Ljubljana 2010

MATEMATIKA

Általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógus

▶ **Splošna matura**

A tantárgyi vizsgakatalógus a 2012. évi tavaszi vizsgaidőszaktól érvényes az új megjelenéséig.

A katalógus érvényességéről mindig a folyó évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik abban az adott évben, amikor a jelölt érettségi vizsgát tesz.

ric
Državni izpitni center

TARTALOMJEGYZÉK

1 BEVEZETŐ

A matematika általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógusa (a továbbiakban katalógus) Az érettségi vizsgáról szóló törvény és a megfelelő jogszabályok értelmében leírja a tantárgyból teendő vizsgát, valamint Az általános vizsga a vizsgák és tantárgyi vizsgakatalógusok szerkezetéről szóló tanácsi határozatok értlmében is, amelyek az érvényes *Érettségi vizsgakatalógusban* kerültek rözgítésre.

A matematika az érettségi vizsga közös részének a tantárgya, és kötelező mindegyik jelölt[1] számára. A vizsga tartalma és a célja a gimnáziumi[2] matematika tanmeneten alapul. Matematikából az érettségi vizsga alapszinten (ASZ) ill. emelt szinten (ESZ) végezhető el. Alapszinten az alapvető ismeretek ellenőrizhetők, emelt szinten pedig az elemi és magasabb szintű ismeretek. A ⇨ jel azokat a tartalmakat és célokat jelöli, melyek csak ESZ-ten ellenőrizhetők.

A katalógus:

1. tartalmazza a vizsga céljait;
2. leírja az írásbeli és a szóbeli vizsga szerkezetét, értékelését mindkét szinten;
3. feltünteti az engedélyezett segédeszközöket, továbbá a kötelező eszközöket;
4. tartalmazza a gimnáziumi matematika tanmenet céljait és tartalmait;
5. tartalmazza a szóbeli vizsga mintakérdéseit;
6. tartalmazza a jelöléseket és a matematikai terminológiát.

[1] A tantárgyi vizsgakatalógusban férfi főnevek vannak alkalmazva, melyek értelemszerűen kapcsolódnak az általános, közös megnevezésekhez (pl. a jelölt, a vizsgáztató). Úgy a női mint a férfi nemre vonatkoznak.

[2] A gimnáziumi matematika tanmenete [Elektronikus forrás]: általános, klasszikus és szakgimnázíum: kötelező tantárgy és érettségi (560 órás képzés) / tantárgyi bizottság Amalija Žakelj [et al.]. - Ljubljana: Szlovén Oktatási, Tudományos és Sportminisztérium: Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete, 2008.

2 A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogy a jelölt képes-e:

- matematikai szövegeket olvasni, és az ilyen szöveget szabályosan matematikai nyelvre fordítani (értelmezni);
- pontosan bemutatni a matematikai tartalmakat írásban, táblázatok, grafikonok vagy diagramok formájában;
- számítási feladatokat végezni, meghatározott pontossággal felírni az eredményt, és képes annak érvényességét megítélni;
- a számításnál alkalmazni a megfelelő módszert;
- az információ-kommunikációs technológiát (IKT) alkalmazni a matematikai problémák megoldásakor;
- az alapvető eszközöket alkalmazni a szerkesztésnél;
- tolmácsolni, átalakítani és helyesen alkalmazni a szavakkal vagy szimbólumokkal bemutatott matematikai kijelentéseket;
- felismerni és alkalmazni a kölcsönös viszonyokat a sík- és a térgeometriai idomok közöt;
- logikusan következtetni az adott matematikai adatokból;
- felismerni a sémákat és a struktúrákat különböző helyzetekben;
- elemezni a problémát, és kiválasztani a megoldás meghatározásának megfelelő eszközét;
- meglátni és felhasználni a különböző matematikai területek kölcsönösségét;
- alkalmazni a különböző matematikai technikák kombinációját a problémák megoldásában;
- logikusan és érthetően bemutatni a matematikai dolgozatot megfelelő szimbolika és terminológia alkalmazásával;
- a matematikát alkalmazni a mindennapi életben;
- a matematikát kommunikációs eszközként alkalmazni, hangsúlyozva a pontos kifejezés fontosságát.

3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga szerkezete

ALAPSZÍNT

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összosztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	120 perc	80 %	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép és geometriai eszközök (körző és két háromszög, vonalzó is lehet)	A képletmelléklet a feladatlap része.
Összesen	**120 perc**	**80 %**			

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összosztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 rövid kérdés	20 percig	20 %	belső	grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép és geometriai eszközök
Összesen	**20 percig**	**20 %**		

EMELT SZÍNT

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összosztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	90 perc	53,33 %	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép és geometriai eszközök (körző és két háromszög, vonalzó is lehet)	A képletmelléklet a feladatlap része.
2	90 perc	26,67 %			
Összesen	**180 perc**	**80 %**			

Az 1. feladatlap befejezése után, tehát a 2. feladatlap kezdete előtt, 30 percnyi szünet van.

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összosztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 rövid kérdés (1 vagy 2 ⇨ jellel jelölt kérdés)	20 percig	20 %	belső	grafikus képernyő nélküli és szimbólumos számítás elvégzésének lehetőségét kizáró numerikus zsebszámológép és geometriai eszközök
Összesen	**20 percig**	**20 %**		

3.2 Feladattípusok és értékelés

ALAPSZÍNT

► Írásbeli vizsga

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	Rövid feladatok	12	Mindegyik feladat 5-től 8 pontig
Összesen		**12**	**80 pont**

► Szóbeli vizsga

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
A kérdéshez a szabályok szerint feladat is társul.	3	Mindegyik kérdés 4 pont
Összesen	**3**	**12 pont**

EMELT SZÍNT

► Írásbeli vizsga

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	Rövid feladatok	12	Mindegyik feladat 5-től 8 pontig **Összesen 80 pont**
2	Nehezebb feladatok	4 Az első két feladat kötelező, az utolsó kettőből a jelölt 1 feladatot választ ki és ezt oldja meg.	Mindegyik feladat 10-től 20 pontig **összesen 40 pont**

► **Szóbeli vizsga**

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
A kérdéshez a szabályok szerint feladat is társul.	3	Mindegyik feladat 4 pont
Összesen	**3**	**12 pont**

3.3 A vizsga és az egyes részek értékelésének a kritériumjai

3.3.1 A takszonómiai szintek részei

A takszonómiai szintek	Feladatlap (ASZ és ESZ)	Feladatlap (ESZ)	Szóbeli vizsga (ASZ)	Szóbeli vizsga (ESZ)
I. Ismeretanyag	legalább 30 %	legalább 10 %	legalább 30 %	legalább 10 %
II. Megértés és alkalmazás	30–50 %	40–60 %	30–50 %	40–60 %
III. Önálló interpretálás, értékelés, az új problémák önálló megoldása	maximum 30 %	maximum 40 %	maximum 30 %	maximum 40 %
Összesen	**100 %**	**100 %**	**100 %**	**100 %**

3.3.2 Az egyes vizsgarészek értékelésének kritériumai

► Írásbeli vizsga

A feladatok az értékelési utasítások alapján kerülnek értékelésre. Az egyes lépéseket külön pontozzuk, melyek pedig különböző takszonómiai színtűek lehetnek. A feladat megoldásában világosan eś helyesen legyen bemutatva a megoldásig vezető út a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt. A szerkesztési feladatok megoldásakor a jelölteknek a geometriai eszközöket kell használniuk

► Szóbeli vizsga

Az egyes kérdésekhez tartozó válaszokra a jelölt legkevesebb 0 és maximum 4 pontot kap.

