



Codice del candidato:

| |
|--|
| |
|--|

Državni izpitni center



P 1 3 1 C 1 0 1 1 1 1

SESSIONE PRIMAVERILE

MATEMATICA

Prova d'esame

Sabato, 8 giugno 2013 / 120 minuti

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.

Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglierne due e risolverli. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte. In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
| | | |

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 vuote.

FORMULE

1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:** $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:** $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:** $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:** $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:** $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con A)

- **Triangolo:** $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta (r) e di quella circoscritta (R) a un triangolo:**
 $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{s}$, $\left(s = \frac{a+b+c}{2} \right)$
- **Triangolo equilatero:** $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$, $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$, $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:** $A = \frac{e \cdot f}{2}$
- **Parallelogramma:** $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:** $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Teorema dei seni:** $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:** $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$
- **Rombo:** $A = a^2 \sin \alpha$
- **Trapezio:** $A = \frac{a+c}{2} h$
- **Area di un settore circolare:**
 $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$

3. Aree e volumi dei solidi (B indica l'area di base)

- **Prisma:** $A_t = 2B + A_l$, $V = B \cdot h$
- **Piramide:** $A_t = B + A_l$, $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:** $A_t = 4\pi r^2$, $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:** $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$, $V = \pi r^2 h$
- **Cono:** $A_t = \pi r^2 + \pi r l$, $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$
- **Vertice:** $V(p, q)$, $p = \frac{-b}{2a}$, $q = \frac{-D}{4a}$
- $ax^2 + bx + c = 0$
- **Zeri:** $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$, $D = b^2 - 4ac$

6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

7. Successioni

- **Progressione aritmetica:** $a_n = a_1 + (n-1)d$, $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:** $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$, $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:** $M = C + I$, $I = \frac{Cn \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:** $M = C(1+i)^n$, $i = \frac{P}{100}$

8. Elaborazione dati (statistica)

- **Valore medio (media aritmetica):** $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$,
 $\bar{x} = \frac{f_1 x_1 + f_2 x_2 + \dots + f_k x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

9. Derivate

- | | |
|--|--|
| <ul style="list-style-type: none"> • Derivate di alcune funzioni elementari: | <ul style="list-style-type: none"> • Regole di derivazione: |
| $f(x) = x^n$ $f'(x) = nx^{n-1}$ | $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ |
| $f(x) = \text{sen } x$ $f'(x) = \text{cos } x$ | $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$ |
| $f(x) = \text{cos } x$ $f'(x) = -\text{sen } x$ | $(k \cdot f(x))' = k \cdot f'(x)$ |
| $f(x) = \text{tan } x$ $f'(x) = \frac{1}{\text{cos}^2 x}$ | $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{g^2(x)}$ |
| $f(x) = \ln x$ $f'(x) = \frac{1}{x}$ | $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ |
| $f(x) = e^x$ $f'(x) = e^x$ | |

10. Calcolo combinatorio e calcolo della probabilità

- **Permutazioni semplici (senza ripetizioni):** $P_n = n!$
- **Disposizioni semplici (senza ripetizioni):** $D_{n,r} = \frac{n!}{(n-r)!}$
- **Disposizioni con ripetizione:** $D'_{n,r} = n^r$
- **Combinazioni semplici (senza ripetizioni):** $C_{n,r} = \frac{D_{n,r}}{r!} = \frac{n!}{r!(n-r)!} = \binom{n}{r}$
- **Probabilità di un evento casuale E :** $P(E) = \frac{m}{n} = \frac{\text{numero dei casi favorevoli}}{\text{numero dei casi possibili}}$

Pagina vuota

PARTE PRIMA.**Risolvete tutti i quesiti.**

1. In ogni riga cerciate la risposta corretta.

 $\log_5 25$ è uguale a

| | | | |
|----|---------------|---|---|
| -2 | $\frac{1}{2}$ | 2 | 5 |
|----|---------------|---|---|

 $8^{\frac{1}{3}}$ è uguale a

| | | | |
|---------------|---------------|---|----------------|
| $\frac{8}{3}$ | $\frac{3}{8}$ | 2 | $\frac{1}{24}$ |
|---------------|---------------|---|----------------|

La derivata della funzione
 $f(x) = 5x^3$ è uguale a

| | | | |
|--------|---------|--------|-------|
| $8x^2$ | $15x^2$ | $3x^2$ | $15x$ |
|--------|---------|--------|-------|

Il valore dell'espressione $\frac{1 - \sin^2 x}{\cos^2 x}$
per $\cos^2 x \neq 0$ è uguale a

| | | | |
|---|----------|----------|---|
| 1 | $\sin x$ | $\cos x$ | 0 |
|---|----------|----------|---|

(4 punti)

2. La spesa per l'energia elettrica per la fabbricazione di un prodotto ammonta a 40 EUR, che rappresentano il 20 % del prezzo del prodotto.
Qual è il prezzo del prodotto?

