hiba	– ismeri és indokolja a valós számok bevezetésének az okát, – felsorolja néhány irracionális szám példáját, – Pitagorasz-tétel segítségével megszerkeszt néhány négyzetgyököt irracionális szám példájaként, – a számegyenest valós tengelyként értelmezi, – kerekíti a tizedes törteket, – összekapcsolja a valós számok abszolút értékének mértani és analitikus bemutatását, – egyszerűsíti az abszolút értékes kifejezéseket és megold egyszerű egyenleteket, – ⇨ megold a valós számok abszolút értékeit tartalmazó egyszerű egyenlőtlenségeket, – összehasonlítja az abszolút és a relatív hiba jelentését és megítéli két adat összegének, különbségének, szorzatának és a hányadosának abszolút és relatív hibáját;

4.3.4 Komplex számok

A komplex számok mértani ábrázolása a komplex síkban Számtani műveletek és ezek jellegzetességei Valós együtthatókkal való egyenletek megoldása	– ismeri és indokolja a komplex számok bevezetésének okát, – szemlélteti a komplex számot a komplex síkban, – analitikus és grafikus módon összeadja és kivonja a komplex számokat, – szorozza a komplex számokat, – levezeti az i szám hatványainak számítási szabályát, – meghatározza a konjugált szám analitikus és mértani jelentése közti kapcsolatot, – meghatározza a komplex szám abszolút értékének analitikus és mértani jelentése közti kapcsolatát, – levezeti és alkalmazza a komplex számok osztásának a szabályát, – kiszámítja a komplex szám inverz értékét, – megkeresi az egyenletek komplex megoldásait is.

4.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Számtani műveletek kifejezésekkel Kifejezések hatványozása Kifejezések tényezőkre bontása Törtekkel való számítás Egyenletek és egyenlőtlenségek Lineáris egyenletek Gyöktényezős alakú egyenletek ⇨ Paraméteres lineáris egyenlet Lineáris egyenlőtlenség ⇨ Paraméteres lineáris egyenlőtlenség	– összehasonlítja és megkülönbözteti a kifejezés és egyenlet alakját és jelentését, valamint a változó és az ismeretlen alakját és jelentését, – az algebrai kifejezéseket összeadja és kivonja, – alkalmazza és megindokolja a kéttagú algebrai kifejezés négyzetének és köbének szabályait, – a Pascal-féle háromszög segítségével meghatározza a kéttagú algebrai kifejezések magasabb rendű hatványait és ezeket alkalmazza is, – felismeri és alkalmazza az adott kifejezés megfelelő tényezőkre való bontási módját: kiemelés, a négyzetek különbsége, a köbök összege és különbsége, *Viète*-képlet, négytagú algebrai kifejezés tényezőkre bontása, – ⇨ tényezőkre való bontás: $a^n \pm b^n$, – algebrai törtekkel számol (mind a négy számtani művelet és a zárójeles kifejezések), – alkalmazza az ekvivalens átalakítások szabályait az egyenletek esetében, és ezeket az egyenleteket ügyesen megoldja, – felismeri és megoldja a lineáris egyenletet, – felismeri és megoldja a gyöktényezős alakú egyenleteket, – ügyesen kifejezi az ismeretleneket a különböző fizikai és kémiai egyenletekből, – ⇨ elemzi a paraméteres lineáris egyenleteket, – alkalmazza az ekvivalens átalakítások szabályait az egyenlőtlenségek esetében és az egyenlőtlenség megoldási lépéseit indokolja, – felismeri és megoldja a lineáris egyenlőtlenséget, – ⇨ elemzi az egyszerű paraméteres lineáris egyenlőtlenségeket.

4.5 Hatványok és gyökök

Tartalom	Célok
	A jelölt
Természetes kitevőjű hatványok Egész kitevőjű hatványok n-dik gyök Racionális kitevőjű hatványok ⇨ Irracionális egyenletek	– indokolja és alkalmazza a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait, – indokolja és alkalmazza az egész kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait és ezeket összehasonlítja a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályaival, – megmagyarázza az a^{-1} és az a^{-n} felírások jelentését, – alkalmazza a négyzetgyök gyökvonási szabályait, – összehasonlítja és indokolja az $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$ egyszerű másodfokú egyenletetek megoldását tényezőkre bontással vagy gyökvonással, – összehasonlítja és indokolja az $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ egyszerű egyenletek megoldását a valós számok halmazán gyökvonás segítségével és tényezőkre bontással, – megmagyarázza és alkalmazza a $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$ kapcsolatot, – pontosan kiszámítja a valós számok köbgyökeit (fejből) és zsebszámológép segítségével, – megkülönbözteti a valós szám n-dik gyökének létezésére vonatkozó feltételeket (a kitevő és az alap szempontjából), – ügyesen alkalmazza a zsebszámológépet az n-dik gyökök kiszámítására, – átalakítja az n-dik gyök felírását racionális kitevőjű hatvány felírására, – összekapcsolja és összehasonlítja az n-dik gyökökkel való feladatok megoldását a racionális kitevőjű hatványokkal való feladatok megoldásával, – ⇨ felismeri az irracionális egyenletet és ezt megoldja, valamint indokolja az irracionális egyenlet megoldásának lépéseit és értelmezi a megoldásokat.

4.6 A sík- és a térgeometria

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Pontok, egyenesek és körök a síkban Távolság, szakasz, szakasz meghosszabbításával keletkező egyenes, szimmetriatengely, félegyenes, szög A szögek fajtái és a szögek közti viszonyok Háromszög, sokszög A háromszög nevezetes pontjai Távolságtartó transzformációk és az egybevágóság Párhuzamos eltolás, tükrözés, elforgatás, a háromszög orientációja Merőleges vetület A középponti és a kerületi szög Szögek a félkörben Középpontos nagyítás/zsugorítás, hasonlóság A derékszögű háromszög tételei Paralelogramma, rombusz, trapéz Szerkesztési feladatok A koszinusztétel és a szinusztétel ⇨ A tér ponthalmazai Az egyenesek és a síkok párhuzamossága és merőlegessége a térben Az egyenes merőleges vetülete a síkra	– elsajátítja az elemi Euklideszi geometria fogalmait, – elsajátítja a geometriai szemléletet és gyakorlatban felismeri a matematika elmélet alapvető standardjait, – ismeri a definíciókat és alkalmazza a mértani elemek jellegzetességeit, – alkalmazza a háromszög belső és külső szögei közti kapcsolatokat, valamint a háromszög oldalai és szögei közti viszonyokat is, – alkalmazza az ugyanazon ív fölötti középponti és a kerületi szögek közti kapcsolatot, – meg tudja különböztetni az egybevágó és hasonló háromszögeket, – alkalmazza a derékszögű háromszög tételeit, – megszerkeszti geometriai eszközökkel a geometriai elemeket ⇨ valamint a dinamikus geometria programjaival is, – elsajátítja és alkalmazza a tetszőleges háromszög oldalai és szögei közti kapcsolatokat, melyeknél alkalmazza a koszinusz- és szinusztételt, – az IKT (Információs és Kommunikációs Technológia) alkalmazásával kutatja a geometriai problémákat, – kifejleszti a térbeli pontok, egyenesek és síkok közti viszonyok szemléletét.

4.7 Geometriai síkidomok és testek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A geometriai idomok területe, Héron képlete A háromszögbe írt kör és a háromszög köré írt kör sugara Mértani testek: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb	– képes elsajátítani és továbbfejleszteni a geometriai szemléletet, – az egyes mennyiségek kifejezésére képleteket alkalmaz, – kritikusan felbecsüli és megítéli a kapott értékeket, ügyel a mértékegységek pontosságára, – alkalmazza a síkgeometria területén elsajátított tudását és megoldja azokat a problémákat, melyek kapcsolatban

Tartalmak	Célok
Az egyenes, hasáb, henger, gúla, kúp és gömb felszíne és térfogata	vannak a háromszögbe írt kör és a háromszög köré írt kör sugarával,
⇨ Cavalieri-elv	– leírja a geometriai testet,
⇨ Ferde testek	– alkalmazza az elsajátított tudást a szögfüggvényekről és a geometriáról a mértani testek modelljein,
⇨ Forgástestek	
Geometriai matematikai problémák	– geometriai problémákat old meg a testek felszínével és térfogatával kapcsolatban, valamint kritikusan felbecsüli és megítéli a kapott eredményeket és mértékegységeket,
	– ⇨ megoldja a ferde testeket tartalmazó geometriai problémákat,
	– ⇨ meghatározza az elforgatás tengelyét és elemzi a kapott forgástestet a kiválasztott tengely szempontjából,
	– ⇨ problémákat old meg a forgástestek térfogatával kapcsolatban,
	– felismeri a geometriai problémát, azt bemutatja, megállapítja, melyik fogalmakkal, változókkal és ezek közti kapcsolatokkal lehetne azt megoldani, megoldja a problémát, a megoldásokat bemutatja és gondolkozik ezek értelmességéről,
	– a geometriai problémák megoldásánál önállóan kiválasztja és alkalmazza a megfelelő stratégiákat, valamint összekapcsolja a síkbeli és a térbeli geometria tartalmait,
	– megoldja a geometriai problémákat a trigonometria segítségével.

4.8 Sík- és térbeli vektorok

Tartalom	Célok
	A jelölt
A vektorok meghatározása	– megrajzolja a vektorokat, grafikus módon összeadja és kivonja a vektorokat, valamint szorozza ezeket számmal,
Összeadás, szorzás számmal (erők) – grafikus szemléltetés	– elsajátítja a vektorszámítást grafikusan és analitikusan,
Kollinearitás, komplanaritás – grafikus szemléltetés	– megítéli a vektorok kollinearitását és komplanaritását,
A vektorok felírása a bázis koordinátáival (az erő felosztása komponensekre), merőleges vetület – grafikus szemléltetés	– ⇨ megítéli a vektorok lineáris függetlenségét,
	– számol a koordinátákkal felírt vektorokkal,
	– kiszámítja a vektorok által bezárt szöget, a vektor hosszát, valamint a vektor merőleges vetületét,
A vektorok lineáris kombinációja	– indokolja a vektorok merőlegességét és párhuzamosságát,
⇨ A vektorok lineáris függetlensége	– érti a merőlegességet a térben.
A sík és a tér bázisa	
A derékszögű koordináta-rendszer a síkban és a térben, a pont helyvektora	
A vektorok felírása koordinátákkal	
Műveletek koordinátákkal felírt vektorokkal	

Tartalom	Célok
A vektor merőleges vetülete egy másik vektorra Skaláris szorzat, két vektor által közbezárt szög és a vektor hossza ⇨ A vektorszámítás alkalmazása a háromszögben és a paralelogrammában, arányok, súlypont A skaláris szorzat	

4.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Ponthalmazok a síkban Pontok távolsága a sík koordináta-rendszerében A háromszög területe	– alkalmazza a derékszögű koordináta-rendszert a síkban, – kiolvassa és megrajzolja a sík ponthalmazait az adott feltételeknél, – alkalmazza a rendezett számpárok és a síkbeli pontok közti kapcsolatot, – kiszámítja a pontok távolságát, kiszámítja a háromszög területét és felhasználja a képleteket a matematikai problémákban.

4.10 Függvények

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A függvény definíciója A valós függvény definíciója és az egyváltozós valós-valós függvények jellegzetességei (injektív, szürjektív, bijektív, növekvő, csökkenő, páros, páratlan, …) Összetett függvény (függvény kompozítumok) Inverz függvény A sík transzformációi A függvény határértéke Speciális határértékek A függvények folytonossága ⇨ A zárt intervallumon levő folytonos függvények tulajdonságai	– elsajátítja és alkalmazza a függvény fogalmát, – elsajátítja és alkalmazza a fogalmakat: a függvény értelmezési tartománya és értékkészlete, injektív, szürjektív, bijektív leképezés ill. függvény, – megrajzolja és elemzi a függvény grafikonját párhuzamos eltolás és nyújtás segítségével, – alkalmazza a párhuzamos eltolást, a tükrözéseket és a nyújtásokat a nehezebb feladatok megoldása során, – megállapítja az inverz függvény létezését egyszerű példákon, felírja ennek a megadási módját és megrajzolja az adott függvény inverz függvényének grafikonját, – ⇨ elemzi a hozzárendelési szabályt majd megrajzolja az abszolút értékes függvény grafikonját, – megrajzolja a lépcsőzetesen növekvő/csökkenő függvény grafikonját, – megmagyarázza a határérték fogalmát az adott pontban megfelelően kiválasztott példák alapján, melyek a függvény grafikonnal bemutatott, táblázattal bemutatott ill. analitikusan bemutatott függvény prezentációi,

Tartalmak	Célok
⇨ A zérushelyek keresése az információs technológia segítségével	– kiszámítja a függvény határértékét és megmagyarázza a kapott határérték jelentését, – megmagyarázza a végtelenben vett határérték jelentését, – megkülönbözteti a függvény végtelenben vett határértékét a végtelen határértéktől, – alkalmazza a határértéket a függvény aszimptotájának kiszámításánál, – felismeri a grafikonjával megadott függvény folytonosságát, – ⇨ megmagyarázza a folytonosságot az adott függvény megadási módja alapján, – megkeresi azon intervallumokat, amelyeken az adott függvény folytonos, – ⇨ következtet a konkrét folytonos függvény tulajdonságaira egy zárt intervallumon, – ⇨ megkeresi a görbe zérushelyét vagy egy pontját előre megadott pontossággal az információs technológia segítségével;

4.10.1 Lineáris függvény

A lineáris függvény definíciója és tulajdonságai, a lineáris függvény grafikonja Egyenes egyenletei a síkban Az egyenesek által közbezárt szög Lineáris egyenlet Lineáris egyenlőtlenség Lineáris egyenletrendszer ⇨ Gauss-féle algoritmus ⇨ Lineáris egyenlőtlenség-rendszer A mindennapi életből vett egyszerű példák modellezése lineáris függvény segítségével	– felírja a lineáris függvény hozzárendelési szabályát és megrajzolja a grafikonját, – ismeri és alkalmazza a lineáris függvény együtthatójának jelentését, – értelmezi és alkalmazza a lineáris függvény grafikonját gyakorlati helyzetekben, – kiszámítja az egyenesek által közbezárt szöget, – ismeri az egyenes különböző egyenleteinek jelentését, – a szövegben felismeri a lineáris viszonyt és felírja a lineáris egyenletet, – megoldja a lineáris egyenleteket, – ⇨ elemzi az egyszerű lineáris egyenleteket, egyenlőtlenségeket és a lineáris egyenletrendszereket, – kifejezi a problémát egyenletrendszerként és ezt megoldja, – megoldja a mindennapi egyszerű problémákat és ezeket megfelelően értelmezi (interpretálja), – modellezi a mindennapi életből vett egyszerű problémákat a lineáris függvény segítségével;

4.10.2 Hatványfüggvény

Tartalmak	Célok
A természetes kitevőjű hatványfüggvény definíciója és jellegzetességei A negatív egész kitevőjű hatványfüggvény definíciója és jellegzetességei A mindennapi életből vett példák modellezése hatványfüggvény segítségével	– felismeri a hatványos függőséget és ezt megkülönbözteti az egyéb függőségektől (egyenes arányosság, …), – ábrázolja és elemzi a hatványfüggvény grafikonját a transzformációk segítségével, – megírja és modellezi a realisztikus jelenségeket a hatványfüggvény segítségével és ezeket kritikusan kiválasztja;

4.10.3 Gyökfüggvény

Tartalmak	Célok
A gyökfüggvény definíciója, jellegzetességei és a gyökfüggvény grafikonja	– a gyökfüggvényt a hatványfüggvény inverzeként sajátítja el;

4.10.4 A másodfokú függvény

Tartalmak	Célok
A másodfokú függvény definiciója, jellegzetességei és a másodfokú függvény grafikonja A másodfokú függvény megadási módjai ⇨ A másodfokú függvény alkalmazása – szélsőérték-problémák Viète képletek A másodfokú egyenlet A parabola és az egyenes metszéspontja Két parabola metszéspontjai A másodfokú egyenlőtlenség ⇨ A másodfokú egyenlőtlenség rendszere ⇨ A mindennapi életből vett példák modellezése másodfokú függvény segítségével	– felírja a másodfokú függvényt különböző adatok esetén és megrajzolja a grafikonját, – értelmezi és alkalmazza a másodfokú függvény grafikonját gyakorlati helyzetekben, – megoldja a másodfokú egyenletet és egyenlőtlenséget, – átalakítja a problémát egyenlet- vagy egyenlőtlenség formájába és ezt megoldja, – olvassa a matematikai szöveget, ezt elemzi és bemutatja, – ⇨ modellezi a mindennapi életből vett egyszerű problémákat a másodfokú függvény segítségével;

4.10.5 Exponenciális függvény

Tartalmak	Célok
Az exponenciális függvény definiciója, jellegzetességei és az exponenciális függvény grafikonja Exponenciális egyenletek ⇨ Az exponenciális egyenlőtlenség grafikus megoldása Exponenciális növekedés	– felismeri az exponenciális függvényt és ezt megkülönbözteti az egyéb függvényektől, – ismeri és alkalmazza az exponenciális függvény jellegzetességeit, – megrajzolja az exponenciális függvény grafikonját, – alkalmazza az exponenciális függvény grafikonjának párhuzamos eltolását és nyújtását,

Tartalmak	Célok
A valós jelenségek modellezése az exponenciális függvény segítségével	– összehasonlítja a hatványos és az exponenciális növekedést, – felismeri és megoldja az exponenciális egyenleteket, – felírja és modellezi a mindennapi életből vett példákat az exponenciális függvény segítségével;

4.10.6 Logaritmusfüggvény

Az logaritmusfüggvény definiciója, jellegzetességei és a logaritmusfüggvény grafikonja A logaritmus és azonosságai A tízes alapú és természetes logaritmus ⇨ Áttérés más alapra Logaritmus egyenletek ⇨ A logaritmus skála olvasása ⇨ A mindennapi életből vett példák modellezése logaritmusfüggvény segítségével	– ismeri és alkalmazza a logaritmusfüggvény jellegzetességeit, – ábrázolja a logaritmusfüggvény grafikonját, – alkalmazza az exponenciális- és a logaritmusfüggvény közti kapcsolatot, – alkalmazza a logaritmusfüggvény párhuzamos eltolását és a nyújtását, – alkalmazza a logaritmus azonosságait, – felismeri az e számot és a természetes logaritmust, – felismeri és megoldja a logaritmusegyenleteket, – összehasonlítja az exponenciális és a logaritmikus növekedést, – ⇨ felírja és modellezi a mindennapi életből vett példákat a logaritmusfüggvény segítségével;

4.10.7 Polinomfüggvény

A polinomfüggvény definiciója, jellegzetességei és grafikonja Számtani műveletek polinomokkal A polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptétel A polinomfüggvény gyökei Az algebra alaptétele és következményei Horner-algoritmus A polinomfüggvény grafikonjának analízise Polinom-egyenletek Polinom-egyenlőtlenségek ⇨ A biszekció módszer ⇨ A valós jelenségek modellezése polinomok segítségével	– a lineáris és a másodfokú függvényt mint a polinomfüggvény speciális példáit értelmezi, – számol polinomokkal, – alkalmazza a polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptételét, – alkalmazza a tételt, amely a polinom osztására lineáris polinommal vonatkozik, – alkalmazza a Horner-algoritmust a polinomfüggvény gyökeinek meghatározására, – nehezebb feladatokban alkalmazza a polinomok jellegzetességeit, – ábrázolja és értelmezi a polinomfüggvény grafikonját, – ⇨ alkalmazza a biszekció módszerét, – megoldja a polinom-egyenleteket és egyenlőtlenségeket;

4.10.8 Racionális törtfüggvények

Tartalmak	Célok
Az racionális törtfüggvény definiciója, jellegzetességei és grafikonja Gyökök, pólusok, aszimptoták Racionális egyenletek ⇨ Racionális egyenlőtlenségek	– ismeri és alkalmazza a racionális törtfüggvény jellegzetességeit, – ábrázolja és értelmezi a racionális törtfüggvény grafikonját, – megoldja a racionális egyenleteket, – ⇨ megoldja a racionális egyenlőtlenségeket;

4.10.9 Szögfüggvények

Tartalmak	Célok
A szögfüggvények definíciója és jellegzetességei a derékszögű háromszögben A szögfüggvények definíciója az egységkörön A szögfüggvények jellegzetességei és grafikonjai A szögfüggvény grafikonjainak transzformációi Addíciós tételek Nehezebb feladatok ⇨ Szögfüggvényeket tartalmazó kifejezések szorzattá alakítása, a szögfüggvények szorzatának összeggé alakítása A ciklometrikus függvények értékeinek kiszámítása ⇨ A ciklometrikus függvények grafikonjai és jellegzetességei Trigonometrikus egyenletek ⇨ Szögfüggvények a technikában és a természettudományban	– felírja és alkalmazza a derékszögű háromszögben levő szögfüggvényeket, – levezeti a szögek szögfüggvényértékeit a következő szögeknek: 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, – levezeti és alkalmazza egyazon szög szögfüggvényei közötti összefüggéseket, – alkalmazza a számológépet, – alkalmazza a tetszőleges szög szögfüggvény értékeit, – ismeri és alkalmazza a szögfüggvény jellegzetességeit, – ismeri és megmagyarázza a fogalmakat különböző reprezentációk segítségével (értéktáblázattal, grafikonnal, egységkörrel, analitikus módon), – alkalmazza a szögfüggvény grafikonjának transzformációit, – ábrázolja és értelmezi a szögfüggvény grafikonjait, – alkalmazza az addíciós tételeket, – alkalmazza a kétszeres szög szögfüggvényeit, – alkalmazza a kétszeres szög szögfüggvényeit (⇨ és a félszög szögfüggvényeit) a trigonometrikus egyenleteknél és a nehezebb feladatokban, – ⇨ alkalmazza a szorzattá alakítást a kifejezéseknél, és ezeket fel tudja használni az egyenleteknél, – kiszámítja a ciklometrikus függvények értékeit – ⇨ a ciklometrikus függvényt ábrázolja, – megoldja a trigonometrikus egyenletet, – érelmezi és elemzi az analitikus megoldásokat az adott probléma szempontjából, – alkalmazza a szögfüggvényeket nehezebb feladatokban, ahol ki kell számítani a szöget, – megoldja az egyszerű, az összetett, a valódi és az eredeti problémákat.