Az összes 4 pontot az a jelölt kapja meg, aki teljesen önállóan és helyesen válaszolt a kérdésre (és megoldja a feladatot, ha ez adott). Csak a helyesen megoldott feladatra a jelölt maximum 2 pontot kap.

3.3.3 Összosztályzat

A vizsga összosztályzata az egyes vizsgarészek (írásbeli rész és szóbeli rész) százalékpontjának összege alapján kerül meghatározásra. Az Általános Érettségi Országos Bizottság az Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottság javaslatára meghatározza a százalékpontok osztályzatokra (1-5) való átalakításának kritériumait, emelt szinten pedig a százalékpontok szerinti pontozás (1-8) átalakításának kritériumait is. Ezek a kritériumok a tavaszi és az őszi vizsgaidőszakra egyaránt érvényesek.

4 A VIZSGA TARTALMA ÉS CÉLJA

Az általános érettségi alapszinten az elemi tudásanyagot és célokat az érvényes tanmenet alapján határozza meg. Emelt szinten az elemi és magasabb szintű tudás kerül ellenőrzésre. Az érettséginél a választható tárgyak esetében a tudásszint nem kerül ellenőrzésre.

A ⇨ jel jelöli azokat a célokat és tartalmakat, melyek csak az emelt szinten kerülnek ellenőrzésre.

4.1 A logika alapjai

Tartalmak	**Célok**
	A jelölt:
Kijelentések és kapcsolatok közöttük	– felírja a kijelentést,
Összetett kijelentések	– meghatározza a kijelentés logikai értékét,
A műveletek prioritása	– felírja szimbólumokkal az összetett kijelentést,
Tautológia	– kiszámítja az összetett kijelentés logikus értékét az elemi kijelentések összes értékeinél,
Egyenlőértékű (ekvivalens) kijelentések	– megállapítja a két kijelentés egyenlőértékűségét.

4.2 Halmazok

Tartalmak	**Célok**
	A jelölt:
Alapfogalmak: elem, halmaz, az elem beletartozása a halmazba, részhalmaz, üreshalmaz, alaphalmaz	– ismeri az alafogalmakat, szimbólumokkal jelöli az elemek és a halmazok közti viszonyokat,
Szimbólumokkal való felírás	– különböző módokat alkalmaz a halmazok szemléltetésére,
Venn-diagram	– számol a halmazokkal,
Metszet, egyesítés (unió), különbség, a komplementer halmazok	– megkeresi a véghalmaz hatványhalmazát,
⇨ A halmazműveletek jellegzetességei	– megrajzolja a két halmaz Descartes-féle szorzatának grafikonját,
Hatványhalmaz	– két vagy három halmaz egyesítésének az ereje képletét használja, valamint a véges halmazok Descartes -féle szorzat képletét alkalmazza.
Descartes -féle szorzat	
A halmaz számossága	
⇨ A hatványhalmaz számossága	

4.3 Számhalmazok

4.3.1 Természetes számok és egész számok

Tartalmak

Az aritmetikai műveletek és ezek tulajdonságai

Prímszámok és összetett számok

⇨ Matematikai indukció

Decimális számjegyű felírás

A 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel és 10-zel való oszthatóságnak a kritériumai

Az oszthatósági reláció

A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös

A maradékos osztás alaptétele

⇨ Euklideszi algoritmus és a D és a v közti kapcsolat

A tízes számrendszer

⇨ A kettes számrendszer

Célok

A jelölt

- ismeri a természetes számok jelentőségét és az egész számok bevezetésének az okát, valamint az alkalmazásuk példáját,
- alkalmazza az aritmetikai műveleteket a természetes és az egész számok halmazán, valamint példák alapján indokolja a műveletek tulajdonságát,
- szemlélteti a természetes és az egész számokat a számegyenesen,
- ⇨ induktív módon következtet, általánosít, az általánosítást bebizonyítja ill. cáfolja és matematikai indukció segítségével bizonyít,
- az egész számokra alkalmazza a decimális számjegyű felírást,
- indokolja és alkalmazza az alapvető oszthatósági kritériumokat,
- ismeri és alkalmazza az oszthatósági reláció jellegzetességeit,
- meghatározza a két vagy több egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét,
- alkalmazza az egész számok maradékos osztásának alaptételét,
- ⇨ alkalmazza az Euklideszi algoritmust a legnagyobb közös osztó keresésére,
- ⇨ nehezebb feladatokban problémák alapján alkalmazza a $Dv = ab$ kapcsolatot,
- ⇨ alkalmazza a tízes számrendszer és a kettes számrendszer közti átalakítást;

4.3.2 Racionális számok

Az aritmetikai műveletek és ezek tulajdonságai

A racionális számok tizedes törttel való felírása

Részek és százalékok

Százalékszámítás

- ismeri és indokolja a racionális számok bevezetésének az okát,
- szemlélteti a racionális számokat a számegyenesen,
- zámol racionális számokkal,
- indokolja és alkalmazza a racionális számok tizedes törttel való felírását, és megkülönbözteti a tizedes törteket és az egyéb törteket,
- számol decimális számokkal,
- alkalmazza a részeket és a százalékokat, valamint a százalékszámítást a mindennapi feladatokban és ügyesen használja a zsebszámológépet;

4.3.3 Valós számok

Tartalmak	Célok
Irracionális számok Valós számok a számegyenesen (a valós tengelyen) Intervallumok Végleges decimális közelítő értékek A valós szám abszolút értéke és jellegzetességei Egyenletek abszolút értékkel ⇨ Egyenlőtlenségek abszolút értékkel Az abszolút és a relatív hiba	– ismeri és indokolja a valós számok bevezetésének az okát, – felsorolja valamennyi irracionális szám példáját, – Pitagorasz-tétel segítségével megszerkeszt néhány négyzetgyököt irracionális szám példájaként, – a számegyenest valós tengelyként interpretálja, – kerekíti a decimális számokat, – összekapcsolja a valós számok abszolút értékének geometrikus és analitikus bemutatását, – egyszerűsíti az abszolútértékes kifejezéseket és egyszerű egyenleteket old meg, – ⇨ megold a valós számok abszolút értékeit tartalmazó egyszerű egyenlőtlenségeket, – összehasonlítja az abszolút és a relatív hiba jelentését és megítéli a két adat összegének, különbségének, szorzatának és a kvóciensének abszolút és relatív hibáját;

4.3.4 Komplex számok

Tartalmak	Célok
A komplex számok geometriai ábrázolása a komplex síkban Számtani műveletek és ezek jellegzetességei Valós együtthatókkal való egyenletek megoldása	– ismeri és indokolja a komplex számok bevezetésének az okát, – szemlélteti a komplex számot a komplex síkban, – analitikus és grafikus módon összeadja és kivonja a komplex számokat, – szorozza a komplex számokat, – levezeti az i szám hatványok kiszámításának a szabályát, – meghatározza a konjugált szám analitikus és geometrikus jelentése közti kapcsolatot, – meghatározza a komplex szám abszolút értéke analitikus és geometrikus jelentése közti kapcsolatot, – levezeti és alkalmazza a komplex számok osztásának a szabályát, – kiszámítja a komplex szám inverz értékét, – megkeresi az egyenletek komplex megoldásait is.