(4 punti)

3. Risolvete l'equazione: $\frac{a}{2} - \frac{6a-4}{4} = 3$.

(4 punti)

4. Nell'acquisto della nuova automobile Math, un cliente ha la possibilità di scegliere fra 8 colori diversi, 3 tipi diversi di completi accessoriati interni, e fra il motore diesel e quello a benzina. Fra quanti tipi di automobile Math, il cliente può scegliere la sua macchina?

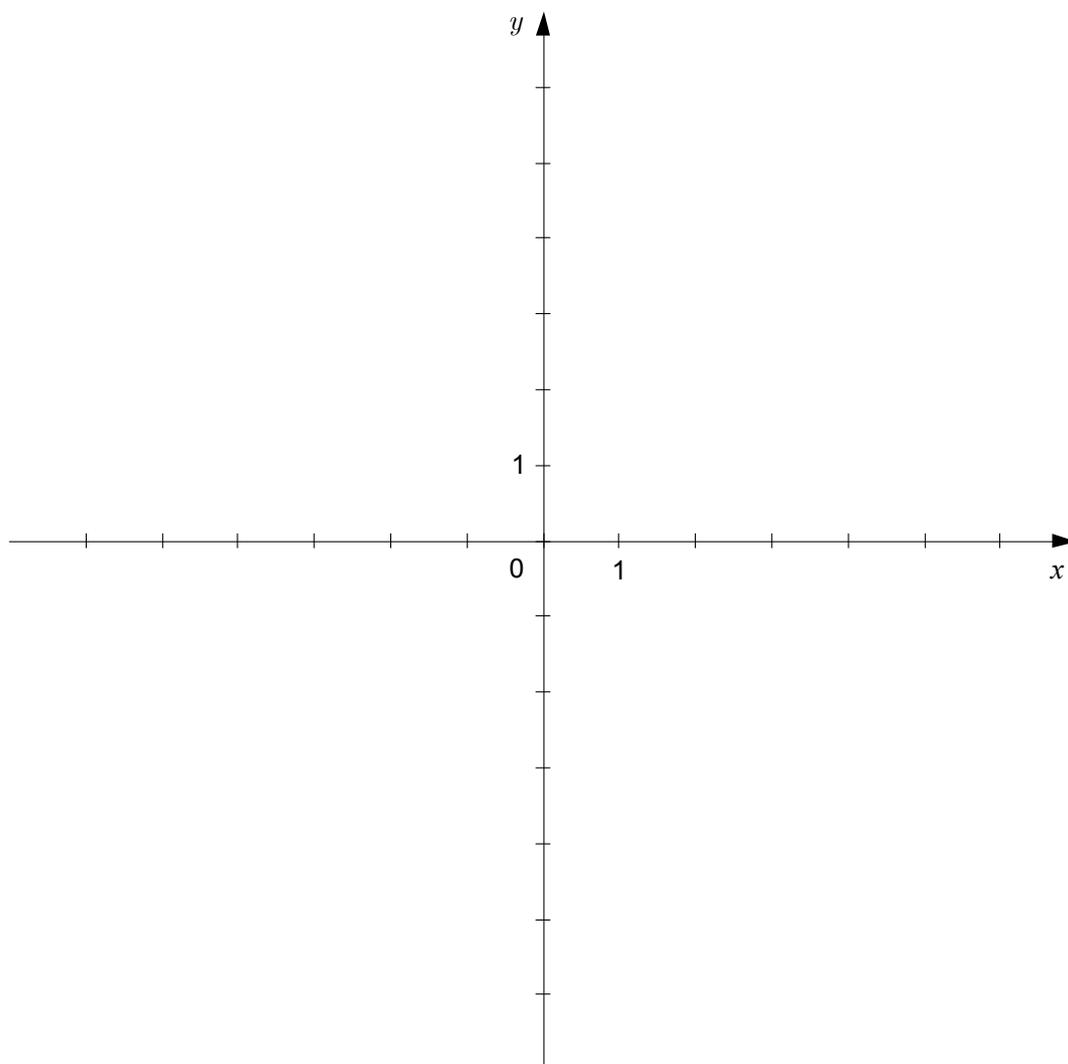
(4 punti)

5. Jaka è andato in vacanza con una certa somma di denaro. Il primo giorno ha speso 80 EUR, ogni giorno successivo invece 12 EUR in meno del giorno precedente. Calcolate quanto denaro ha speso Jaka il quarto giorno, e quanto ha speso complessivamente in cinque giorni.

