Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 2 2 4 0 2 1 2 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Ponedeljek, 27. avgust 2012 / 90 minut
2012. augusztus 27., hétfő / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne.
A feladatlap 16 oldalas, ebből 3 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	**4.**

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani 14 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 4 strukturált feladatot tartalmaz. Az első két feladat megoldása kötelező, a másik kettőből válasszon ki egyet, és azt oldja meg.Összesen 40 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

A táblázatban "x"-szel jelölje meg, hogy melyik feladatot értékeljék. Ha ezt nem teszi meg, a megoldott feladatok közül az elsőt értékelik.

3.	***4.***

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 14–16 oldal tartalék. Ide csak akkor írjon, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, hogy melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem veszik figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \ldots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \ldots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}},\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}},\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1,y_1),\ B(x_2,y_2),\ C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós tengelye*

Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Prazna stran

Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

Naloga 1 je obvezna.
Az 1. feladat kötelező.

1. Nalogo rešujte brez uporabe računala.

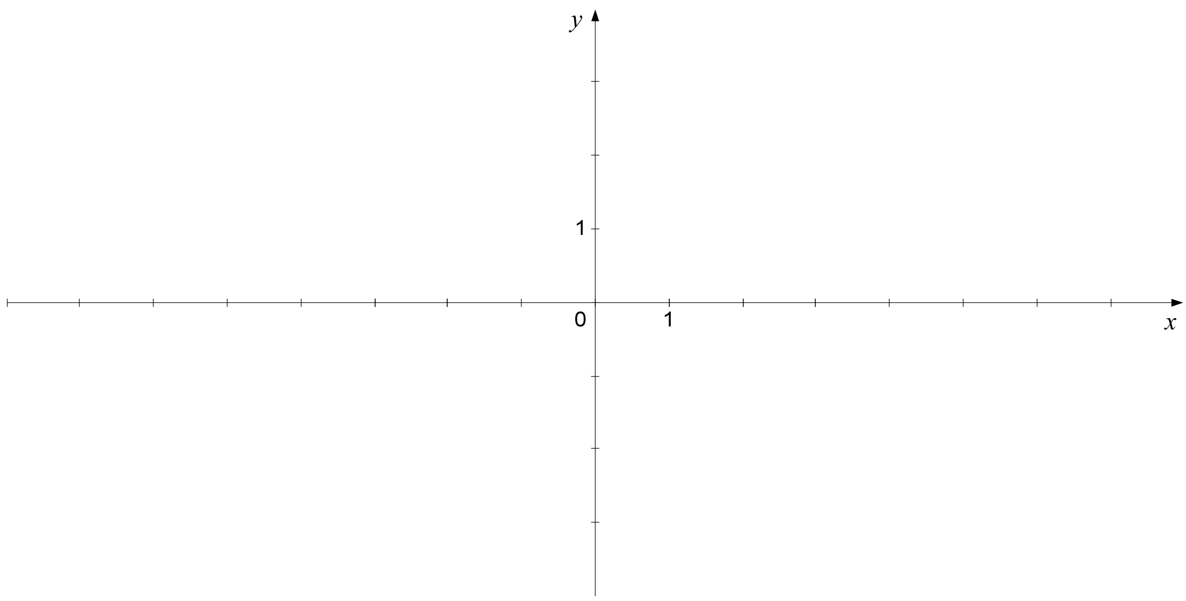
   A feladatot zsebszámológép használata nélkül oldja meg!

   Dana je funkcija $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

   Adott az $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ *függvény.*

   1.1. Zapišite ničlo, enačbo asimptote, stacionarne točke in narišite graf funkcije f. Zapišite še definicijsko območje in zalogo vrednosti te funkcije.
   Írja fel a zérushelyét, az asszimptotájának egyenletét, a stacionárius pontokat, és ábrázolja az f *függvény grafikonját! Írja fel az adott függvény értelmezési tartományát és értékkészletét is!*

   (5 točk/pont)



   1.2. Zapišite vsa presečišča grafa funkcije f s premico, ki je dana z enačbo $y=\dfrac{x}{5}$.
   Izračunajte tangens kota med to premico in grafom funkcije f v presečišču z največjo absciso.
   Írja fel az f *függvény grafikonja és az* $y=\dfrac{x}{5}$ *egyenletű egyenes összes metszéspontját!*
   Számítsa ki az adott egyenes és az f *függvény grafikonja által bezárt szög tangensét a legnagyobb abszcisszájú metszéspontban!*

   (5 točk/pont)

   1.3. Za katera realna števila k ima premica z enačbo $y=kx$ z grafom funkcije f tri presečišča? Odgovor utemeljite.
   Mely k *valós számok esetén van az* $y=kx$ *egyenletű egyenesnek és az* f *függvény grafikonjának három metszéspontja? Válaszát indokolja meg!*

   (4 točke/pont)

Naloga 2 je obvezna.
A 2. feladat kötelező.