4.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Számtani műveletek kifejezésekkel A kifejezések hatványozása A kifejezések tényezőkre való bontása Törtekkel való számítás Egyenletek és egyenlőtlenségek Lineáris egyenletek Felbontható egyenlet ⇨ Paraméteres lineáris egyenlet Lineáris egyenlőtlenség ⇨ Paraméteres lineáris egyenlőtlenség	– összehasonlítja és megkülönbözteti a kifejezés és egyenlet felírását és jelentését, valamint a változó és az ismeretlen felírását és jelentését, – az algebrai kifejezéseket össszeadja és kivonja, – alkalmazza és megindokolja a két tagú algebrai kifejezés négyzetének és köbének a szabályait, – a Pascal-féle háromszög segítégével meghatározza a két tagú algebrai kifejezések magasabb rendű hatványait és ezeket alkalmazza is, – felismeri és alkalmazza az adott kifejezés megfelelő tényezőkre való bontási módját: kiemelés, a négyzetek különbsége, a köbök összege és különbsége, *Vièta*-képlet, a négytagú algebrai kifejezés tényezőkre való bontása, – ⇨ tényezőkre való bontás: $a^n \pm b^n$, – algebrai törtekkel számol (mind a négy számítási művelet és a zárójelekkel való kifejezések), – alkalmazza az ekvivalens átalakítások szabályait az egyenletek esetében, és ezeket az egyenleteket ügyesen megoldja, – felismeri és megoldja a lineáris egyenletet, – felismeri és megoldja a felbontó egyenleteket, – ügyesen kifejezi az ismeretleneket a különböző fizikai és kémiai egyenletekből, – ⇨ elemzi a paraméteres lineáris egyenleteket, – alkalmazza az ekvivalens átalakítások szabályait az egyenlőtlenségek esetében és az egyenlőtlenség megoldási lépéseit indokolja, – felismeri és megoldja a lineáris egyenlőtlenséget, – ⇨ elemzi az egyszerű paraméteres lineáris egyenlőtlenségeket.

4.5 Hatványok és gyökök

Tartalom	Célok
	A jelölt
Természetes kitevőjű hatványok	– indokolja és alkalmazza a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait,
Egész kitevőjű hatványok	– indokolja és alkalmazza az egész kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait és ezeket összehasonlítja a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályaival,
n-kitevőjű gyök	– megmagyarázza az a^{-1} és az a^{-n} felírások jelentését,
Racionális kitevőjű hatványok	– alkalmazza a négyzetgyök gyökvonási szabályokat,
⇨ Irracionális egyenletek	– összehasonlítja és indokolja az egyszerű másodfokú egyenletetek $x^2 = a,\ a > 0,\ a \in \mathbb{R}$ megoldását tényezőkre való bontással vagy gyökvonással
	– összehasonlítja és indokolja az egyszerű $x^n = a,\ a \in \mathbb{R},\ n \in \mathbb{N}$ egyenletek megoldását a valós számok halmazában gyökvonás segítségével és tényezőkre való bontással,
	– megmagyarázza és alkalmazza a $\sqrt{x^2} = \lvert x \rvert$ kapcsolatot,
	– pontosan kiszámítja a valós számok köbgyökeit (fejből) és zsebszámológép segítségével,
	– megkülönbözteti a valós szám n-kitevőjű gyökének létezésére vonatkozó feltételeket (a gyöktényező és a gyökalap szempontjából),
	– ügyesen alkalmazza a zsebszámológépet az n-kitevöjű gyökök kiszámítására,
	– átalakítja az n-kitevőjű gyök felírását racionális kitevőjű hatvány felírására,
	– összekapcsolja és összehasonlítja az n-kitevőjű gyökökkel való feladatok megoldását a racionális kitevőjű hatványokkal való feladatok megoldásával,
	– ⇨ felismeri az irracionális egyenletet és ezt megoldja, valamint indokolja az irracionális egyenlet megoldásának lépéseit és interpretálja a megoldásokat.

4.6 A síkbei és a térbeli geometria

Tartalmak

- Pontok, egyenesek és körök a síkban
- Távolság, szakasz, szakaszhordozó egyenes, a szakasz felezőmerőlegese, félegyenes, szög
- A szögök fajtái és a szögek közti viszonyok
- Háromszög, sokszög
- A háromszög nevezetes pontjai
- Merev eltolások és egybevágóság
- Párhuzamos eltolás, tükrözés, körforgás, a háromszög orientációja
- Merőleges vetület
- A középponti és a kerületi szög
- A félkörben levő szög
- Középponti eltolás, hasonlóság
- A derékszögű háromszög tételei
- Paralelogramma, rombusz, trapéz
- Szerkesztési feladatok
- A koszinusztétel és a szinusztétel
- ⇨ A tér ponthalmazai
- Az egyenesek és a síkok párhuzamossága és merőlegessége a térben
- Az egyenes merőleges vetülete a síkra

Célok

A jelölt:

– elsajátítja az Euklideszi geometria alapvetű fogalmait,

– elsajátítja a geometriai szemléletet és gyakorlatban felismeri meg a matematika elmélet alapvetű standardjait,

– ismeri a definiciókat és alkalmazza a geometriai idomok jellegzetsségeit,

– alkalmazza a háromszög belső és külső szögei közti kapcsolatokat, valamint a háromszög oldalai és szögei közti viszonyokat is,

– alkalmazza a középponti és a kerületi szög közti kapcsolatot az egység körív fölött,

– meg tudja különböztetni az egybevágó és hasonló háromszögeket,

– alkalmazza a derékszögű háromszög tételeit,

– megszerkeszti geometriai eszközökkel a geometriai idomokat
⇨ valamint a dinamikus geometria programjaival is,

– elsajátítja és alkalmazza a tetszőleges háromszög oldalai és szögei közti kapcsolatokat, melyeknél alkalmazza a koszinusz- és szinusztételt,

– az IKT (Információs és Kommunikációs Technológia) alkalmazásával kutatja a geometriai problémákat,

– el tudja képzelni a térbeli pontok, egyenesek és síkok közti viszonyokat.

4.7 Geometriai idomok és testek

Tartalmak

- A geometriai idomok területe, Héron képlete
- A háromszögbe írt kör és a háromszög köré írt kör sugara
- Geometriai testek: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb
- Az egyenes, hasáb, henger, gúla, kúp és gömb felülete és területe

Célok

A jelölt

– képes elsajátítani és továbbfejleszteni a geometriai szemléletet,

– alkalmazza az egyes mennyiségek kifejlezési képleteit,

– kritikusan felbecsüli és megítéli a kapott értékeket, ügyel a mértékegységek pontosságára,

Tartalmak	Célok
⇨ Cavalieri tétele ⇨ Ferde testek ⇨ Forgástestek Geometriai matematikai problémák	– alkalmazza a síkgeometria területén elsajátított tudását és megoldja azon problémákat, melyek kapcsolatban vannak a háromszögbe írt kör és a háromszög köré írt kör sugarával, – leírja a geometriai testet, – alkalmazza az elsajátított tudást a szögfüggvényekről és a geometriáról a geometriai testek modelljein, – megoldja a geometriai problémákat a testek felszínével és térfogatával kapcsolatban, valamint kritikusan felbecsüli és megítéli a kapott eredményeket és mértégegységeket, – ⇨ megoldja a ferde testekkel való geometriai problémákat, – ⇨ meghatározza a forgatás tengelyét és elemzi a kapott forgástestet a kiválasztott tengely szempontjából, – ⇨ megoldja a problémákat a forgástestek térfogatával kapcsolatban, – felismeri a geometriai problémát, ezt bemutatja, megállapítja, melyik fogalmakkal, változókkal és ezek közti kapcsolatokkal lehetne ezt megoldani, megoldja a problémát, a megoldásokat bemutatja és gondolkozik ezek értelemszerűségéről, – a geometriai problémák megoldásánál önállóan kiválasztja és alkalmazza a megfelelő stratégiákat, valamint összekapcsolja a síkbeli és a térbeli geometria tartalmait, – megoldja a geometriai problémákat a trigonometria segítségével.

4.8 A síkbeli és a térbeli vektorok

Tartalom	Célok
	A jelölt
A vektorok meghatározása Összeadás, szorzás számmal (erők) – grafikus szemléltetés Kollinearitás, komplanaritás – grafikus szemléltetés A vektorok felírása a bázis koordinátáival (az erő feloszlása komponensekre), merőleges vetület – grafikus szemléltetés A vektorok lineáris kombinációja ⇨ A vektorok lineáris függetlensége	– megrajzolja a vektorokat, grafikus módon összeadja és kivonja a vektorokat, valamint szorozza ezeket számmal, – elsajátítja a vektorszámítást grafikusan és analitikusan, – megítéli a vektorok kollinearitását és komplanaritását, – ⇨ megítéli a vektorok lineáris függetlenségét, – számol a koordinátákkal felírt vektorokkal, – kiszámítja a vektorok által zárt szöget, a vektor hosszát, valamint a vektor merőleges vetületét,

Tartalom	Célok
A sík és a tér bázisa A derékszögű koordináta-rendszer a síkban és a térben, a pont helyvektora A vektorok felírása koordinátákkal Műveletek vektorokkal, melyek koordinátákkal kerültek felírásra A vektor merőleges vetülete egy másik vektorra Skaláris szorzat, két vektor által közbezárt szög és a vektor hossza ⇨ A vektorszámítás alkalmazása a háromszögben és a paralelogrammában, arányok, súlypont A skaláris szorzat	– indokolja a vektorok merőlegességét és párhuzamosságát, – megérti a merőlegességet a térben.

4.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

Tartalmak	Célok
Ponthalmazok a síkban Pontok távolsága a sík koordináta-rendszerében A háromszög területe	A jelölt – alkalmazza a derékszögű koordináta-rendszert a síkban, – kiolvassa és megrajzolja a sík ponthalmazait az adott feltételeknél, – alkalmazza a rendezett számpárok és a síkbeli pontok közti kapcsolatot, – kiszámítja a pontok távolságát, kiszámítja a háromszög területét és felhasználja a képleteket a matematikai problémákban.

4.10 Függvények

Tartalmak	Célok
A függvény definiciója A valós függvény definiciója és az egyváltozós valós-valós függvények jellegzetességei (injektív, szürjektív, bijektív, növekvő, csökkenő, páros, páratlan, …) Összetett függvény (függvény kompozitumok)	A jelölt – elsajátítja és alalmazza a függvény fogalmát, – elsajátítja és alalmazza a fogalmakat: a függvény értelmezési tartománya és értékkészlete, injektív, szürjektív, bijektív leképzés ill. függvény, – megrajzolja és elemzi a függvény grafikonját párhuzamos eltolás és nyújtás segítségével – alkalmazza a párhuzamos eltolást, a tükrözéseket és a nyújtásokat a nehezzebb problémák alapján feltett feladatok megoldásában,

Tartalmak	Célok
Inverz függvény A sík transzformációi A függvény határértéke Speciális határértékek A függvények folytonossága ⇨ A zárt intervallumon levő folytonos függvények tulajdonságai ⇨ A zérushelyek keresése az információs technológia (a tanult módszerek (technikák)) segítségével	– megállapítja az inverz függvény létezését egyszerű példákon, felírja ennek a megadási módját és megrajzolja az adott függvény inverz függvényét, – ⇨ elemzi a megadási módot az abszolút értékkel rendelkező függvény grafikonjának, majd megrajzolja az abszolút értékű grafikont, – megrajzolja a lépcsőzetesen növekvő/csökkenő függvény grafikonját – megmagyarázza a határérték fogalmát az adott pontban megfelelő kiválasztott példák esetén, melyek a függvény grafikonnal bemutatott, táblázattal bemutatott ill. analitikusan bemutatott függvény prezentációi, – kiszámítja a függvény határértékét és megmagyarázza a kapott határérték jelentését, – megmagyarázza a végtelenben vett határérték jelentését, – megkülönbözteti a függvény végtelenben vett határérték a végtelen határértéktől, – alkalmazza a határértéket a függvény aszimptota kiszámításánál, – felismeri azon függvény folytonosságát, mely a grafikonjával adott, – ⇨ megmagyarázza a folytonosságot az adott függvény megadási módja alapján, – megkeresi azon intervallumokat, amelyeken az adott függvény folytonos, – ⇨ következtet a konkrét folytonos függvény tulajdonságairól egy zárt intervallumon, – ⇨ megkeresi a zérushelyet vagy a görbe pontját előre adott pontossággal az ismert módszer (információs technológia) segítségével;

4.10.1 Lineáris függvény

A lineáris függvény definiciója és a tulajdonságai, a lineáris függvény grafikonja Egyenes egyenletei a síkban Az egyenesek által közbezárt szög Lineáris egyenlet Lineáris egyenlőtlenség Lineáris egyenletrendszer ⇨ Gauss-féle algoritmus ⇨ Lineáris egyenlőtlenség-rendszer A mindennapi életből vett egyszerű példák modellezése lineáris függvény segítségével	– felírja a lineáris függvény megadási módját és megrajzolja a grafikonját, – ismeri és és alkalmazza a lineáris függvény együtthatójának jelentését, – interpretálja és alkalmazza a lineáris függvény grafikonját gyakorlati helyzetekben, – kiszámitja az egyenesek által közbezárt szöget, – ismeri az egyenes különböző egyenleteinek jelentését, – a szövegben felismeri a lineáris viszonyt és felírja a lineáris egyenletet, – megoldja a lineáris egyenleteket,

Tartalmak	Célok
	– ⇨ feldolgozza az egyszerű lineáris egyenleteket, egyenlőtlenségeket és a lineáris egyenletrendszereket, – kifejezi a problémát egyenletrendszerként és ezt megoldja, – megoldja a mindennapi egyszerű problémákat és ezeket megfelelően interpretálja, – modellezi a mindennapi életből vett egyszerű problémákat a lineáris függvény segítségével;

4.10.2 Hatványfüggvény

A természetes kitevőjű hatványfüggvény definiciója és jellegzetességei A negatív egész kitevőjű hatványfüggvény definiciója és jellegzetességei A mindennapi életből vett példák modellezése hatványfüggvény segítségével	– felismeri a hatványos függőséget és ezt megkülönbözteti az egyéb függőségektől (egyenes arányosság, …), – megrajzolja és elemzi a hatványfüggvény grafikonját a transzformációk segítségével, – megírja és modellezi a realisztikus jelenségeket a hatványfüggvény segítségével és ezeket kritikusan kiválasztja;

4.10.3 Gyökfüggvény

A gyökfüggvény definiciója, jellegzetességei és a gyökfügvény grafikonja	– a gyökfüggvényt a hatványfüggvény inverzeként sajátítja el;