(4 punti)

6. Calcolate lo zero, il polo e scrivete l'equazione dell'asintoto della funzione $f(x) = \frac{2x-2}{x+1}$.
Fate lo schizzo del grafico della funzione f .

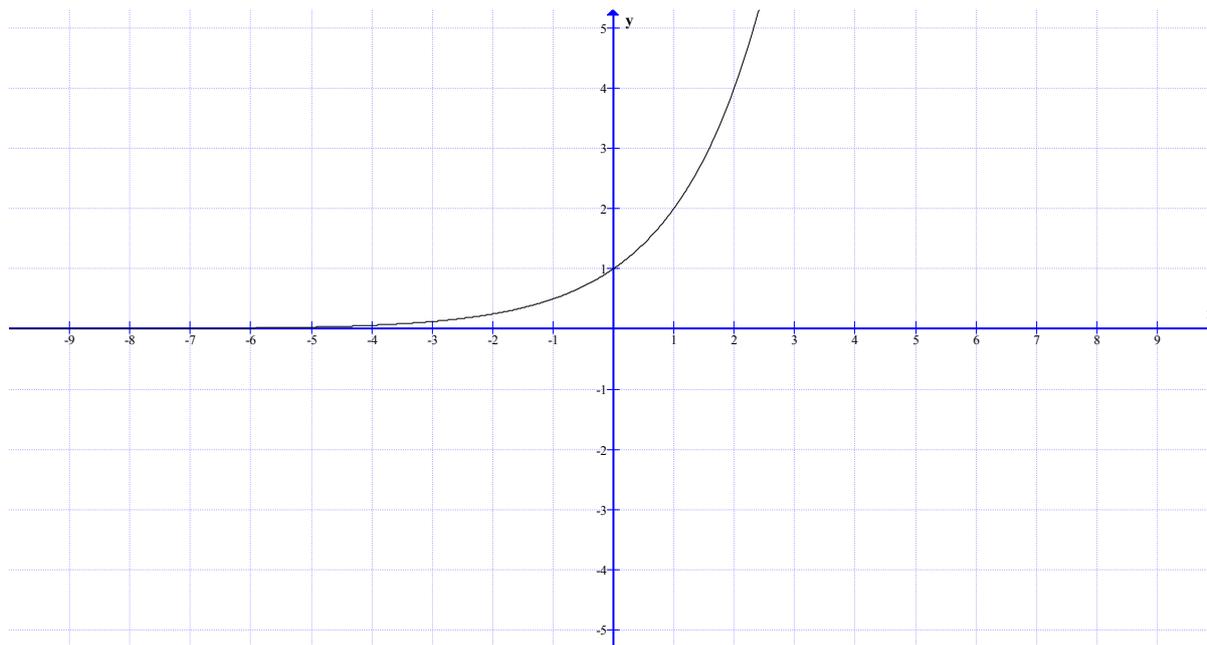
(5 punti)



7. Il settore circolare con l'angolo al centro $\alpha = 120^\circ$, ha l'area di $12\pi \text{ cm}^2$. Fate lo schizzo e calcolate il valore esatto della lunghezza dell'arco che delimita tale settore.

(5 punti)

8. La figura mostra il grafico della funzione esponenziale $f(x) = a^x$, definita per ogni numero reale x .



Leggete dal grafico il dato appropriato, calcolate la base a e scrivete la funzione f .
Determinate il dominio (campo di definizione) e il codominio (l'insieme immagine) della funzione f .

(5 punti)

9. Calcolate lo zero e l'ordinata all'origine (intercetta) della funzione $f(x) = -2x + 4$ e disegnate il suo grafico.
Scrivete l'intervallo nel quale la funzione assume valori negativi.

(5 punti)

PARTE SECONDA.

Scegliete due quesiti, nella tabella della prima pagina del foglio d'esame indicate i loro numeri progressivi e risolvetele.

1. È dato il polinomio $p(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 4$.