4.11 Kúpszeletek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A másodfokú görbe algebrai felírása	– megkeresi a természetben a kúpszeletek példáit,
Kör középponti helyzetben és a párhuzamosan eltolt kör	– összehasonlítja és alkalmazza a kúpszeletek analitikus és mértani definícióját,
Ellipszis középponti helyzetben és a párhuzamosan eltolt ellipszis	– a kört az ellipszis speciális példájaként értelmezi és ⇨ levezeti az ellipszis egyenletét a kör egyenletéből nyújtással a kiválasztott tengely irányában,
Hiperbola középponti helyzetben	
Parabola csúcsponti helyzetben	– elemzi az egyenletet és grafikus módon szemlélteti a köröket és az ellipsziseket a középponti helyzetben és párhuzamos eltolt helyzetben,
⇨ Párhuzamosan eltolt hiperbola és parabola	
⇨ A kúpszeletek érintői	– elemzi az egyenletet és grafikus módon szemlélteti a hiperbolákat és a parabolákat a csúcsponti helyzetben,
	– elemzi a parabola egyenletének különböző alakjait,
	– ⇨ megszerkeszti a kúpszeleteket,
	– ⇨ ábrázolja a kúpszeletet a megfelelő számítógépes program segítségével is,
	– ⇨ elemzi a párhuzamosan eltolt hiperbolák és parabolák grafikus szemléltetéseit,
	– ⇨ elemzi a párhuzamosan eltolt hiperbola és a parabola egyenleteit,
	– ⇨ analitikusan és grafikusan elemzi a kúpszelet érintőit,
	– analitikus és grafikus módszerrel meghatározza egy kúpszelet és egy egyenes metszéspontjait illetve két kúpszelet metszéspontjait a középponti helyzetben,
	– indokolja az eredmények értelmét a metszéspontok analitikus elemzésénél,
	– ⇨ megoldja a nehezebb feladatokat is.

4.12 Sorozatok és sorok

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A sorozat definíciója A sorozatok tulajdonságai (véges, végtelen, monoton, korlátos, konvergens, …) Számtani sorozat Mértani sorozat A számtani sorozat első n tagjának összege és a mértani sorozat első n tagjának összege A sorozat határértéke Sorok A mértani sor konvergenciája Kamatoskamat-számítás Évjáradékok Amortizációs terv	– példát fogalmaz, induktív módon következtet, általánosít és folytatja a sorozatot, – megtalálja és felírja a tagok közti kapcsolatot, – felírja a sorozat tagjait, ha adott néhány első tag és a sorozat rekurzív képlete, – megállapítja és elemzi a különbözően bemutatott sorozat tulajdonságait (számmal bemutatott sorozat, grafikus módon, analitikus módon, …), – olvassa és szemlélteti a különbözően adott ill. bemutatott sorozatokat, – alkalmazza a sorozatok tulajdonságait, – előrejelzi és kiszámítja a sorozat határértékét, – megkülönbözteti a sorozatot a sortól, – megkülönbözteti a konvergens és a divergens sor fogalmát, – kiszámítja a sorozat első n tagjának összegét, – kiszámítja a mértani sor összegét, – megkülönbözteti a kamatszámítást a kamatos kamat számítástól, – megkülönbözteti a konform és a relatív kamatlábat, – alkalmazza az ekvivalens tőkék elvét, – megkeresi a kamatozás mindennapi példáit, előrejelzi az elvárásokat, majd a szimulációs számítások alapján döntést hoz, – kiszámítja az évjáradékot és elkészíti az amortizációs tervet.

4.13 Differenciálszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Differenciálhányados, derivált, a derivált geometriai jelentése	– leírja a differenciálszámítás fogalmait grafikus, numerikus és analitikus prezentációk alkalmazásával,
Deriválási szabályok, az elemi függvények deriváltjai	– kiszámítja a differenciálhányados értékét,
A derivált alkalmazása	– kiszámítja a differenciálhányados határértékét,
Szélsőértékek, a függvény növekedése és csökkenése	– megmagyarázza a derivált geometriai jelentését,
⇨ A függvény második deriváltja	– ⇨ levezeti a deriválás egyszerű szabályait a derivált definíciója segítségével,
⇨ függvény inflexiós pontja, konvex és konkáv függvény	– ⇨ levezeti a függvény deriváltját a deriválási szabályok segítségével,
⇨ A derivált függvények folytonossága	– deriválja az elemi függvényeket és az összetett függvényeket,
Szélsőérték-problémák	– ⇨ kiszámítja az implicit módon adott függvény deriváltját,
⇨ A valós problémák modellezése és ezek megoldása a differenciálszámítás módszerek segítségével	– megállapítja a deriválási (deriválhatatlan) pontokat a grafikonból,
	– a függvények tulajdonságait a függvény deriváltjával (előrejelzi a tulajdonságokat, ábrázolja a grafikont, …) kapcsolja össze,
	– felírja az érintő egyenletét és a normálegyenletet a görbe adott pontjában,
	– kiszámítja két görbe hajlásszögét,
	– elemzi a deriválttal rendelkező függvényt (megmagyarázza a szélsőértékeket, meghatározza a növekedési és csökkenési intervallumokat) és megrajzolja a grafikont,
	– ⇨ összeköti a függvény folytonossága és deriválása fogalmát az adott intervallumon,
	– megold egyszerű szélsőérték problémákat,
	– ⇨ megold a mindennapi életből vett szélsőérték problémákat és megfelelően értelmezi a megoldást.

4.14 Integrálszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Határozatlan integrál (primitív függvény) A határozatlan integrál jellegzetességei ⇨ Helyettesítéses módszer ⇨ A parciális integrálás ⇨ A racionális függvények integrálása Határozott integrál A határozott integrál jellegzetességei	– megmagyarázza a függvényderivált és a határozatlan integrál közti kapcsolatot, – ismeri az elemi integrálok táblázatát és ezek kapcsolatát a deriváltak táblázatával, – alkalmazza a határozatlan integrál jellegzetességeit, – ⇨ integrál helyettesítési módszerrel, – ⇨ alkalmazza a parciális integrálás módszerét, – ⇨ integrálja a racionális törtfüggvényeket (résztörtekre való bontással),
A határozatlan és határozott integrál közi kapcsolat A határozott integrál alkalmazása (területek, ⇨ forgástestek térfogata, …)	– ismeri a határozott integrál geometriai jelentését, – alkalmazza a határozott integrál jellegzetességeit, – alkalmazza a határozatlan és határozott integrál közti kapcsolatot, – megoldja az egyszerű matematikai és valós problémákat.

4.15 Kombinatorika

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A szorzat-szabály, fadiagram Az összeg-szabály Permutációk Ismétléses permutációk Variációk Ismétléses variációk Kombinációk Binomiális tétel Pascal-háromszög	– kiszámítja az $n!$-t, – megkülönbözteti az egyes kombinatorikai fogalmakat, – kiszámítja a binomiális együttható értékét, – levezeti a kéttagú kifejezés hatványait.

4.16 Valószínűség-számítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A valószínűség-számítás alapfogalmai: kísérlet, esemény, eseménytér	– felírja az eseményeket és számol velük,
Számítás eseményekkel	– megkeresi egy kísérlet összes eseményét,
Szubjektív valószínűség, tapasztalati valószínűség, a matematikai valószínűség, az esemény valószínűsége	– megkülönbözteti a szubjektív, tapasztalati és matematikai valószínűséget,
Az ellentett események valószínűségének kiszámítása, az események összegének valószínűségének kiszámítása	– megérti és összekapcsolja a tapasztalati és a matematikai valószínűséget,
⇨ Feltételes valószínűség	– ismeri és alkalmazza a matematikai valószínűség definícióját,
⇨ Az események szorzatának valószínűségszámítása, független események	– az egyes események adott valószínűségeiből kiszámítja az egyéb események valószínűségeit,
⇨ Független kísérletek sorozata	– ⇨ megkülönbözteti az egymást kizáró és független események fogalmait,
Normális eloszlás	– alkalmazza a mintateret.

4.17 Statisztika

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Statisztikai alapfogalmak	– megkülönbözteti a tanulmányozott jellegzetességet (változót), egységet, a változó értékét, mintát, populációt,
Az adatok fajtái	– felismeri az egység tanulmányozott jellegzetességét,
Az adatok gyűjtése	– megkülönbözteti a leíró vagy minőségi adatokat, sorozat vagy ordinális és numerikus vagy mennyiségi adatok közt,
Az adatok rendezése és strukturálása	– összegyűjti az adatokat, ezeket rendezi és strukturálja,
Az adatok bemutatása (oszlopdiagram, pozíciódiagram, kördiagram, hisztogram, sugárdiagram, vonal- és görbegrafikon, dobozdiagram)	– kiválasztja a megfelelő diagramot az adatok bemutatására,
Számtani közép, középérték (medián), módusz	– olvassa, elkészíti és interpretálja a statisztikai diagramokat,
Variációs távolság, standard eltérés, két szélső kvartilis közti távolság	– kifejleszt egy kritikus viszonyt az eredmények interpretálása során,
	– ismeri és alkalmazza az adatok különböző összefoglalási módjait,

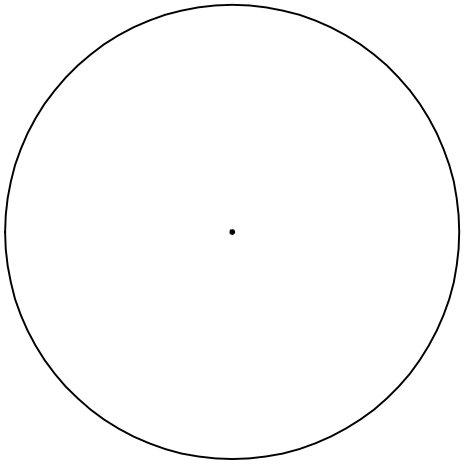
Tartalmak	Célok
Statisztika-feladatok	– kiválaszt egy megfelelő módot az adatok összefoglalására az adatok fajtája szempontjából, – kiszámítja, megbecsüli és értelmezi a számtani közepet, a móduszt és a médiánt az adatok centralizálása méreteként, – megbecsüli az egyszerű kapcsolatokat a valószínűségi változók közt, – kiszámítja, megbecsüli és értelmezi a variációs távolságot, a standard eltérést és két szélső kvartilis közti távolságot az adatok szétszórása méreteként, – a teljes tapasztalati kutatás eljárásában alkalmazza az adatokkal való munkáról tanultakat (kiválasztja a témát, felállítja a kutatási kérdést, összegyűjti az adatokat, azokat rendezi és strukturálja, majd elemzi, bemutatja és a kapott eredményeket értelmezi).

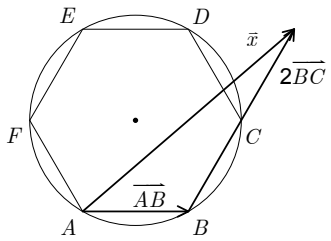
5 AZ ÍRÁSBELI VIZSGA PÉLDAFELADATAI

5.1 Feladat rövid válaszokkal

1. Az $r = 3$ cm sugarú körbe írja bele az $ABCDEF$ szabályos hatszöget. Rajzolja meg az $\vec{x} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ vektort és számítsa ki a hosszát! Az eredményt kerekítse milliméterekre!

(7 pont)



Feladat	Pontok	Megoldás	További utasítások
1	3	◆ 	a hatszög megrajzolása … 1 pont az $\vec{x}$ vektor megrajzolása … 2 pont (csak a $2\overrightarrow{BC}$ vektor … 1 pont)
	1. mód		
	1	◆ a koszinusztétel képlete	
	1	◆ a háromszög két oldala hosszúságának behelyettesítése	
	1	◆ annak megállapítása, hogy a B csúcsnál levő szög $120°$	
	1	◆ eredmény, pl. $\lvert\vec{x}\rvert \doteq 7{,}9$ cm $= 79$ mm	
	2. mód		
	1	◆ felírás, pl. $\lvert\vec{x}\rvert^2 = (\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}) \cdot (\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC})$	
	1	◆ megállapítás $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = 3$, $\lvert\overrightarrow{BC}\rvert = 3$, az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{BC}$ által közbezárt szög $60°$	
	*1	◆ annak figyelembevétele, hogy: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \lvert\overrightarrow{AB}\rvert \cdot \lvert\overrightarrow{BC}\rvert \cdot \cos 60°$	
	1	◆ eredmény, pl. $\lvert\vec{x}\rvert \doteq 7{,}9$ cm $= 79$ mm	
Összesen	**7**		

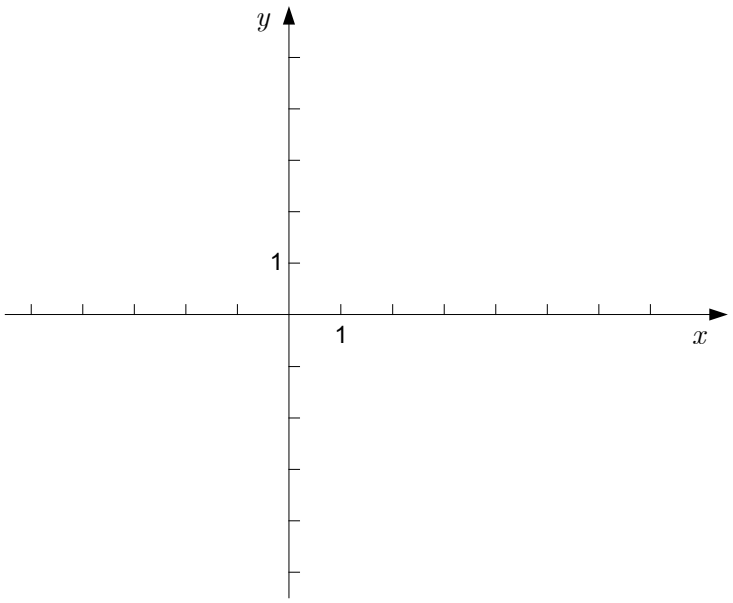
Megjegyzés: **1 pont* az eljárási pontot jelöli.

5.2 Strukturált feladat

1. Adott az $f(x)=\sqrt{x}$ függvény.

   1.1. Rajzolja meg a $g(x)=2f(x)-3$ függvény grafikonját! Írja fel a g függvény értelmezési tartományát és értékkészletét, számítsa ki a gyökét (zérushelyét)!

   (4 pont)



   1.2. A $T(4,y_1)$ pontban normálist állítunk az $y=2\sqrt{x}-3$ görbére. Írja fel az említett normálist egyenletét!

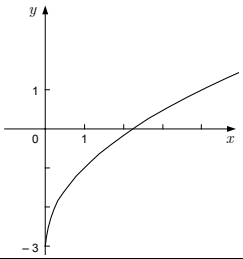
   (4 pont)

   1.3. Legyen $h(x)=f(x)+a$, $a\in\mathbb{R}^+$. Határozza meg az a-t úgy, hogy azon síkidom területe, mely a h függvény grafikonja és az x tengely közt van a $[0,4]$ intervallumon, egyenlő legyen $\frac{20}{3}$ - dal!

   (4 pont)

   1.4. Legyen $u(x)=f(x+b)$, a $b\in\mathbb{R}^+$. Határozza a b-t úgy, hogy azon síkidom területe, mely az u függvény grafikonja és az y tengely közt van, egyenlő legyen $\frac{54}{3}$-dal!

   (4 pont)

Feladat	Pontok	Megoldás	További utasítások
1.1	1	◆ a g függvény grafikonjának ábrázolása 	
	1	◆ az értelmezési tartomány felírása, pl. $D_g=[0,\infty)$	
	1	◆ az értékkészlet felírása, pl. $Z_g=[-3,\infty)$	

	1	◆ a gyök kiszámítása $\frac{9}{4}$	
Összesen	**4**		
1.2	1	◆ derivált kiszámítása, pl. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$	
	*1	◆ az irányítényező kiszámítása $k_t = \frac{1}{2}$	
	1	◆ felírás vagy a képlet alkalmazása $k_n = -\frac{1}{k_t}$	
	1	◆ a normális egyenletének felírása $y = -2x + 9$	
Összesen	**4**		
1.3	2	◆ $S = \int_0^4 (\sqrt{x} + a)\,\mathrm{d}x = \left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + ax\right)\Big\|_0^4$	1 + *1
	*1	◆ az egyenlet felírása, pl. $\frac{2}{3}\cdot 8 + 4a = \frac{20}{3}$	
	1	◆ az eredmény felírása $a = \frac{1}{3}$	
Összesen	**4**		
1.4	2	◆ $S = \int_{-b}^{0} \sqrt{x+b}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}(x+b)^{\frac{3}{2}}\Big\|_{-b}^{0}$	1 + 1
	*1	◆ az egyenlet felírása, pl. $\frac{2}{3}b^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{3}$	
	1	◆ az eredmény felírása $b = 9$	
Összesen	**4**		

6 SZÓBELI VIZSGA

A jelölt a szóbeli vizsgát az iskolai vizsgabizottság előtt teszi le, a vizsga szabályos lebonyolításáról a bizottság gondoskodik, valamit a jelölt eredményeit pontozza és gondoskodik a pontok helyes kiszámításáról.

A jelölt válaszol a szóbeli vizsga lapján szereplő kérdésekre. Az említett vizsgalap három kérdésből áll, melyeket az Országos Tantárgyi Bizottság a matematika általános érettségire készít elő. Az elméleti kérdéshez a szabályoknak megfelelően feladat is tartozik.

A vizsgáztató a jelöltnek egyéb kérdéseket is feltehet, melyekkel elemezi a vizsgalap kérdéseit, ennél pedig nem terjeszti ki a felírt kérdést vagy feladatot.

A jelölt a szóbeli vizsgán 15 perces felkészülési időt kap, továbbá egy alkalommal új vizsgalapot kérhet. A szóbeli vizsga maximum 20 percig tart.

► Az ASZ vizsgalap példája

1. Definiálja két egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! Hogyan számítjuk ki ezeket? Mikor relatív prím két szám?

   Számítsa ki a 630 és 168 számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!

2. Definiálja az $f(x)=\sqrt[n]{x}$ $(n\in\mathbb{N})$ gyökfüggvény! Ábrázolja a grafikonját az $n=2$, $n=3$ esetén és írja fel ezek értelmezési tartományát és értékkészletét!

3. Mi az események összege, és mi az ellentett esemény? Hogyan számítjuk ki ezek valószínűségét?

   Feladat: Feldobunk egy szabályos játékkockát. Az A esemény akkor történik, amikor páros pontszámot dobunk, a B esemény pedig akkor, amikor több mint 2 pontot dobunk. Számítsa ki az $A\cup B$ és a B események valószínűségét!

► Az ESZ vizsgalap példája

1. ⇨ Definiálja az $f(x)=\arccos x$. függvényt! Mi ennek az értelmezési tartománya és mi az értékkészlete? Ábrázolja az f függvény grafikonját!

   Számítsa ki az $\arccos\frac{1}{2}$, $\arccos 0$, $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ és $\arccos(-1)$ értékeket!

2. ⇨ Fejezze ki az ABC háromszög (a térben) súlypontjának koordinátáit az A, B és C pontok koordinátáival! A képletet vezesse le vektorok segítségével!

3. Hogyan számítjuk ki határozott integrál alkalmazásával egy olyan síkidom területét, amelyet két függvény grafikonja határol?

   Feladat: Számítsa ki azon síkidom területét, melyet az $f(x)=x+1$és a $g(x)=x^2-2x-3$ függvények grafikonjai határolnak!

A továbbiakban a szóbeli kérdések szerepelnek. Az Országos Tantárgyi Bizottság a matematika általános érettségi szóbeli vizsgakérdéseit módosíthatja, eliminálhatja és kiegészítheti ezeket.

6.1 A logika alapjai

1. Mi az esemény? Mi az ellentett esemény? Mit értünk az állítások konjunkcióján és mit a diszjunkcióján? Fogalmazza meg, mikor igaz a negáció, mikor a konjunkció és mikor a diszjunkció?
2. Mit értünk a kijelentések implikációján? Mit értünk a kijelentések ekvivalenciáján? Mikor helyes (igaz) a kijelentések implikációja és mikor az ekvivalenciája?

6.2 Halmazok

1. Mit értünk üres halmazon? Mit értünk alaphalmazon? Mit értünk kiegészítő halmazon? Mit értünk két halmaz különbségén?
2. Mikor egyenlő két halmaz? Mit értünk részhalmazon? Mit értünk a halmazok unióján (egyesítésén) és mit a metszetén?
   ⇨ Az A halmazban n elem van, a B halmazban pedig m. Hány eleme lehet az $A \cup B$-nek és $A \cap B$-nek?
3. ⇨ Mi a halmazok Descartes-féle szorzata? Hogyan mutatjuk be grafikus módon a Descartes-féle szorzatot? Az A halmazban n elem van, a B halmazban pedig m. Hány eleme van az $A \times B$-nek?
4. ⇨ Mit értünk hatványhalmazon? Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?

6.3 Számhalmazok

6.3.1 Természetes számok és egész számok

1. Sorolja fel a $\mathbb{N}$ és $\mathbb{Z}$ halmazokban levő alapvető számtani műveleteket és ezek jellegzetességeit!
2. Definiálja a páros és a páratlan számokat! Bizonyítsa:
   a) két páratlan szám összege páros szám!
   b) páratlan szám négyzete páratlan szám!
3. Definiálja a prímszám és az összetett szám fogalmát! Írja fel mindazon prímszámok halmazát, melyek kisebbek 20-nál! Írja le a természetes szám prímtényezős felbontásának folyamatát!
4. ⇨ Magyarázza meg a teljes indukció elvét!
5. Definiálja az oszthatóságot az $\mathbb{N}$-ban $(a|b)$, és sorolja fel tulajdonságait!
6. Definiálja két egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! Hogyan számítjuk ki őket? Mikor relatív prím két szám?
7. ⇨ Fogalmazza meg az euklideszi algoritmus lényegét, és mondja el, mihez alkalmazzuk!
8. Fogalmazza meg a maradékos osztás tételét! Mit mondhat el az a és b, számokról, ha az a szám b számmal való osztásnál a maradék 0?
9. Sorolja fel a 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as, 9-es és 10-es számmal való osztás oszthatósági szabályait!
   ⇨ Vezesse le a 2-es és a 4-es számmal való osztás oszthatósági szabályait!

6.3.2 Racionális számok

10. Mi a tört? Mikor ábrázolja két tört ugyanazt a racionális számot? Definiálja a racionális számokkal való műveleteket!

11. ⇨ Hogyan rendezett a $\mathbb{Q}$ halmaz? Mutassa be, hogy két racionális szám között legalább még egy racionális szám van!

12. Hogyan írjuk fel a racionális számot tizedes tört alakban? Mikor véges ez az alak?

13. Magyarázza meg a fogalmakat: arány, alap, rész, relatív rész és százalék!

6.3.3 Valós számok

14. Mely valós számokat nevezzük racionálisnak és melyeket irracionális számoknak? Mit tud mondani ezen számok tizedes tört alakjairól?

15. ⇨ Írja fel az irracionális számok néhány példáját! Hogyan írjuk ezeket fel tizedes tört alakban? Bizonyítsa be, hogy a $\sqrt{2}$ nem racionális szám!

16. Definiálja a számegyenest! Hogyan ábrázoljuk a racionális és a valós számokat a számegyenesen?

17. Mit értünk intervallumokon (definíció és a számegyenesen való ábrázolás, az intervallumok fajtái)?

18. Definiálja a valós szám abszolút értékét és sorolja fel az alapvető jellegzetességeit!

19. ⇨ Mi a közelítő érték abszolút és relatív hibája?

6.3.4 Komplex számok

20. Adja meg a komplex számok bevezetésének okát és definiálja a $\mathbb{C}$ halmazt!

21. Sorolja fel a számtani műveleteket a $\mathbb{C}$-ben, és magyarázza el tulajdonságaikat!

22. Definiálja a komplex szám abszolút értékét, és sorolja fel a tulajdonságait!

23. Definiálja a $\overline{z}$ komplex szám konjugáltját, és sorolja fel tulajdonságait!

24. ⇨ Mutassa be, hogy két komplex szám összegének konjugáltja egyenlő azok konjugáltjainak összegével!

25. ⇨ Mutassa be, hogy két komplex szám szorzatának konjugáltja egyenlő azok konjugáltjainak szorzatával!

26. Hogyan ábrázoljuk a komplex számokat a komplex számsíkban? Ábrázolja a következő műveleteket a $\mathbb{C}$ komplex számsíkban: összeadás, szorzás (-1)-gyel, szorzás pozitív valós számmal, konjugálás!

27. ⇨ A komplex számsíkban határozza meg azoknak a z komplex számoknak halmazát, melyeknek:
(a) adott az abszolút értéke,
(b) adott a valós része,
(c) adott a képzetes része,
(d) a valós része egyenlő a képzetes részével!

6.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek

1. ⇨ Bontsa tényezőkre az $a^n - b^n$ $(n \in \mathbb{N})$ kifejezést és győződjön meg arról, hogy a felbontás helyes!
2. ⇨ Bontsa tényezőkre az $a^n + b^n$ kifejezést, ahol az n páratlan természetes szám, és győződjön meg arról, hogy a felbontás helyes! Írja fel a tényezőkre való bontást $n = 3$ és $n = 5$ esetén!
3. Mi az egyenlet megoldása? Mikor ekvivalens két egyenlet? Írja le azokat az eljárásokat, melyek egy adott egyenletet ekvivalens egyenletté alakítana át!
4. Mit értünk az egyenlőtlenségek megoldásán? Írja le az egyenlőtlenség megoldásának eljárását!

6.5 Hatványok és gyökök

1. Sorolja fel és indokolja a természetes kitevőjű hatványok számítására vonatkozó szabályokat!
2. Definiálja a negatív egész kitevőjű hatványt, és sorolja fel az egész kitevőjű hatványok számítására vonatkozó szabályokat!
3. Definiálja az n-dik gyököt! Sorolja fel a gyökvonás szabályait!
4. Definiálja a pozitív alapú és racionális kitevőjű hatványt, és sorolja fel az ilyen hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!

6.6 A sík- és a térgeometria

1. Soroljon fel néhány alapvető törvényt, amelyek összekapcsolja a geometria alapelemeit: a pontot, az egyenest és a síkot!
2. Mikor párhuzamos két egyenes? Milyen jellegzetességekkel rendelkezik az egyenesek párhuzamossága a síkban? Fogalmazza meg a párhuzamossági axiómát!
3. Milyenek lehetnek a kölcsönös helyzetek:
   a) két térbeli egyenes közt?
   b) két térbeli sík közt?
   c) térbeli egyenes és sík közt?
4. Definiálja a szakaszt és a szakasz hosszát, a szakasz meghosszabbításával keletkező egyenest és a szakasz felezőmerőlegességét (a síkban)! Mit értünk félegyenesen, félsíkon és féltéren?
5. Definiálja:
   a) a pont merőleges vetületét az egyenesre!
   b) a szakasz merőleges vetületét az egyenesre, amikor a szakasz és az egyenes azonos síkban vannak!
   c) a pont merőleges vetületét a síkra!
   d) a szakasz merőleges vetületét a síkra!
6. Mit értünk azon síkbeli pontok halmazán, amelyek:
   a) a sík egy adott pontjától a távolságra fekszenek?
   b) a sík két pontjától egyenlő távolságra fekszenek?
   c) a sík adott egyenesétől a távolságra fekszenek?
7. ⇨ Definiálja a sík távolságtartó transzformációit! Sorolja fel és ábrázolja ezeket példákkal!
8. Mikor határoz meg három pont egy síkot? Hogyan lehet más módon meghatározni egy térbeli síkot?

9. Definiálja a szög fogalmát és magyarázza el a kifejezéseket: szár, csúcs, null szög, derékszög, egyenesszög és teljesszög, hegyesszög és tompaszög! Milyen egységeket ismer a szög mérésére?

10. Definiálja a szögek egybevágóságát! Mi érvényes a párhuzamos ill. a merőleges szárú szögek esetén?

11. ⇨ Definiálja két egyenes hajlásszögét, az egyenes és sík hajlásszögét és két sík hajlásszögét! Mikor merőleges egymásra két sík?

12. ⇨ Mikor merőleges az egyenes a síkra? Mit mondhat el:
(a) két egyenesről, amelyek egy síkra merőlegesek?
(b) két síkról, amelyek egy egyenesre merőlegesek?

13. Mit értünk háromszögön? Mikor lehet három szám egy háromszög oldalainak hossza? Milyen viszony lehet a háromszög oldalai és ezekkel szemben fekvő szögek közt?

14. Definiálja a háromszög belső és külső szögét! Bizonyítsa be, hogy a háromszög belső szögeinek összege 180°. Mennyi a háromszög külső szögeinek összege?

15. Definiálja a háromszög fogalmait: súlyvonal, magasság, oldalfelező merőleges, szögfelező, a háromszögbe írt kör középpontja, a háromszög köré írt kör középpontja, súlypont és magasságpont!

16. Írja le az eljárásokat:
a) a háromszög köré írt kör szerkesztése!
b) a háromszögbe írt kör szerkesztése!

17. ⇨ Ábrázolja derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot! Hány hasonló háromszöget kap? Feleletét indokolja! Vezesse le az Euklidesz tételét!

18. ⇨ Ábrázolja derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot! Hány hasonló háromszöget kap? Feleletét indokolja! Vezesse le a magasságtételt!

19. Sorolja fel a háromszög egybevágóság tételeit!

20. Mikor hasonló két háromszög? Soroljon fel néhány, a háromszögek hasonlóságára vonatkozó tételt! Mit tud a hasonló háromszögek kerületéről és területéről?

21. Fogalmazza meg a koszinusztételt és a Pitagorasz-tételt! Mikor alkalmazzuk ezeket?

22. ⇨ Bizonyítsa be a koszinusztételt! Alkalmazza a koszinusztételt a derékszögű háromszögben! Mit kap?

23. Fogalmazza meg a szinusztételt! Mikor alkalmazzuk?

24. ⇨ Bizonyítsa be, hogy az ABC háromszögben érvényes a következő egyenlőség:
$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$!

25. Definiálja a paralelogrammát! Soroljon fel speciális paralelogrammákat!

26. ⇨ Bizonyítsa be, hogy a paralelogramma átlói felezik egymást!

27. ⇨ Bizonyítsa be, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!

28. Definiálja a trapézt és az egyenlő szárú trapézt, és sorolja fel tulajdonságai! Mi a trapéz középvonala? Hogyan számítjuk ki a trapéz területét?

29. Mennyi egy tetszőleges n-szög belső szögeinek összege? Mennyi a konvex n-szög átlóinak száma? Definiálja a szabályos n-szöget!
⇨ Vezesse le a konvex n-szög átlóinak számát megadó képletet!

30. ⇨ Definiálja a kört! Írja le két, azonos síkban fekvő kör kölcsönös helyzetét! Keresse meg a sugarak és a középpontok távolságai közti összefüggéseket!

31. Milyen lehet az azonos síkban fekvő egyenes és kör kölcsönös helyzete? Mi a kör érintője? Hogyan szerkesztünk körhöz adott pontjában érintőt?

32. ⇨ Hogyan szerkesztünk körhöz egy adott pontból érintőt? Milyen helyzeteket különböztetünk meg? A szerkesztést indokolja!

33. Definiálja a középponti és a kerületi szöget! Mi az összefüggés az azonos ívhez tartozó kerületi és középponti szög közt? Fogalmazza meg a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!
⇨ Bizonyítsa be a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!

6.7 Geometriai síkidomok és testek

1. Fogalmazza meg a paralelogramma, háromszög, deltoid és trapéz területképletét!
2. ⇨ Vezesse le a paralelogramma és a trapéz területképletét!
3. ⇨ Vezesse le a háromszög és a deltoid területképletét!
4. Adja meg a négyzet, a téglalap, a rombusz, a szabályos háromszög és a derékszögű háromszög területképletét!
5. Adja meg a kör terület- és kerületképletét! Hogyan számítjuk ki a körív hosszát és a körcikk területét?
6. ⇨ Adott az R-sugarú körbe írt szabályos n-szög. Fejezze ki a n-szög oldalát és területét az adott sugár segítségével!
7. Írja le a hasábot! Mikor:
a) egyenes a hasáb?
b) egyenlő oldalú a hasáb?
c) n-oldalú a hasáb?
d) szabályos a hasáb?
Adja meg az egyenes hasáb térfogat- és felszínképletét!
8. Írja le az egyenes körhengert! Milyen idom az ilyen körhenger metszete a körhenger tengelyét tartalmazó síkkal? Milyen idom az ilyen körhenger metszete a körhenger tengelyére merőleges síkkal? Adja meg az egyenes körhenger felszín- és térfogatképletét!
9. Írja le a gúlát! Írja le:
a) az egyenes gúlát!
b) az egyenlő oldalú gúlát!
c) a n-oldalú gúlát!
d) a szabályos gúlát!
Adja meg a szabályos gúla felszín- és térfogatképletét!
10. Írja le az egyenes körkúpot! Adja meg a felszín- és térfogatképletét!
⇨ Mit tud a körkúpok nevezetes metszeteiről az alaplappal párhuzamos síkkal? Mi az ilyen kúp metszete azzal a síkkal, amely tartalmazza a kúp tengelyét?
11. ⇨ Milyen geometriai testet kap, ha 360°-kal megforgat:
a) egy téglalapot az egyik oldala körül?
b) egy derékszögű háromszöget az egyik befogója körül?
c) egy félkört az átmérője körül?
12. Mit értünk gömbön? Adja meg a felszín- és térfogatképletét!

6.8 A sík- és a térbeli vektorok

1. Mikor egyenlő két vektor? Mi a null vektor és mi az ellentett vektor? Hogyan adjuk össze és vonjuk ki a vektorokat (grafikusan)?
2. Definiálja a vektor szorzatát számmal, és sorolja fel e művelet tulajdonságait! Mikor kollineáris két vektor? Mi az egységvektor?
3. Definiálja a vektorok lineáris kombinációját! Mi a sík (tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort a sík (tér) adott bázisvektorainak lineáris kombinációjaként? Mi az ortonormált bázis?

4. ⇨ Definiálja a vektorok lineáris kombinációját! Mikor lineárisan függetlenek a síkbeli (térbeli) vektorok? Mi a sík (tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort a sík (tér) adott bázisvektorainak lineáris kombinációjaként?

5. Írja le a térbeli derékszögű koordináta-rendszert! Mi az A pont helyvektora? Írja fel az A pont helyvektorát az ortonormált bázisban! Milyen az A pont koordinátáival való kapcsolata?

6. ⇨ Fejezze ki az AB (térbeli) szakasz felezőpontjának koordinátáit az A és B pont koordinátáival! A képletet vezesse le a vektorok segítségével!

7. ⇨ Fejezze ki az ABC háromszög (a térben) súlypontjának koordinátáit az A, B és C pont koordinátáival A képletet vezesse le a vektorok segítségével!

8. Definiálja a skaláris szorzatot, és sorolja fel a tulajdonságait! Adja meg két vektor merőlegességének kritériumát!

9. Hogyan számítjuk ki két vektor skaláris szorzatát az ortonormált bázisban? Hogyan számítjuk ki a vektor hosszát és két vektor által közbezárt szöget az ortonormált bázisban?

6.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

1. Írja le a derékszögű koordináta-rendszert a síkban, és vezesse le két pont távolságát megadó képletet!

2. Mit ábrázol mindazon $T(x,y)$ síkbeli pontok halmaza, melyek megfelelnek az egyes feltételeknek:
   a) $y = 0$,
   b) $x > 0$,
   c) $x \leq 0$ és $y \geq 0$,
   d) $x = -2$,
   e) $2 \leq y \leq 4$,
   f) $x^2 + y^2 \leq 4$?

6.10 Függvények

1. Határozza meg az $f : A \to B$ függvény (leképzés, transzformáció) fogalmát, valamint az értelmezési tartományát és az értékkészletét! Mit értünk függvény grafikonján?

2. ⇨ Mikor injektív, szürjekív, bijektív az $f : A \to B$ függvény?

3. Mikor növekvő, csökkenő, korlátos, korlátlan a valós-valós függvény (A fogalmakat példákon is elmagyarázhatja!)?

4. Mikor páros és mikor páratlan a függvény? Milyenek az ilyen függvények grafikonjai?

5. ⇨ Határozza meg az inverz függvény fogalmát! Mikor létezik az inverz függvény? Határozzon meg legalább két pár inverz függvényt!

6. ⇨ Írja le, hogyan kapjuk meg az alábbi grafikonokat az $y = f(x)$ grafikonjából, ha:
   a) $y = -f(x)$,
   b) $y = f(-x)$,
   c) $y = f(x) + c$,
   d) $y = f(x - c)$,
   e) $y = k \cdot f(x)$, $c, k \in \mathbb{R}^+$.

7. ⇨ Jellemezze a $g \circ f$ összetett függvényt, ha $f : A \to B$, $g : B \to C$.

8. ⇨ Határozza meg a függvény határértékét és adja meg két függvény összegének, különbségének, szorzatának és a hányadosának határértékére vonatkozó számítási szabályokat!

9. ⇨ Magyarázza meg a függvény folytonosságának fogalmát! Adjon egy példát, amikor a függvény csak egy pontban nem folytonos!

10. ⇨ Mire következtethet az f függvény grafikonjáról, ha:
    a) $\lim_{x\to\infty} f(x) = a$ vagy $\lim_{x\to-\infty} f(x) = a$,
    b) $\lim_{x\to b} f(x) = \infty$ vagy $\lim_{x\to b} f(x) = -\infty$,
    c) $\lim_{x\to c} f(x) = f(c)$?

6.10.1 Lineáris függvény

11. Definiálja a lineáris függvényt! Milyen a grafikonja? Hogyan függ a grafikon az irányítényezőjétől? Milyenek a grafikonok, ha a két lineáris függvény irányítényezője egyenlő?

12. Írja fel az egyenes egyenletét implicit, explicit és tengelymetszetes alakban! Melyik egyeneseket írhatjuk fel az előbbi alak valamelyikében?

13. Hogyan számítjuk ki két egyenes hajlásszögét a sík egy adott koordináta-rendszerében? Mikor párhuzamos és mikor merőleges két egyenes?

14. Írja fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét a síkban, amelyek
    (a) áthaladnak a $T_0(x_0, y_0)$, ponton!
    (b) nem metszik az adott egyenest!

15. ⇨ Hány megoldása van az $ax + b = 0$ egyenletnek az a és b különböző értékeinél?

16. Hogyan oldunk meg egyismeretlenes lineáris egyenlőtlenségeket? Mik a megoldáshalmazok?

17. ⇨ Vizsgálja meg az $ax + b \geq 0$ $(ax + b \leq 0)$. lineáris egyenlőtlenséget!

18. Jellemezze a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert! Hogyan oldjuk meg? Hány megoldása lehet? Adja meg a geometriai jelentését!

6.10.2 Hatványfüggvény és gyökfüggvény

19. Definiálja a természetes (páros, páratlan) kitevőjű hatványfüggvényt! Ábrázolja az $n = 2, n = 3$ kitevőjű hatványfüggvény grafikonjait, és írja le alapvető tulajdonságaikat!

20. ⇨ Definiálja a természetes kitevőjű hatványfüggvényt! Mutassa be, melyik hatványfüggvények párosak, illetve páratlanok, és a derivált segítségével keresse meg ezen függvények növekedési és csökkenési intervallumait!

21. Azonos koordináta-rendszerben ábrázolja az n-kitevőjű hatványfüggvények grafikonjait, ha $n = -1, -2, -3$, és sorolja fel az alapvető tulajdonságaikat! Mi a negatív kitevőjű hatványfüggvények közös tulajdonsága?

22. Definiálja az $f(x) = \sqrt[n]{x}$ $(n \in \mathbb{N})$. gyökfüggvényt! Ábrázolja azt $n = 2, n = 3$ esetén, és adja meg ezek értelmezési tartományát és értékkészletét!

6.10.3 Másodfokú függvény

23. Mit értünk másodfokú függvényen? Mi az értelmezési tartománya? Sorolja fel a másodfokú függvény felírásának három leggyakoribb alakját, és magyarázza el az egyes paraméterek (együtthatók) jelentését!

24. Írja fel a vegyes másodfokú függvényt! Mi a jelentése egy másodfokú függvény esetében a másodfokú tag együtthatójának, a konstans tagnak és a diszkriminánsnak? Ábrázolja az $f(x) = ax^2,\ a \neq 0$ függvény grafikonját!

25. Hogyan számítjuk ki a másodfokú függvény tengelypontját? Írja fel a másodfokú függvény tengelyponti alakját!
⇨ Vezesse le a másodfokú függvény tengelyponti alakját!

26. Írja fel a másodfokú egyenletet! Hogyan oldjuk meg? Milyen a megoldhatósága az $\mathbb{R}$-ben és a $\mathbb{C}$-ben?

27. ⇨ Fogalmazza meg és bizonyítsa az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenletre vonatkozó Viète-képletet!

28. Hogyan oldunk meg másodfokú egyenlőtlenségeket? Mi a megoldáshalmaz? Segítségül rajzoljon ábrát!

29. ⇨ Melyik x-ekre éri el a másodfokú függvény a szélsőértékét? Milyen ez az érték és mikor minimum ill. maximum?

6.10.4 Exponenciális függvény és a logaritmusfüggvény

30. Definiálja az exponenciális függvényt, adja meg az értelmezési tartományát és értékkészletét! Ábrázolja a grafikonját, és írja le az alapvető tulajdonságait!

31. Definiálja az $a (a > 0,\ a \neq 1)$ alapú logaritmusfüggvényt, és adja meg az értelmezési tartományát és értékkészletét! Ábrázolja a grafikonját, és írja le az alapvető tulajdonságait!

32. Adja meg a logaritmus azonosságait!

33. ⇨ Bizonyítsa be $(a > 0,\ a \neq 1)$:
a) $\log_a x^m = m \log_a x$,
b) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$.

34. ⇨ Adja meg az új alapra történő áttérés képletét a logaritmusoknál, és bizonyítsa őket!

35. ⇨ Magyarázza el az exponenciális függvény használatát a természetes növekedés alkalmazásában!

6.10.5 Polinomfüggvények. Racionális törtfüggvények

36. Definiálja a polinomot, és írja le a polinomokkal való alapműveleteket (összeadás és szorzás)! Mikor egyenlő két polinom?

37. Fogalmazza meg a polinomok osztására vonatkozó alaptételt! Írja le a lineáris polinommal való osztást!

38. Írja le (indoklás, bizonyítás nélkül) a Horner-féle eljárást, és magyarázza el az alkalmazását!

39. Mi a polinom zérushelye? Hány zérushelye van az n-ed fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét?

40. ⇨ Mi a polinom zérushelye (egyszerű, n-ed fokú)? Fogalmazza meg az algebra alaptételét! Hány gyöke van az n-ed fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét?

41. Hány valós (komplex) gyöke van a 3-ad fokú és a 4-ed fokú valós együtthatós polinomnak? Határozzon meg minden lehetőséget! Válaszát indokolja!

42. ⇨ Mutassa be, hogy két valós együtthatós tényezőre bontható az $n \geq 3$ fokú valós együtthatójú polinom egy $a+bi, b \neq 0,$ komplex zérushely ismeretében!

43. Hogyan keressük meg az egész együtthatós polinom egész vagy racionális zérushelyeit? ⇨ Válaszát indokolja!

44. ⇨ Magyarázza el a biszekció módszert a polinom valós zérushelyei keresésénél, illetve az egyenletek megoldásánál! Megtalálhatjuk-e biszekcióval a páros rendű zérushelyet?

45. Magyarázza el a polinom grafikonja ábrázolásának eljárását! Mi a szerepe a grafikon ábrázolásánál a legmagasabb fokú tag együtthatójának, és mi a konstans tagnak? Hogyan viselkedik a polinom grafikonja a zérushely közelében?

46. Hol változtatja meg a polinomfüggvény az előjelét? Hogyan oldunk meg polinom-egyenlőtlenséget?

47. Definiálja a racionális törtfüggvényt! Mi a racionális törtfüggvény zérushelye, és mi a pólusa? Hogyan viselkedik a racionális törtfüggvény grafikonja a végtelenben? Mikor van a racionális törtfüggvény grafikonjának vízszintes aszimptotája, és hogyan határozzuk meg? ⇨ Mikor van a racionális törtfüggvény grafikonjának ferde aszimptotája és hogyan számítjuk ki?

48. ⇨ Hol változtatja meg a racionális törtfüggvény az előjelét? Hogyan oldunk meg racionális egyenlőtlenséget?

6.10.6 Szögfüggvények

49. Definiálja az $f(x) = \sin x$ függvényt tetszőleges szög esetén, és sorolja fel a tulajdonságait!

50. Definiálja az $f(x) = \cos x$ függvényt tetszőleges szög esetén, és sorolja fel a tulajdonságait!

51. Rajzolja meg az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját! Írja fel a zérushelyeit és az szélsőértékeit!

52. ⇨ Ábrázolja az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!

53. Ábrázolja az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját! Írja fel a zérushelyeit és az szélsőértékeit!

54. ⇨ Ábrázolja az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!

55. Definiálja az $f(x) = \tan x$ függvényt tetszőleges szög esetén és sorolja fel a tulajdonságait!

56. Ábrázolja az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját! Írja fel az értelmezési tartományát és a zérushelyeit!

57. ⇨ Ábrázolja az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!

58. Adja meg és bizonyítsa be a pótszögek, a kiegészítő szögek és a negatív szögek közti kapcsolatokat mind a négy szögfüggvényre!

59. Definiálja a hegyesszögek szögfüggvényeit a derékszögű háromszögben, és vezesse le a köztük levő alapvető kapcsolatokat!

60. A szinusz szögfüggvény segítségével fejezze ki a többi három szögfüggvényt az α szög esetén:

    a) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$,

    b) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$.

61. Adja meg a szinusz és a koszinusz addíciós tételét! Vezesse le a kétszeres szög szinusz- és koszinuszképletét!

62. Azonos koordináta-rendszerben rajzolja meg a szinusz- és a koszinusz függvény grafikonját és számítsa ki a metszéspontok koordinátáit!

63. ⇨ Írja le, hogyan ábrázoljuk a következő függvények grafikonjait:
a) $f(x) = a\sin x,\ a \in \mathbb{R}$,
b) $f(x) = \sin kx,\ k \in \mathbb{N}$,
c) $f(x) = \sin\,(x-b),\ b \in \mathbb{R}$,
d) $f(x) = \sin x + c,\ c \in \mathbb{R}$.

64. A szögfüggvények periodikus függvények. Magyarázza el és indokolja ezt a tulajdonságot!

65. ⇨ Definiálja az $f(x) = \arcsin x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és az értékkészlete? Ábrázolja az f függvény grafikonját!

66. ⇨ Definiálja az $f(x) = \arccos x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és az értékkészlete? Ábrázolja az f függvény grafikonját!

67. ⇨ Definiálja az $f(x) = \arctan x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és az értékkészlete? Ábrázolja az f függvény grafikonját!

6.11 Kúpszeletek

1. Sorolja fel és ábrázolja a kúpszeleteket! Magyarázza el a kúpszelet elnevezést!

2. Adja meg a kör geometriai definícióját! Írja fel a $S(p,q)$ középpontú és r sugarú kör egyenletét!

3. ⇨ Adja meg a kör geometriai definícióját! Vezesse le azon kör egyenletét, melynek a középpontja a koordináta-rendszer origójában van és a sugara r *!* Írja fel a $S(p,q)$ középpontú és r sugarú kör egyenletét! Melyik feltétel szükséges ahhoz, hogy az $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ egyenlet kör egyenlete legyen?

4. Adja meg az ellipszis geometriai definícióját, és írja fel annak az ellipszisnek az egyenletét, melyben a féltengelyek a koordinátatengelyekre illeszkednek! Az ellipszist ábrázolja! Írja fel azon ellipszis egyenletét, melynek a középpontja az $S(p,q)$ pont és melynek a féltengelyei párhuzamosak a koordinátatengelyekkel!

5. Adja meg a hiperbola geometriai definícióját, és írja fel annak a hiperbolának az egyenletét, melyben a féltengelyek a koordinátatengelyekre illeszkednek! A hiperbolát ábrázolja!
⇨ Írja fel az $S(p,q)$ középpontú hiperbola egyenletét!

6. Adja meg a parabola definícióját, és írja fel a csúcsponti egyenletét! Határozza meg az $y^2 = 2px$ egyenletű parabola fókuszpontjának a koordinátáit és vezéregyenesének az egyenletét!
⇨ Írja fel a $T(r,d)$ csúcspontú parabola egyenletét!

7. ⇨ Milyen síkbeli ponthalmazokat állíthat elő az $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$ egyenletű görbe, ha legalább egy az A és C paraméterek értéke nem 0?

6.12 Sorozatok és sorok

1. ⇨ Mi a pont ε-környezete a számegyenesen? Írja fel annak a feltételét, hogy az adott x szám az a szám ε-környezetében van!
2. Mi a sorozat? Mikor növekvő (csökkenő), mikor korlátos?
3. ⇨ Mi a sorozat határértéke? Sorolja fel a konvergens sorozatok határértékeivel elvégezhető műveletek szabályait!
4. Mikor számtani a sorozat? Írja fel az általános n -edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két szám számtani közepén?
5. Mikor mértani a sorozat? Írja fel az általános n -edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két pozitív szám mértani közepén?
6. ⇨ Bizonyítsa be, hogy két pozitív szám mértani közepe kisebb vagy egyenlő ugyanazon két szám számtani közepével! Melyik feltételnél egyenlő mindkét közép?
7. ⇨ Mi a sorozat és mikor konvergens?
8. Mikor van a végtelen mértani sorozatnak összege, és mennyi ez?
9. Írja fel és magyarázza el a kamatoskamat-számítás alapfogalmait és képleteit!

6.13 Differenciálszámítás

1. Fogalmazza meg az f függvény deriváltját egy adott pontban és adja meg a geometriai jelentését!
2. Határozza meg azokat a szabályokat, amelyek megadják két függvény összegének, szorzatának, hányadosának és a függvény számszorosának deriváltját!
   ⇨ Vezesse le a deriválható függvény számszorosára vonatkozó képletet!
3. Határozza meg a függvény lokális szélsőértékeit és a függvény szélsőértékét az adott környezetben! Hogyan határozzuk meg a deriválható függvény szélsőértékeit az adott zárt intervallumon?
4. Mi a stacionárius pont? Hogyan állapítjuk meg a derivált segítségével, ha az adott zárt intervallumon a függvény növekvő vagy csökkenő? Hogyan állapítjuk meg a deriváltfüggvény viselkedéséből szélsőérték van-e a stacionárius pontban?
5. Számítsa ki a következő függvények deriváltjait:
   $f(x)=ax^n+b$, $g(x)=c\sqrt[n]{x^m}$, $h(x)=\cos ax$, $u(x)=e^x \ln x$, $a, b, c \in \mathbb{R}$, $n, m \in \mathbb{N}$
6. Hogyan számítjuk ki a függvénygörbe és az abszcisszatengely hajlásszögét? Hogyan számítjuk ki az f és a g függvény grafikonjainak hajlásszögét?
7. ⇨ Mi a stacionárius pont? Hogyan állapítjuk meg a függvény második deriváltjából szélsőérték van-e a stacionárius pontban? Jellemezze a konvex és a konkáv függvényeket!

6.14 Integrálszámítás

1. Mi az f függvény határozatlan integrálja? Hogyan számítjuk ki két függvény összegének ill. különbségének határozatlan integrálját és a függvény számszorosának határozatlan integrálját?
2. Fogalmazza meg a folytonos függvény határozott integráljának geometriai jelentését az adott intervallumon és az integrálszámítás alapvető képletét (Newton-Leibniz képlet)!
3. Sorolja fel a következő határozatlan integrálokat:
   $f(x)=ax+b$ $(a,b \in \mathbb{R})$, $g(x)=mx^n$ $(m,n \in \mathbb{R})$, $h(x)=\sin x$, $u(x)=e^{kx}$ $(k \in \mathbb{R})$.
4. ⇨ Adja meg és magyarázza el a forgástest térfogatát megadó képletet!

5. Hogyan számítjuk ki határozott integrál segítségével azon síkidom területét, amelyet két függvény grafikonja határol?
6. ⇨ Példán magyarázza el az új ismeretlen bevezetésének módszerét a határozatlan és a határozott integrál számításban (helyettesítéses integrálás)!
7. ⇨ Írja fel a parciális integrálás képletét!

6.15 Kombinatorika

1. Fogalmazza meg a szorzat-szabályt és az összeg-szabályt! Mi a fadiagram?
2. Mik az ismétlés nélküli permutációk, és mennyi a számuk? Mik az ismétléses permutációk, és mennyi a számuk?
3. Mi az ismétlés nélküli variáció, és mi az ismétléses variáció? Írja fel a számukat!
4. Mik a kombinációk? Írja fel a számukat megadó képletet! Mi a binomiális együttható és hogyan számítjuk ki? Sorolja fel a tulajdonságait!
5. Fogalmazza meg a binomiális tételt! Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?
   ⇨ Az utolsó választ indokolja!
6. Írja le a Pascal-háromszöget és magyarázza meg, milyen kapcsolatban van a binomiális együtthatókkal!
7. ⇨ Hasonlítsa össze az ismétlés nélküli variációkat a kombinációkkal! Mi az összefüggés a V_n^r és C_n^r számok közt?

6.16 Valószínűség-számítás

1. Írja le a valószínűség-számítás alapfogalmait: kísérlet, esemény (lehetetlen, biztos, véletlen, elemi, összetett) és definiálja az esemény valószínűségét!
2. Mi az események összege, és mi az ellentett esemény? Hogyan számítjuk ki az ellentett esemény valószínűségét és az események összegének a valószínűségét?
3. ⇨ Mi az események szorzata? Hogyan számítjuk ki? Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki ilyen események szorzatának valószínűségét?
4. ⇨ Definiálja a feltételes valószínűséget! Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki a független események szorzatának valószínűségét?
5. ⇨ Írja le a Bernoulli-féle kísérletsorozatot! Hogyan számítjuk ki az esemény valószínűségét a Bernoulli-féle kísérletsorozatban?

6.17 Statisztika

1. Példa segítségével írja le a statisztikai alapfogalmakat: alapsokaság, minta, statisztikai elem, statisztikai jellemző, statisztikai paraméter!
2. Mit értünk középértéken (számtani középen), mediánon, móduszon és hogyan számítjuk ki ezeket?
3. Írja le a statisztika adatbemutatásait három különböző módon!
4. Magyarázza meg a fogalmakat: variációs távolság, standard eltérés, interkvartilis távolság!

7 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény 4. szakasza értelmében minden jelölt egyenlő feltételek alatt tesz érettségi vizsgát. A sajátos nevelési igényű jelöltek részére, akiket megfelelő végzéssel irányítottak az adott képzési programba, indokolt esetben pedig más (sérült vagy beteg) jelöltek számára is − hiányosságuk, korlátaik, zavaruk mértékének megfelelően − módosítani kell az érettségi vizsga lebonyolításának, valamint tudásuk értékelésének módját.[4]

A következő módosítások lehetségesek:

1. az érettségi vizsgát két részben, két egymást követő időszakban teljesíthetik;
2. meghosszabbíthatják számukra az érettségi vizsga idejét (beleértve a szüneteket is, illetve több rövidebb szünetet iktathatnak be) és szükség esetén meg is szakíthatják a vizsgát;
3. módosíthatják számukra a vizsgaanyag formáját (pl. Braille-írás; nagyítás; a vizsgaanyag szövegének lemezre írása, a vizsgaanyag lemezre vétele);
4. külön helyiséget biztosíthatnak számukra;
5. megfelelően módosítják a vizsga körülményeit (erősebb világítás, az asztal megemelésének lehetősége ...);
6. speciális segédeszközöket biztosítanak számukra (Braille-írógép, megfelelő írószerek, fóliák domború rajz készítéséhez);
7. a vizsgán más személy is segítségükre lehet (pl. az írásban vagy olvasásban, magyar jelnyelvi tolmács, vakok és gyengén látók segítője);
8. számítógépet használhatnak az olvasáshoz és/ vagy íráshoz;
9. módosíthatják számukra a szóbeli vizsgát és a hallás utáni értést mérő vizsgarészt (felmentés, szájról olvasás, jelnyelvre való fordítás);
10. módosíthatják az értékelést (pl. a jelölt betegségéből eredő vétségeket nem tekintjük hibának; az értékeléskor a külső értékelők együttműködnek a sajátos nevelési igényű jelöltekkel történő kommunikáció szakembereivel).

[4] A szöveg az általános érettségi vizsga minden tantárgyára vonatkozik, és értelemszerűen kell alkalmazni az egyes vizsgák esetében.

8 IRODALOMJEGYZÉK

Az általános érettségi vizsgára való felkészülésben a jelöltek a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található meg, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján (www.zrss.si) olvasható.

9 MELLÉKLET

9.1 Matematikai jelek

► Logika

$\neg$	negáció
$\wedge$, &	konjunkció
$\vee$	diszjunkció
$\Rightarrow$	implikáció
$\Leftrightarrow$	ekvivalencia
$\forall$	mindegyik olyan elemre
$\exists$	létezik olyan elem

► Halmazok

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\{x_1, x_2, ...\}$	az x_1, x_2 ... elemek halmaza
$\{x;...\}$, $\{x \mid ...\}$	minden olyan x halmaza, hogy …
$m(A)$, $\lvert A\rvert$	az A halmaz elemeinek száma (a halmaz számossága)
$\mathcal{P}A$, $\mathcal{P}(A)$	az A halmaz hatványhalmaza
$\varnothing$, { }	üres halmaz
$\mathcal{U}$	alaphalmaz
A^C, A'	az A halmaz komplementuma
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}$, $(-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+$, $(0, \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+$, $[0, \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-$, $(-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza

$\mathbb{C}$	a komplex számok halmaza
$\subset$, $\subseteq$	részhalmaz
$\not\subset$	nem részhalmaz
$\cup$	egyesítés, unió
$\cap$	metszet
\ , $-$	a halmazok különbsége
$[a,b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a \leq x \leq b\}$
$[a,b)$	intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a \leq x < b\}$
$(a,b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a < x \leq b\}$
(a,b)	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

► Relációk és műveletek

(a,b)	rendezett pár
$A \times B$	Descartes-szorzat (direkt szorzat)
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq$, $\approx$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\leq$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\geq$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz (összeadás)
$-$	minusz (kivonás)
$\cdot$, $\times$	-szor, -szer, -ször (szorzás)
:	osztva (osztás)
$a \mid b$	a osztója b -nek
$D(a,b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a,b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
$\sum$	összegzés (szumma) jele
$\lvert a \rvert$	az a szám abszolút értéke

► Komplex számok

i	képzetes egység
Re z	a z komplex szám valós része
Im z	a z komplex szám képzetes része
$\lvert z \rvert$	a z komplex szám abszolút értéke
$\overline{z}$, z^*	a z komplex szám konjugáltja

► Geometria. Vektorok

$d(A,B)$	az A és B pont távolsága
$\lvert AB\rvert$	az AB szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\parallel$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	az $\overrightarrow{AB}$ vektor, az $\vec{a}$ vektor
$s\vec{a}$	a $\vec{a}$ vektor szorzása az s számmal
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzata
$\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}$	az ortonormált bázis vektorai
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	az $\vec{a}$ vektor, ahol az a_1, a_2, a_3 az $\vec{a}$ vektor koordinátái
$\lvert\vec{a}\rvert$	az $\vec{a}$ vektor hossza
$\vec{r}_A$	az A pont helyvektora
$A(x,y)$	az x és y koordinátájú A pont a síkban
$A(x,y,z)$	az x, y és z koordinátájú A pont a térben
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

► Függvények

f	az f függvény
$f : A \to B$	az A halmazt a B halmazba leképező f függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$-t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
f^{-1}	az f függvény inverze
$f \circ g$	az f és a g függvény összetett függvénye
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	az f függvény határértéke, amikor x tart a – hoz
$\lim\limits_{n \to \infty} a_n$	az a_n általános tagú sorozat határértéke

$f'(x)$, $\frac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	az f függvény első deriváltja
$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	az f függvény határozatlan integrálja
$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	az f függvény a -tól b -ig vett határozott integrálja

► Kombinatorika. Valószínűség-számítás. Statisztika

P_n	n elem ismétlés nélküli permutációnak száma
$P_n^{m_1,m_2,\ldots,m_k}$	n elem ismétléses permutációinak száma
$n!$	n faktoriális
V_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	n elem r -ed osztályú ismétléses variációinak száma
$\binom{n}{k}$	binomiális együttható (n alatt a k)
C_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény
N	lehetetlen esemény
$E_1, E_2, E_3,\ldots$	elemi események
A'	az A esemény ellentettje
$A \cup B$, $A + B$	az A és a B események összege
$A \cap B$, $A \cdot B$	az A és a B események szorzata
$A \setminus B$	az A és a B események különbsége
$A \subset B$	az A esemény maga után vonja a B esemény bekövetkezését
$P(A)$	az A esemény valószínűsége
$P(A / B)$	az A esemény B -re vonatkoztatott feltételes valószínűsége (feltételes valószínűség)
$\overline{x}$, μ	középérték
σ^2	variancia vagy szórásnégyzet
σ	szórás

9.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, ha n páratlan természetes szám

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, ha $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő átalakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax + by - c = 0$ egyenletű egyenestől: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right|$

Az $A(x_1,y_1),\ B(x_2,y_2),\ C(x_3,y_3)$ csúcsú háromszög területe:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ a hiperbola valós tengelye

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ a parabola fókuszpontja

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$