4.10.4 A másodfokú függvény

A másodfokú függvény definiciója, jellegzetességei és a másodfokú függvény grafikonja A másodfokú függvény megadási módjai ⇨ A másodfokú függvény alkalmazása - extremális problémák Vièta képletei A másodfokú egyenlet A parabola és az egyenes metszéspontja Két parabola metszéspontjai A másodfokú egyenlőtlenség ⇨ A másodfokú egyenlőtlenség rendszere ⇨ A mindennapi életből vett példák modellezése másodfokú függvény segítségével	– felírja a másodfokú függvényt különböző adatok esetén és megrajzolja a grafikonját, – interpretálja és alkalmazza a másodfokú függvény grafikonját gyakorlati helyzetekben, – megoldja a másodfokú egyenletet és egyenlőtlenséget, – átalakítja a problémát egyenlet- vagy egyenlőtlenség formájába és ezt megoldja, – olvassa a matematikai szöveget, ezt elemzi és bemutatja, – ⇨ modellezi a mindennapi életből vett egyszerű problémákat a másodfokú függvény segítségével;

4.10.5 Exponenciális függvény

Tartalmak	Célok
Az exponenciális függvény definiciója, jellegzetességei és az exponenciális függvény grafikonja	– felismeri az exponenciális függést és ezt megkülönbözteti az egyéb függésektől,
Exponenciális egyenletek	– ismeri és alkalmazza az exponenciális függvény jellegzetességeit,
⇨ Az exponenciális egyenlőtlenség grafikus megoldása	– megrajzolja az exponenciális függvény grafikonját,
Exponenciális növekedés	– alkalmazza az exponenciális függvény grafikonjának párhuzamos eltolását és nyújtását,
A valós jelenségek modellezése az exponenciális függvény segítségével	– összehasonlítja a hatványos és az exponenciális növekedést,
	– felismeri és megoldja az exponenciális egyenleteket,
	– megírja és modellezi a mindennapi életből vett példákat az exponenciális függvény segítségével;

4.10.6 Logaritmusfüggény

Tartalmak	Célok
Az logaritmusfüggény definiciója, jellegzetességei és a logaritmusfüggény grafikonja	– ismeri és alkalmazza a logaritmusfüggvény jellegzetességeit,
A logaritmus és azonosságai	– megrajzolja a logaritmusfüggvény grafikonját,
A tizes alapú és természetes logaritmus	– alkalmazza az exponenciális- és a logaritmusfüggvény közti kapcsolatot,
⇨ Áttérés más alapra	– alkalmazza a logaritmusfüggvény párhuzamos eltolását és a nyújtását,
Logaritmus egyenletek	– alkalmazza a logaritmus azonosságait,
⇨ A logaritmus skála olvasása	– felismeri az e számot és a természetes logaritmust,
⇨ A mindennapi életből vett példák modellezése logaritmusfüggvény segítségével	– felismeri és megoldja a logaritmusegyenleteket,
	– összehasonlítja az exponenciális és a logaritmikus növekedést,
	– ⇨ felírja és modellezi a mindennapi életből vett példákat a logarimusfüggvény segítségével;

4.10.7 Polinom

Tartalmak	Célok
A polinom definiciója, jellegzetességei és a polinom grafikonja	– a lineáris és a másodfokú függvényt felismeri mint a polinom speciális példáit,
Számtani műveletek polinomokkal	– számol polinomokkal,
A polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptétel	– alkalmazza a polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptételét,
A polinom gyökei	– alkalmazza a tételt, amely vonatkozik a polinom osztására lineáris polinommal,
Az algebra alaptétele és következményei	– alkalmazza a Horner-algoritmust a polinom gyökeinek megállapítására,
Horner-algoritmus	– nehezebb problémfeladatokban alkalmazza a polinomok jellegzetességeit,
A polinom grafikonjának elemzése	

Tartalmak	Célok
Polinom-egyenletek Polinom-egyenlőtlenségek ⇨ A biszekció módszer ⇨ A valós jelenségek modellezése polinomok segítségével	– megrajzolja és interpretálja a polinom grafikonját, – ⇨ alkalmazza a biszekció módszert, – megoldja a polinom-egyenleteket és egyenlőtlenségeket;

4.10.8 Racionális függvények

Tartalmak	Célok
Az racionális függvény definiciója, jellegzetességei és a racionális függvény grafikonja Gyökök, pólusok, aszimptoták Racionális egyenletek ⇨ Racionális egyenlőtlenségek	– ismeri és alkalmazza a racionális függvény jellegzetességeit, – megrajzolja és interpretálja a racionális függvény grafikonját, – megoldja a racionális egyenleteket, – ⇨ megoldja a racionális egyenlőtlenségeket;

4.10.9 Szögfüggvények

Tartalmak	Célok
A szögfüggvények definiciója és jellegzetességei a derékszögű háromszögben A szögfüggvények definiciója az egységkörön A szögfüggvények jellegzetességei és grafikonjai A szögfüggvény grafikonjainak a transzformációi Addíciós tételek Nehezebb feladatok problémák alapján ⇨ Szögfüggvényeket tartalmazó kifejezések szorzattá alakítása, a szögfüggvények szorzatának összeggé alakítása A ciklometrikus függvények értékeinek kiszámítása ⇨ A ciklometrikus függvények grafikonjai és jellegzetességei Trigonometrikus egyenletek ⇨ Szögfüggvények a technikában és a természettudományban	– felírja és alkalmazza a derékszögű háromszögben levő szögfüggvényeket, – levezeti a szögek szögfüggvényértékeit: $0°$, $30°$, $45°$, $60°$, $90°$, – levezeti és alkalmazza a kapcsolatokat az egyenlő szög szögfüggvényei között, – alkalmazza a számológépet, – alkalmazza a tetszőleges szög szögfüggvény értékeit, – ismeri és alkalmazza a szögfüggvény jellegzetességeit, – ismeri és megmagyarázza a fogalmakat különböző reprezentációk segítségével (táblázattal, grafikonnal, egységkörrel, analitikus módon), – alkalmazza a szögfüggvény grafikonok transzformációit, – megrajzolja és interpretálja a szögfüggvény grafikonjait, – alkalmazza az addíciós tételeket, – alkalmazza a kétszeres szög szögfüggvényeit – alkalmazza a kétszeres szög szögfüggvényeit (⇨ és a félszög szögfüggvényeit) a trigonometrikus egyenleteknél és a nehezzebb feladatokban problémák alapján, – ⇨ alkalmazza a szorzattá alakítást a kifejezéseknél, és ezeket fel tudja használni az egyenleteknél, – kiszámítja a ciklometrikus függvények értékeit – ⇨ a cikolmetrikus függvényt ábrázolja, – megoldja a trigonometrikus egyenletet, – interpretálja és elemzi az analitikus megoldásokat az adott probléma szempontjából,

Tartalmak	Célok
	– alkalmazza a szögfüggvényeket nehezebb helyzetekben problémák alapján, ahol ki kell számítani a szöget,
	– megoldja az egyszerű, az összetett, az autentikus és az eredeti problémákat.