2. Rešite te naloge iz aritmetičnih zaporedij:

Oldja meg az alábbi, számtani sorozatokra vonatkozó feladatokat:

2.1. Za katera realna števila x je zaporedje $x-5,\ \frac{1}{2}(x-1),\ x^2-5$ aritmetično?

Mely x *valós számok esetén lesz az* $x-5,\ \frac{1}{2}(x-1),\ x^2-5$ *sorozat számtani sorozat?*

(3 točke/pont)

2.2. Kolikšna je vsota vseh naravnih števil med 1000 in 10000, deljivih s 17?
Mekkora az összes 1000 *és* 10000 *közötti,* 17 *-tel osztható természetes szám összege?*

(4 točke/pont)

2.3. Dolžine stranic trikotnika oblikujejo aritmetično zaporedje, srednja meri $7{,}5\ \text{cm}$. Ploščina trikotnika je enaka $\frac{15\sqrt{33}}{4}\ \text{cm}^2$. Natančno izračunajte dolžini najkrajše in najdaljše stranice trikotnika.
A háromszög oldalhosszúságai számtani sorozatot alkotnak, a középső $7{,}5\ \text{cm}$*. A háromszög területe* $\frac{15\sqrt{33}}{4}\ \text{cm}^2$*. Pontosan számítsa ki a háromszög legrövidebb és leghosszabb oldalának hosszúságát!*

(4 točke/pont)

2.4. Zapišite prvi člen a_1, razliko d in splošni člen a_n aritmetičnega zaporedja, ki ima vsoto prvih n členov enako $S_n = 2n^2 + 3n$.
Írja fel a számtani sorozat a_1 *első tagját,* d *különbségét és* a_n *általános tagját, ha az első* n *tag összege* $S_n = 2n^2 + 3n$ *-nel egyenlő.*

(3 točke/pont)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.
A 3. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap első oldalán!

3. V vrečki je shranjenih devet listkov, na katerih so zapisana naravna števila od 1 do 9 (na vsakem listku drugo število). Andrej naključno izvleče iz vrečke dva listka hkrati. Naj bodo A, B in C ti dogodki:

   A – Na obeh listkih, ki ju je izvlekel Andrej, sta zapisani lihi števili.
   B – Vsota števil na listkih, ki ju je izvlekel Andrej, je liho število.
   C – Zmnožek števil na listkih, ki ju je izvlekel Andrej, je število, deljivo z 10.

   A zacskóba kilenc lapot tettünk, amelyekre ráírtuk az 1 és 9 közötti természetes számokat (minden lapra másik számot). Andrej találomra kihúz a zacskóból egyszerre két lapot. Jelöljük A -val, B -vel és C -vel az alábbi eseményeket:

   A – Mindkét lapon, amelyet Andrej kihúzott, páratlan szám áll.
   B – Az Andrej által kihúzott lapokon levő számok összege páratlan szám.
   C – Az Andrej által kihúzott lapokon levő számok szorzata osztható 10-zel.

   3.1. Izračunajte verjetnosti dogodkov A, B in C.
   Számítsa ki az A, B és C események valószínűségét!

   (7 točk/pont)

   3.2. Izračunajte pogojno verjetnost $P(C/B)$.
   Számítsa ki a $P(C/B)$ feltételes valószínűséget!

   (2 točki/pont)

   3.3. Andrej naključno izvleče iz vrečke dva listka hkrati in ju vrne v vrečko. Ta poskus ponovi trikrat. Izračunajte verjetnost dogodka D, da je Andrej listek s številom 1 izvlekel natanko dvakrat.
   Andrej találomra kihúz a zacskóból egyszerre két lapot, majd visszateszi őket. Ezt a kísérletet háromszor megismétli. Számítsa ki annak a D eseménynek a valószínűségét, hogy Andrej az 1-es számot tartalmazó lapot pontosan kétszer húzta ki.

   (3 točke/pont)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.
A 4. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap első oldalán!

4. Pravilna štiristrana piramida ima rob osnovne ploskve dolžine 2. Sosednja stranska robova piramide oklepata kot 2φ $\left(0<\varphi<45°\right)$.
A szabályos négyoldalú gúla alaplapjának élhosszúsága 2. *Két szomszédos odlaléle* 2φ $\left(0<\varphi<45°\right)$ *szöget zár be egymással.*

4.1. Izrazite površino piramide s kotom φ.
Fejezze ki a gúla felszínét a φ *szöggel!*

(3 točke/pont)

4.2. Izračunajte kot φ, pri katerem je prostornina piramide $V=\frac{4}{3}$.
Számítsa ki azt a φ *szöget, amelynél a gúla térfogata* $V=\frac{4}{3}$.

(3 točke/pont)

4.3. Pokažite, da je prostornina piramide $V=\dfrac{4\sqrt{\cos 2\varphi}}{3\sin\varphi}$.
Mutassa meg, hogy a gúla térfogata $V=\dfrac{4\sqrt{\cos 2\varphi}}{3\sin\varphi}$.

(4 točke/pont)

4.4. Naj bo $\varphi=30°$. Pokažite, da sta pri tem kotu nasprotna stranska robova piramide pravokotna.
Legyen $\varphi=30°$. *Mutassa meg, hogy ebben az esetben a gúla szemközti oldalélei merőlegesek egymásra.*

(2 točki/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL