



---

Državni izpitni center

---



M 1 5 2 4 0 1 1 3

JESENSKI IZPITNI ROK

**Osnovna in višja raven**  
**MATEMATIKA**

---

---

NAVODILA ZA OCENJEVANJE

**Torek, 25. avgust 2015**

---

**SPLOŠNA MATURA**

---

Popravljena moderirana različica

---

---

**IZPITNA POLA 1**

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatačna navodila</b>
1.1	1	♦ narisani interval $A$	
			
1	1	♦ narisani interval $B$	
			
1.2	1	♦ zapisani interval $A \cup B = [-2, 5]$	
	1	♦ zapisani interval $A \cap B = [1, 3)$	
	1	♦ zapisani interval $A \setminus B = [-2, 1)$	
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatačna navodila</b>
2.1	2	♦ izračunan kot $\alpha = 29,1^\circ$	Le zapis, npr. $\tan \alpha = \frac{5}{9} \dots 1$ točka.
2.2	2	♦ izračunana hipotenuza $x = 5,5$	Le zapis, npr. $\sin 65^\circ = \frac{5}{x} \dots 1$ točka.
2.3	2	♦ izračunana stranica $y = 7,5$	Le uporaba kosinusnega izreka, npr. zapis $y^2 = 6^2 + 7^2 - 2 \cdot 6 \cdot 7 \cdot \cos 70^\circ \dots 1$ točka. (Za rešitve, dobljene z mejenjem, dobi kandidat 0 točk.)
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
3.1	1	♦ zapisana ali upoštevana differenca $d = 3$	
	1	♦ zapisan peti člen $a_5 = 15$	
	2	♦ izračunana vsota prvih 100 členov $s_{100} = 15150$	Le zapis ali uporaba formule za vsoto prvih $n$ členov aritmetičnega zaporedja ... *1 točka.
3.2	1	♦ zapisan ali upoštevan količnik $q = 2$	
	1	♦ zapisan četrti člen $a_4 = 24$	
	2	♦ izračunana vsota prvih 15 členov $s_{15} = 98301$	Le zapis ali uporaba formule za vsoto prvih $n$ členov geometrijskega zaporedja ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
4.1	1	♦ izpostavitev skupnega faktorja, npr. $2^{x-1}(1+6)$	
	1	♦ zapis enačbe, npr. $2^{x-1} = \frac{1}{8}$	
	1	♦ rezultat: $x = -2$	
4.2	1	♦ preoblikovanje enačbe, npr. $\log(x(x+2)) = 1$	
	1	♦ zapis enačbe, npr. $x(x+2) = 10$	
	1	♦ izračunani rešitvi kvadratne enačbe: $x_1 = -1 + \sqrt{11}, x_2 = -1 - \sqrt{11}$	
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
<b>5.1</b>	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ ugotovitev <math>\cos(2x) - 1 = -2\sin^2 x</math></li> <li>♦ zapis ali uporaba <math>\sin(2x) = 2\sin x \cos x</math></li> </ul>	Le zapis ali uporaba $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x \dots 1$ točka.
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ rezultat: <math>-\tan x</math></li> </ul>	
<b>5.2</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ uporaba adicijskega izreka: <math>\cos(x + 30^\circ) = \cos x \cos 30^\circ - \sin x \sin 30^\circ</math></li> <li>♦ uporaba adicijskega izreka: <math>\sin(x - 60^\circ) = \sin x \cos 60^\circ - \cos x \sin 60^\circ</math></li> <li>♦ zapis ali upoštevanje: <math>\sin(180^\circ - x) = \sin x</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ rezultat, npr. <math>\sqrt{3} \cos x</math></li> </ul>	
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
<b>6.1</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ izračun vektorja <math>\overrightarrow{AB} = (-6, 3, 6)</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ izražen vektor, npr. <math>\vec{r}_M = \vec{r}_A + 2\overrightarrow{AB}</math>, ali</li> <li>zapis vektorja, npr. <math>\overrightarrow{AM} = (x - 3, y + 2, z - 1)</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ rešitev <math>M(-9, 4, 13)</math></li> </ul>	
<b>6.2</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ zapis ali uporaba <math>\vec{b} \cdot \vec{r}_A = 0</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ zapis ali uporaba <math>\vec{r}_A = (3, -2, 1)</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ zapisana enačba, npr. <math>(x+1) \cdot 3 - 4 - 4x = 0</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>♦ rešitev <math>x = -1</math></li> </ul>	
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
7	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisani presečišči, npr. <math>A(1, 0)</math>, <math>B(0, -1)</math></li> </ul>	$1 + 1$ Le zapis, npr. $x = 1$ in $y = -1 \dots 1$ točka.
1	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisana enačba navpične asimptote <math>x = -\frac{1}{2}</math></li> </ul>	
1	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisana enačba vodoravne asimptote <math>y = \frac{1}{2}</math></li> </ul>	
2	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>narisan graf funkcije</li> </ul>	Vsaka veja po 1 točko, pravilen graf brez narisanih asimptot le 1 točka.
1	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>izračunan odvod <math>f'(x) = \frac{3}{(2x+1)^2}</math></li> </ul>	
1	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>ugotovitev, npr.: Funkcija <math>f</math> nima stacionarnih točk, ker je <math>f'(x) \neq 0</math> za vsak <math>x \in D_f</math>.</li> </ul>	
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
8.1	2	♦ število besed, npr. $5! = 120$	1 + 1
8.2	2	♦ število besed, npr. $5 \cdot 4 = 20$	1 + 1
8.3	1	♦ število vseh izborov, npr. $n = \binom{5}{3}$	(Reševanje z variacijami točkujemo analogno.)
	1	♦ število ugodnih izborov, npr. $m = 1$	
	1	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(A) = \frac{1}{10}$	
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
9	1	♦ ureditev neenačbe, npr. $2x^3 - x^2 - 3x < 0$	
	2	♦ izračunani korenji $x_1 = 0$ , $x_2 = -1$ in $x_3 = \frac{3}{2}$ ali razcep izraza	Le dva korena ali dva faktorja ... *1 točka.
	2	♦ rešitev, npr. $x \in (-\infty, -1) \cup \left(0, \frac{3}{2}\right)$	1 + 1 (*1 točko dobi kandidat za pravilno zapisano unijo odprtih intervalov s sicer napačno izračunanimi korenji ali za unijo zaprtih ali polzaprptih intervalov s pravilno izračunanimi korenji. Če kandidat pravilno reši svojo, sicer napačno neenačbo, dobi le *1 točko.)
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		(Reševanje z uporabo enačbe točkujemo analogno.)

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
10.1	2	♦ zapisani točki $A(0, -3)$ , $B(4, 0)$	1 + 1 Le zapis $y = -3$ in $x = 4$ ... 1 točka.
10.2	2	♦ zapisano središče $S\left(2, -\frac{3}{2}\right)$ in polmer $r = \frac{5}{2}$	1 + 1 Le zapis enačbe krožnice $(x - 2)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{25}{4}$ ... 1 točka.
10.3	1	♦ zapis ali uporaba ugotovitve, da je ploščina senčenega dela razlika med ploščino polkroga $\frac{\pi r^2}{2}$ in ploščino pravokotnega trikotnika $\frac{3 \cdot 4}{2} : S = \frac{\pi r^2}{2} - \frac{3 \cdot 4}{2}$	
	1	♦ rezultat, npr. $S = \frac{25\pi - 48}{8}$	
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		

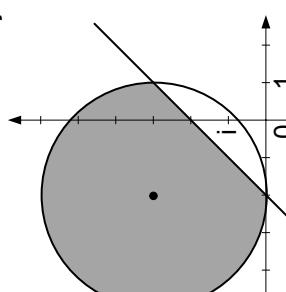
Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
11	2	♦ izračunani abscisi presečišč $x_1 = 0$ , $x_2 = 3$	Le zapis enačbe $x + 2 = x^2 - 2x + 2$ ... 1 točka.
	2	♦ zapisana ploščina, npr. $S = \int_0^3 ((x+2) - (x^2 - 2x + 2)) dx$	*1 + 1
	2	♦ izračunan nedoločeni integral $\int (-x^2 + 3x) dx = -\frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + C$ (tudi brez $C$ )	1 + 1 Le uporaba pravila za integracijo potence v vseh členih integranda ... *1 točka.
	1	♦ izračunana ploščina $S = \frac{9}{2}$	
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
<b>12.1</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ zapis ali uporaba kotne funkcije, npr. <math>\cos 67^\circ 11'</math> za izračun relativne višine Triglava glede na dom Planika, npr.  <math>h_t = 1194 \cdot \cos 67^\circ 11'</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ izračun <math>h_t = 463</math> m</li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ izračunana nadmorska višina Planike, npr.  <math>h = 2864 - h_t = 2401</math> m</li> </ul>	
<b>12.2</b>	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ ugotovitev, da je 50,7 cm na zemljevidu v naravi 25350 m</li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ ugotovitev, da je ena kateta pravokotnega trikotnika razlika nadmorskih višin Triglava in Stola, npr. <math>k = 628</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ rezultat <math>d = \sqrt{25350^2 + 628^2} = 25358</math> m</li> </ul>	
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		

**Skupno število točk IP 1: 80**

## IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatačna navodila
1.1	3	♦ $x = \frac{k\pi}{3}$ , $k \in \mathbb{Z}$	Le $x_1 = 0 \dots 1$ točka. Le zapis ali uporaba enačbe $\sin 3x = 0 \dots 1$ točka.
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
1.2	1	♦ zapis ali upoštevanje točke A , npr. $A\left(\frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$	
	1	♦ izračunan odvod $f'(x) = 6x \cos(3x) + 2 \sin(3x)$	
*1		♦ izračunan smerni koeficient tangente: $k = 2$	
	1	♦ zapisana enačba tangente: $y = 2x$	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
1.3	1	♦ nastavek za izračun ploščine: $S = \int_0^{\frac{\pi}{3}} 2x \sin(3x) dx$	
	1	♦ zapis ali uporaba formule za integracijo "per partes", npr. $\int u dv = uv - \int v du$	
	1	♦ zapis ali uporaba $u = 2x \Rightarrow du = 2dx$	
	1	♦ zapis ali uporaba $dv = \sin(3x) dx \Rightarrow v = -\frac{1}{3} \cos(3x)$	
	2	♦ izračun nedoločenega integrala: $\int 2x \sin(3x) dx = -\frac{2}{3}x \cos(3x) + \frac{2}{9} \sin(3x) + C$ (tudi brez C)	
	1	♦ izračunana ploščina: $\frac{2\pi}{9}$	
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata na navodila
2.1	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisana enačba, npr. <math> (-2-x)+3i  = \sqrt{10}</math></li> <li>izračunana absolutna vrednost, npr.  <math> (-2-x)+3i  = \sqrt{x^2+4x+13}</math></li> </ul>	
	1	rešitvi $x_1 = -1$ , $x_2 = -3$	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>preoblikovanje enačbe <math>u \cdot \overline{u} = 13</math> v enačbo <math>x^2 + y^2 = 13</math></li> </ul>	
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>rešitve: <math>u_{1,2} = -1 \pm 2\sqrt{3}</math>, <math>u_{3,4} = -3 \pm 2i</math></li> </ul>	Vsa j dve rešitvi ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		
2.2	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>ugotovitev, da je trejta rešitev enačbe <math>-2-3i</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>zapisana enačba v razcepni oblik, npr.  <math>(x - (-2+3i))(x - (-2-3i))(x - 1) = 0</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>ureditev enačbe, npr. <math>x^3 + 3x^2 + 9x - 13 = 0</math></li> </ul>	
	1	<ul style="list-style-type: none"> <li>rešitev: <math>a = 3</math>, <math>b = 9</math>, <math>c = -13</math></li> </ul>	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
2.3	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>slika z osenčenim območjem</li> </ul>	<p>Le narisana krožnica s središčem v <math>-2+3i</math> in polmerom 3 ter narisana premica <math>y = x+2</math> ... 1 točka.</p> 
	2	<ul style="list-style-type: none"> <li>izračunana ploščina območja, npr. <math>S = \frac{9(3\pi+2)}{4}</math></li> </ul>	Le ugotovitev, da je ploščina $S$ enaka vsoti $\frac{3}{4}$ ploščine kroga in ploščine pravokotnega trikotnika ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatačna navodila
<b>3.1</b>	1	♦ $\overrightarrow{BS} = -\frac{1}{2}\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b} + \vec{c}$ , $\overrightarrow{CP} = -\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$	
	1	♦ izračunan skalarni produkt $\overrightarrow{BS} \cdot \overrightarrow{CP} = \frac{1}{4}a^2$	
	1	♦ zapis ali uporaba formule za izračun kota: $\cos \varphi = \frac{\overrightarrow{BS} \cdot \overrightarrow{CP}}{ \overrightarrow{BS}   \overrightarrow{CP} }$	
*1		♦ izračunani dolžini $ \overrightarrow{BS}  = \frac{a\sqrt{6}}{2}$ , $ \overrightarrow{CP}  = \frac{a\sqrt{5}}{2}$	
	1	♦ rezultat $\varphi = 79,4803^\circ$	
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		
<b>3.2</b>	1	♦ ugotovitev, da je največji kot $\not\propto DPF$	
	1	♦ izračunane dolžine stranic trikotnika $DPF$ : $\frac{a}{2}$ , $\frac{3a}{2}$ , $a\sqrt{3}$	
*1		♦ uporaba kosinusnega izreka za izbrani kot	
	1	♦ izračunan kot $\varphi_P = 109,4712^\circ$	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>3.3</b>	1	♦ izračunana ali upoštevana prostornina krogle $V = \frac{\pi a^3}{6}$	
	1	♦ izračunano razmerje med prostorninama, npr. $\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi}{6}$	
	1	♦ Odgovor, npr.: Prostornina včrtane krogle je za 48 % manjša od prostornine kocke.	
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodata navodila
<b>4.1</b>	1	♦ narisane točke $A, B, C$ in $D(1, 5)$	
	1	♦ zapisano središče $S(3, 5)$	
	1	♦ izračunan polmer $r = 2\sqrt{5}$	
	1	♦ zapisana enačba krožnice, npr. $(x - 3)^2 + (y - 5)^2 = 20$	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>4.2</b>	2	♦ izračunana ploščina štirikotnika $S_{ABCD} = 24$	Le pravilna uporaba ustreznih formul za izračun ploščine $S_{ABCD} \dots 1$ točka.
<b>Skupaj</b>	<b>2</b>		
<b>4.3</b>	1	♦ izpeljava $V = \frac{\pi(\frac{f}{2})^2 e_1}{3} + \frac{\pi(\frac{f}{2})^2 e_2}{3} =$	
	1	♦ $= \frac{\pi f^2}{12}(e_1 + e_2) = \frac{\pi f^2 e}{12}$	
<b>Skupaj</b>	<b>2</b>		
<b>4.4</b>	1	♦ zapis vsote kvadratov razdalij kot funkcije abscise iskane točke, npr. $f(x) = (x - 1)^2 + 1^2 + (7 - x)^2 + 7^2$	
	1	♦ ureditev funkcije: $f(x) = 2x^2 - 16x + 100$	
	1	♦ izračun odvoda: $f'(x) = 4x - 16$	
	1	♦ rešitev: $x = 4$	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		

Skupno število točk IP 2: 40