1.1. Calcolate gli zeri e l'ordinata all'origine (intercetta) del polinomio p .

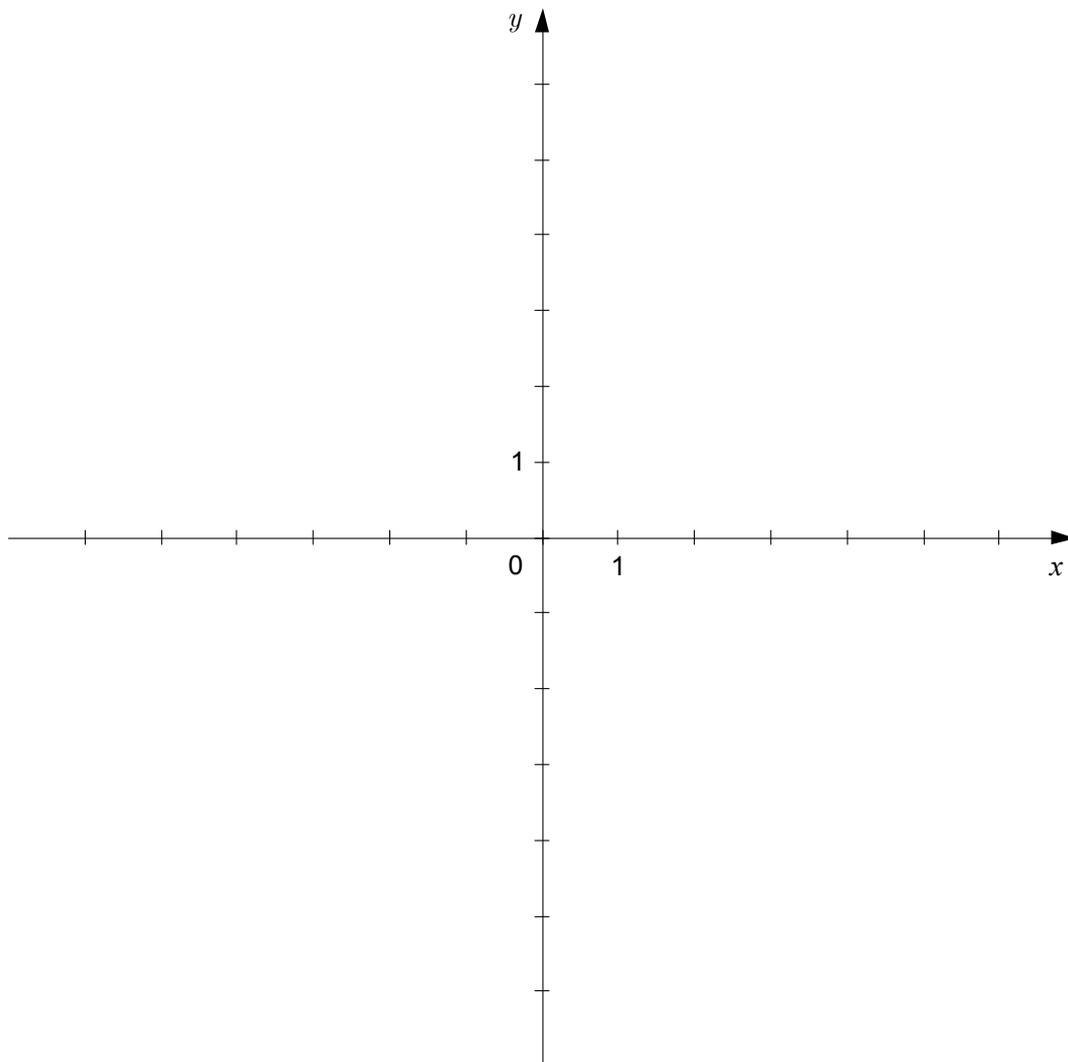
(6 punti)

1.2. Disegnate il grafico del polinomio nel piano cartesiano dato e scrivete per quali valori di x il polinomio p assume valori positivi.

(4 punti)

1.3. Calcolate i valori della variabile x per i quali la tangente al grafico del polinomio è parallela all'asse delle ascisse.

(5 punti)



2. I vertici di un rettangolo sono dati con i punti $A(1,1)$, $B(7,1)$, $C(7,3)$ e $D(1,3)$ nel sistema di coordinate (piano cartesiano).

2.1. Disegnate il rettangolo $ABCD$ nel piano cartesiano e calcolane il suo perimetro.

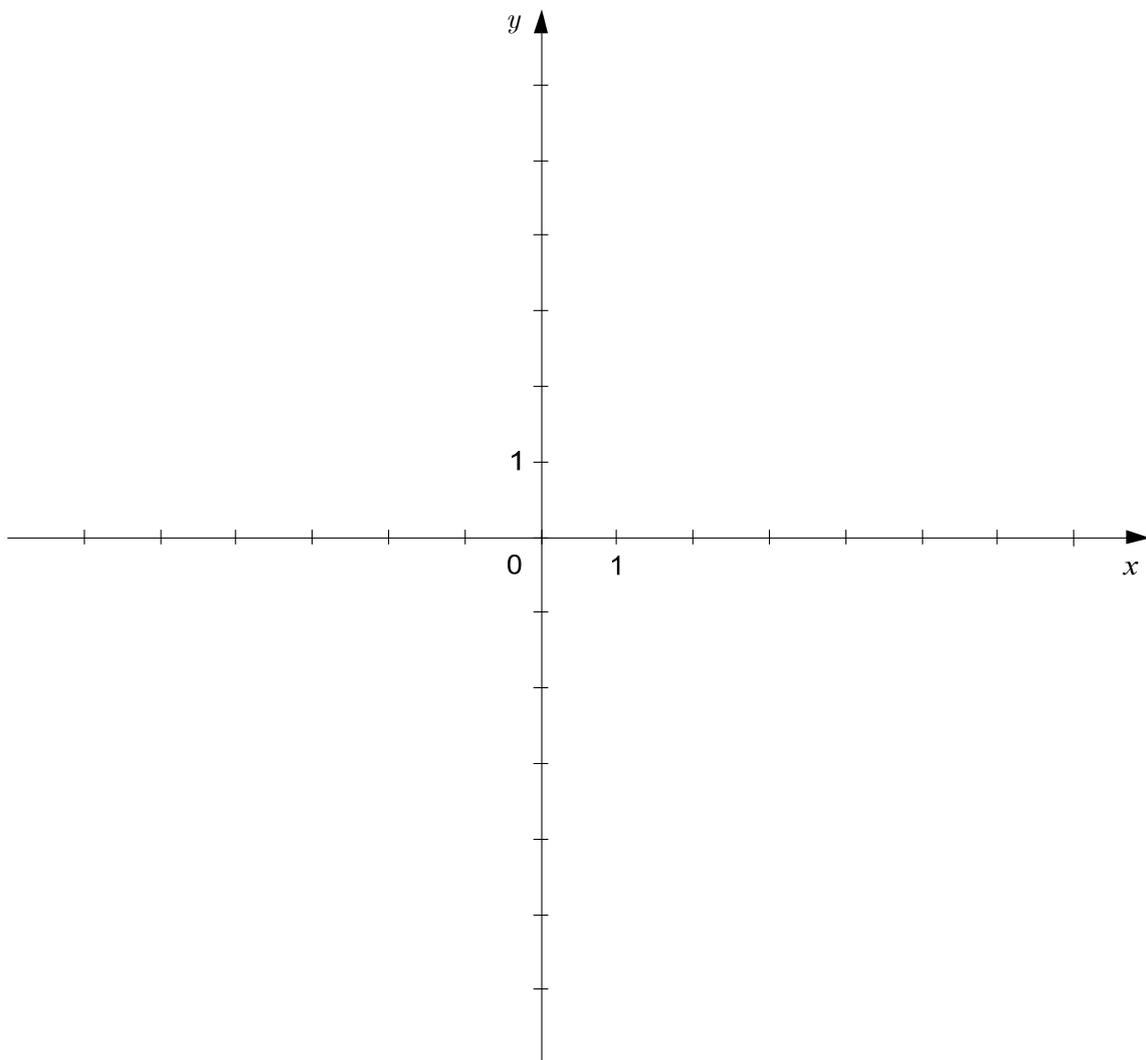
(5 punti)

2.2. Il punto T , appartenente al lato AB , divide il lato nel rapporto $|AT| : |TB| = 1 : 2$, il punto S , invece, dimezza il lato BC . Disegnate, nel piano cartesiano, i punti T e S e calcolate la lunghezza del segmento TS .

(6 punti)

2.3. Il rettangolo $ABCD$ rappresenta l'area della superficie laterale di un prisma a base triangolare. La base del prisma è un triangolo equilatero. L'altezza del prisma $h = 2$. Calcolate il volume del prisma.

(4 punti)



3. Nella tabella sono riportati i redditi dei lavoratori di un'azienda:

| Classe | Redditi (in EUR) | Frequenze assolute | Frequenze relative |
|--------|------------------|--------------------|--------------------|
| 1 | da 500 a 600 | 150 | |
| 2 | da 600 a 700 | 250 | |
| 3 | da 700 a 800 | 200 | |
| 4 | da 800 a 900 | 150 | |
| 5 | da 900 a 1000 | 50 | |

- 3.1. Completate la tabella con le frequenze relative e calcolate la percentuale dei lavoratori che guadagnano più di 800 EUR.

(6 punti)

- 3.2. Calcolate il reddito medio e rappresentate i dati con l'istogramma.

(6 punti)

- 3.3. Calcolate la probabilità che un lavoratore, scelto a caso, appartenga alla 5^a classe di reddito.

(3 punti)

Pagina vuota