4.11 Kúpszeletek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A másodfokú algebrai egyenletek felírása	– megkeresi a természetben a kúpszeletek példáit,
Kör középponti helyzetben és a párhuzamosan eltolt kör	– összehasonlítja és alkalmazza a kúpszeletek analitikus és geometrikus definicióját
Ellipszis középponti helyzetben és a párhuzamosan eltolt ellipszis	– a kört az ellipszis különös példajaként interpretálja és ⇨ levezeti az ellipszis egyenletét a kör egyenletéből nyújtással a kiválasztott tengely irányában,
Hiperbola középponti helyzetben	– elemzi az egyenletet és grafikus módon szemlélteti a köröket és az ellipsziseket a középponti helyzetben és párhuzamos eltolt helyzetben,
Parabola csúcsponti helyzetben	– elemzi az egyenletet és grafikus módon szemlélteti a hiiperbolákat és a parabolákat a csúcsponti helyzetben,
⇨ Párhuzamosan eltolt hiperbola és parabola	– elemzi a parabola egyenlete különböző alakjait,
⇨ A kúpszeletek érintői	– ⇨ megszerkeszti a kúpszeleteket
	– ⇨ megrajzolja a kúpszeletet a megfelelő számítógépes program segítségével is
	– ⇨ elemzi a párhuzamosan eltolt hiperbolák és parabolák grafikus szemléltetéseit,
	– ⇨ elemzi a párhuzamosan eltolt hiperbola és a parabola egyenleteit,
	– ⇨ analitikusan és grafikusan átdolgozza (meghatárazza) a kúpszelet érintőit,
	– analitikusan és grafikusan meghatározza a kúpszelet és az egyenes metszéspontjait és két kúpszelet metszéspontjait a középponti helyzetben,
	– indokolja az eredmények értelmét a metszéspontok analitikus feldolgozásánál,
	– ⇨ megoldja a problémfeladatokat.

4.12 Sorozatok és sorok

Tartalmak	**Célok**
	A jelölt
A sorozat definiciója	– példát fogalmaz, induktív módon következtet, általánosítt és folytatja a sorozatot,
A sorozatok tulajdosnágai (véges, végtelen, monoton, korlátos, konvergens, …)	– megtalálja és felírja a tagok közti kapcsolatot,
Számtani sorozat	– felírja a sorozat tagjait, ha adott néhány első tag és a sorozat rekurzív képlete,
Mértani sorozat	– megállapítja és elemzi a különbözően bemutatott sorozat tulajdonságait (számmal bemutatott sorozat, grafikus módon, analitikus módon, …)
A számtani sorozat első n tagjának összege és a mértani sorozat első n tag összege	– olvassa és szemlélteti a különbözően adott ill. bemutatott sorozatokat,
A sorozat határétéke	– alkalmazza a sorozatok tulajdonságait,
Sorok	– előrejelezi és kiszámítja a sorozat határértékét,
A mértani sor konvergenciája	– megkülönbözteti a sorozatot a sortól,
Kamatoskamat-számítás	– megkülönbözteti a konvergens és a divergens sor fogalmát,
Évjáradékok	– kiszámítja a sorozat első n tagjának összegét,
Amortizációs terv	– kiszámítja a mértani sor összegét,
	– megkülönbözteti a kamatszámítást a kamatoskamat számítástól,
	– megkülönbözteti a konform és a relatív kamatlábat,
	– alkalmazza az ekvivalens tőkék elvét,
	– megkeresi a kamatozás mindennapi példáit, előremondja az elvárásokat, majd a szimulációs számítások alapján döntést hoz,
	– kiszámítja az évjáradékot és elkészíti az amortizációs tervet.

4.13 Differenciálszámítás

Tartalmak

- Differenciálhányados, derivált, a derivált geometriai jelentése
- Deriválási szabályok, az elemi függvények deriváltjai
- A derivált alkalmazása
- Extrémumok, a függvény növekedése és csökkenése
- ⇨ A függvény második deriváltja
- ⇨ függvény inflexiós pontja, konvex és konkáv függvény
- ⇨ A derivált függvények folytonossága
- Extrémum-problémák
- ⇨ A reális problémák modellezése és ezek megoldása a differenciálszámítás módszerek segítségével

Célok

A jelölt

- – leírja a differenciálszámítás fogalmait grafikus, numerikus és analitikus prezentációk alkalmazásával,
- – kiszámítja a differenciálhányados értékét,
- – kiszámítja a differenciálhányados határértékét,
- – megmagyarázza a derivált geometriai jelentését,
- – ⇨ levezeti a deriválás egyszerű szabályait a derivált definiciója segítségével,
- – ⇨ levezeti a függvény deriváltját a deriválási szabályok segítségével,
- – deriválja az elemi függvényeket és az összetett függvényeket,
- – ⇨ kiszámítja az implicit módon adott függvény deriváltját,
- – megállapítja a deriválási (deriválhatatlan) pontokat a grafikonból,
- – a függvények tulajdonságait a függvény deriváltjával (előrejelzi a tulajdonságokat, ábrázolja a grafikont, …) kapcsolja össze,
- – felírja az érintő egyenletét és a normálegyenletet a görbe adott pontjában,
- – kiszámítja a két görbe hajlásszögét,
- – elemzi a deriválttal rendelkező függvényt (megmagyarázza az extrémumokat, meghatározza a növekedési és fogyási (csökkenési) intervallumokat) és megrajzolja a grafikont,
- – ⇨ összeköti a függvény folytonosssága és deriválása fogalmát az adott intervallumon,
- – megold egyszerű extrémum-problémát,
- – ⇨ reális extrémum-problémát old meg és megfelelően interpretál.

4.14 Intergrálszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Határozatlan integrál (primítiv függvény)	– megmagyarázza a függvényderivált és a határozatlan integrál közti kapcsolatot,
A határozatlan integrál jellegzetességei	– ismeri az elemi integrálok tábláját és ezek kapcsolatát a deriváltak táblájával,
⇨ Helyettesítéses módszer	– alkalmazza a határozatlan integrál jellegzetességeit,
⇨ A »per partes« integrálás	– ⇨ integrál helyettesítési módszerrel,
⇨ A racionális függvények integrálása	– ⇨ integrál »per partes« módszerrel,
Határozott integrál	– ⇨ integrálja a racionális fügvényeket (résztörtekre való bontással),
A határozott integrál jellegzetességei	
A határozatlan és határozott integrál közi kapcsolat	– ismeri a határozott integrál geometriai jelentését,
A határozott integrál alkalmazása (területek, ⇨ forgástestek térfogata, …)	– alkalmazza a határozott integrál jellegzetességeit,
	– alkalmazza a határozatlan és határozott integrál közi kapcsolatot,
	– megoldja az egyszerű matematikai és valós problémákat.

4.15 Kombinatorika

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A kombinatorka alaptétele, kiválasztási fa	– kiszámítja: $n!$,
Az összeg szabálya	– megkülönbözteti az egyes kombinatorikai fogalmakat,
Permutációk	– kiszámítja a binomális együttható értékét,
Ismétléses permutációk	– felírja a binom hatványát polinom alakban.
Variációk	
Ismétléses variációk	
Kombinációk	
Binomális tétel	
Pascal-háromszög	

4.16 Valószínűségszámítás

Tartalmak

- A valószínűségszámítás alapvető fogalmai: kísérlet, esemény, eseménytér
- Számítás eseményekkel
- Szubjektív valószínűség,empirikus valószínűség, a matematikai valószínűség, az esemény valószínűsége
- Az ellentétes események valószínűsége kiszámítása, az események összege valószínűségének kiszámítása
- ⇨ Feltételes valószínűség
- ⇨ Az események szorzatának valószínűségszámítása, független események
- ⇨ Független kísérletek sorozata
- Normális eloszlás

Célok

A jelölt

– felírja az eseményeket és számol velük,

– megkeresi egy kísérlet összes eseményét,

– megkülönbözteti a szubjektív, empirikus és matematikai valószínűséget,

– megérti és összekapcsolja az empirikus és a matematikai valószínűséget,

– ismeri és alkalmazza a matematikai valószínűség definicióját,

– az egyes események adott valószínűségeiből kiszámítja az egyéb események valószínűségeit,

– ⇨ megkülönbözteti az egymást kizáró és független események fogalmait,

– alkalmazza a mintateret.

4.17 Statisztika

Tartalmak

- Statisztikai alapfogalmak
- Az adatok fajtái
- Az adatok gyűjtése
- Az adatok rendezése és strukturálása
- Az adatok bemutatása (oszlopdiagram, pozíciódiagram, kördiagram, hisztogram, sugárdiagram, vonal- és görbegrafikon, box telek)
- Számtani közép, középérték (medián), módusz
- Variációs távolság,standard eltérés, két szélső kvartilis közti távolság
- Statisztika feladatok

Célok

A jelölt

– megkülönbözteti a tanulmányozott jellegzetességet (változót), egységet, a változó értékét, mintát, populációt,

– felismeri az egység tanulmányozott jellegzetességét,

– megkülönbözteti a leíró vagy minőségi adatokat, sorozat vagy ordinális és numerikus vagy kvantitás adatok közt,

– összegyűjti az adatokat, ezeket rendezi és strukturálja,

– kiválasztja a megfelelő diagramot az adatok bemutatására,

– olvassa, elkészíti és interpretálja a statisztikai diagramokat,

– kifejleszt egy kritikus viszonyt az eredmények interpretálása során,

– ismeri és alkalmazza az adatok különböző összefoglalási módjait,

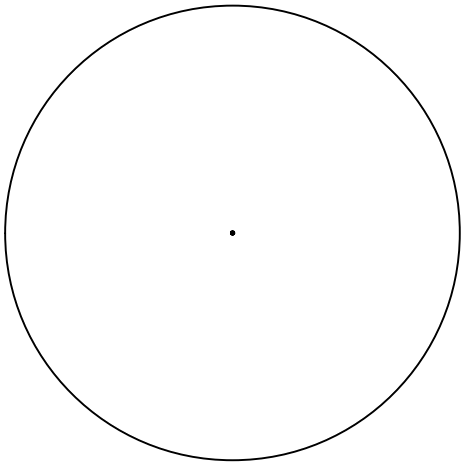
Tartalmak	Célok
	– kiválaszt egy megfelelő módot az adatok összefoglalására az adatok fajtája szempontjából, – kiszámítja, megbecsüli és interpretálja a számtani közepet, a móduszt és a médiánt az adatok centralizálása mereteként, – megbecsüli az egyszerű kapcsolatokat a statisztikus változók közt, – kiszámítja, megbecsüli és interpretálja a variációs távolságot, a standard eltérést és két szélső kvartilis közti távolságot az adatok szétszórása méretenként, – a teljes empirikus kutatás eljárásában alkalmazza az adatokkal való munka tudását (kiválasztja a témát, felállítja a kutatási kérdést, összegyűjti az adatokat, azokat rendezi és strukturálja, majd elemzi, bemutatja és a kapott eredményeket interpretálja).

5 AZ ÍRÁSBELI VIZSGA PÉLDAFELADATAI

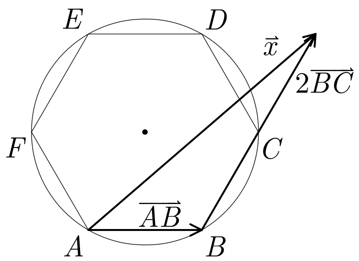
5.1 Feladat rövid válaszokkal

Az $r = 3\ \mathrm{cm}$ sugárú körbe rajzolja be az $ABCDEF$ szabályos hatszöget. Rajzolja meg az $\vec{x} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}$ vektort és számítsa ki a hosszát! Az eredményt kerekítse miliméterekre!

(7 pont)



Megoldások és az értékelési útmutatók



A hatszög megrajzolása .... 1 pont
Az $\vec{x}$ vektor megrajzolása .... 2 pont
(csak a $2\overrightarrow{BC}$ vektor ... 1 pont)

1. mód
Koszinusztétel az $\vec{x}$ vektor hosszúsága kiszámítására.. 3 pont
(a koszinusztétel képlete ... 1 pont
a háromszög két oldala hosszúságának behelyettesítése ... 1 pont
annak megállapítása, hogy a B csúcsnál levő szög 120° ... 1 pont)

2. mód
Az $\vec{x}$ vektor hosszúságának kiszámítása skaláris szorzat segítségével........................... 3 pont
(felírás, pl. $|\vec{x}|^2 = \left(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}\right) \cdot \left(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC}\right)$ ... 1 pont
megállapítás $\left|\overrightarrow{AB}\right| = 3$, $\left|\overrightarrow{BC}\right| = 3$, az $\overrightarrow{AB}$ és $\overrightarrow{BC}$ által közbezárt szögi 60° ... 1 pont
annak figyelembevétele, hogy: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = \left|\overrightarrow{AB}\right| \cdot \left|\overrightarrow{BC}\right| \cdot \cos 60^\circ$ ... *1 pont)

Eredmény, pl. $|\vec{x}| \doteq 7{,}9\ \mathrm{cm} = 79\ \mathrm{mm}$ .... 1 pont

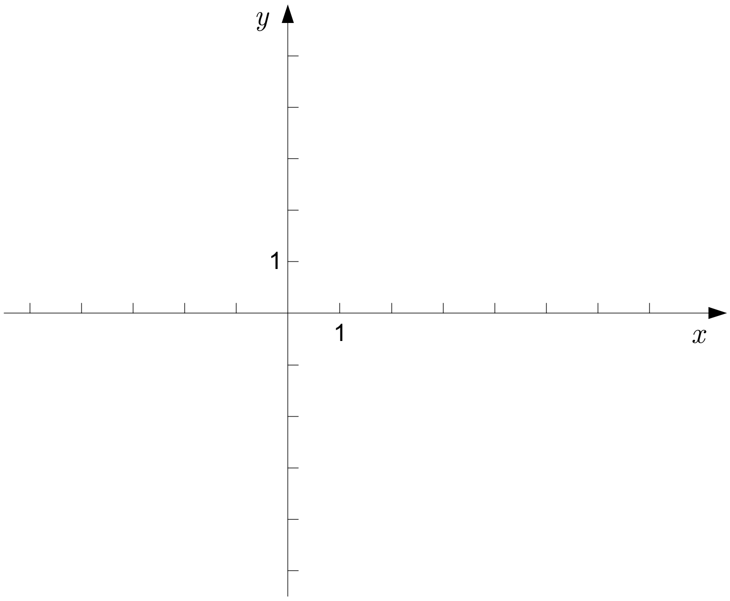
Megjegyzés: **1 pont* az eljárási pontot jelöli.

5.2 Strukturált feladat

1. Adott az $f(x) = \sqrt{x}$ függvény.

   1.1 Rajzolja meg a $g(x) = 2f(x) - 3$ függvény grafikonját! Írja fel a g függvény értelmezési tartományát és értékkészletét, számítsa ki a gyökét (zérushelyét)!

   (4 pont)



   1.2 A $T(4, y_1)$ pontban normálát állítunk az $y = 2\sqrt{x} - 3$ görbére. Írja fel az említett normála egyenletét!

   (4 pont)

   1.3 Legyen $h(x) = f(x) + a$, $a \in \mathbb{R}^+$. Határozza meg az a-t úgy, hogy azon síkidom területe, mely a h fügvény grafikonja és az x tengely közt van a $[0,4]$ intervallumon, egyenlő lesz $\frac{20}{3}$ - dal!

   (4 pont)

   1.4 Legyen $u(x) = f(x+b)$, a $b \in \mathbb{R}^+$. Határooza a b-t úgy, hogy azon síkidom területe, mely az u függvény grafikonja és az y tengely közt van, egyenlő lesz $\frac{54}{3}$ - dal!

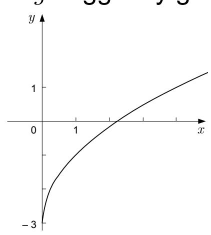
   (4 pont)

Megoldások és az értékelési útmutatók

Összesen: 16 pont

1.1 4 pont

A g függvény grafikonjának megrajzolása .... 1 pont



Az értelmezési tartomány felírása, pl. $D_g = [0, \infty)$ .... 1 pont

Az értékkészlet felírása, pl. $Z_g = [-3, \infty)$ .... 1 pont

A gyök kiszámítása $\frac{9}{4}$ .... 1 pont

1.2 4 pont

Derivált kiszámítása, pl. $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ .... 1 pont

Az iránytényező kiszámítása: $k_t = \frac{1}{2}$ .... *1 pont

Felírás vagy a képlet alkalmazása $k_n = -\frac{1}{k_t}$ .... 1 pont

A normálegyenlet felírása $y = -2x + 9$ .... 1 pont

1.3 4 pont

$S = \int_0^4 (\sqrt{x} + a)\,\mathrm{d}x = \left(\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + ax\right)\Big|_0^4$ ....(1+*1) 2 pont

Az egyenlet felírása, pl. $\frac{2}{3} \cdot 8 + 4a = \frac{20}{3}$ .... *1 pont

Az eredmény felírása $a = \frac{1}{3}$ .... 1 pont

1.4 4 pont

$S = \int_{-b}^0 \sqrt{x + b}\,\mathrm{d}x = \frac{2}{3}(x + b)^{\frac{3}{2}}\Big|_{-b}^0$ ....(1+1) 2 pont

Az egyenlet felírása, pl. $\frac{2}{3} \cdot b^{\frac{3}{2}} = \frac{54}{3}$ .... *1 pont

Az eredmény felírása $b = 9$ .... 1 pont

6 SZÓBELI VIZSGA

A jelölt a szóbeli vizsgát az iskolai vizsgabizottság előtt teszi le, a vizsga szabályos lebonyolításáról a bizottság gondoskodik, valamit a jelölt eredményeit pontozza és gondoskodik a pontok helyes kiszámításáról.

A jelölt a szóbeli vizsga lapján szereplő kérdésekre válaszol. Az említett vizsgalap három kérdésből áll, melyeket az Országos Tantárgyi Bizottság a matematika általános érettségire készít el. Az elméleti kérdéshez a szabályoknak megfelelően feladat is tartozik.

A vizsgáztató a jelöltnek egyéb kérdéseket is feltehet, melyekkel elemezi a vizsgalap kérdéseit, ennél pedig nem terjeszti ki a felírt kérdést vagy feladatot.

A jelölt a szóbeli vizsgán 15 perces felkészülési időt kap, továbbá egy alkalommal új vizsgalapot kérhet. A szóbeli vizsga maximum 20 percig tart.

► Az ASZ vizsgalap példája

1. **Deliniálja két egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! Hogyan számítjuk ki ezeket? Mikor relatív prím két szám?**

   Számítsa ki a 630 és 168 számok legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét!

2. **Deliniálja az $f(x)=\sqrt[n]{x}$ $\left(n\in\mathbb{N}\right)$ gyökfüggvény! Rajzolja meg grafikonját az $n=2, n=3$ esetén és írja fel ezek értelmezési tartományát és értékkészletét!**

3. **Mi az események összege, és mi az ellentett esemény? Hogyan számítjuk ki ezek valószínűségét?**

   Feldobunk egy szabályos játékkockát. Az A esemény akkor történik, amikor páros pontszám esik le, a B esemény pedig akkor, amikor több mint 2 pont esik le. Számítsa ki az $A\cup B$ és a B események valószínűségét!

► Az ESZ vizsgalap példája

1. ⇨ **Definiálja az $f(x)=\arccos x$ függvényt! Mi ennek az értelmezési tartománya és mi az értékkészlete? Rajzolja meg az f függvény grafikonját!**

   Számítsa ki az $\arccos\frac{1}{2}$, $\arccos 0$, $\arccos\left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ és $\arccos(-1)$ értékeket!

2. ⇨ **Fejezze ki az ABC háromszög (a térben) súlypontjának koordinátáit az A, B és C pontok koordinátáival! A képletet vezesse le vektorok segítségével!**

3. **Hogyan számítjuk ki határozott integrál alkalmazásával egy olyan síkidom területét, amely két függvény grafikonjával van meghatározva?**

   Számítsa ki azon síkidom területét, mely az $f(x)=x+1$ és a $g(x)=x^2-2x-3$ függvények grafikonjaival van meghatározva!

A továbbiakban a szóbeli kérdések szerepelnek. Az Országos Tantárgyi Bizottság a matematika általános érettségi szóbeli vizsgakérdéseit módosíthatja, eliminálhatja és kiegészítheti.

6.1 A logika alapjai

1. Mi az esemény? Mi az ellentétes esemény? Mit értünk az állítások konjunkcióján és mit a diszjunkcióján? Fogalmazza meg, mikor igaz a negáció, mikor a konjunkció és mikor a diszjunkció?
2. Mit értünk a kijelentések implikációján? Mit értünk a kijelentések ekvivalenciáján? Mikor helyes (igaz) a kijelentések implikációja és mikor az ekvivalenciája?

6.2 Halmazok

1. Mit értünk üres halmazon? Mit értünk alaphalmazon? Mit értünk kiegészítő halmazon? Mit értünk két halmaz különbségén?
2. Mikor egyenlő két halmaz? Mit értünk részhalmazon? Mit értünk a halmazok egyesítésén (unióján) és mit a metszetén?
   ⇨ Az A halmazban n elem van, a B halmazban pedig m. Hány eleme lehet az $A \cup B$-nek és $A \cap B$-nek?
3. ⇨ Mi a halmazok Descartes-féle szorzata? Hogyan mutatjuk be grafikus módon a Descartes-féle szorzatot? Az A halmazban n elem van, a B halmazban pedig $m.$ Hány eleme van az $A \times B$-nek?
4. ⇨ Mit értünk hatványhalmazon? Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?

6.3 Számhalmazok

6.3.1 Természetes számok és egész számok

1. Sorolja fel a $\mathbb{N}$ és $\mathbb{Z}$ halmazokban levő alapvető számítási műveleteket és ezek jellegzetességeit!
2. Definiálja a páros és a páratlan számokat! Bizonyítsa:
   a) két páratlan szám összege páros szám!
   b) páratlan szám négyzete páratlan szám!
3. Definiálja a prímszám és az összetett szám fogalmát. Írja fel mindazok prímszámok halmazát, melyek kisebbek 20-nál! Írja le a természetes szám prímszámok szorzattá történő felírását!
4. ⇨ Magyarázza meg a teljes indukció elvét!
5. Definiálja az oszthatóságot az $\mathbb{N}$-ben $(a|b)$, és sorolja fel tulajdonságait!
6. Definiálja két egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! Hogyan számítjuk ki őket? Mikor relatív prím két szám?
7. ⇨ Fogalmazza meg az euklideszi algoritmus lényegét, és mondja el, mihez alkalmazzuk!
8. Fogalmazza meg a maradékos osztás tételét! Mit mondhat az a és b számokról, ha az a szám b számmal való osztásnál a maradék 0?
9. Sorolja fel a 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as, 9-es és 10-es számmal való osztás oszthatósági kritériumait!
   ⇨ Vezesse le a 2-es és a 4-es számmal való osztás oszthatósági kritériumait!

6.3.2 Racionális számok

10. Mi a tört? Mikor ábrázolja két tört ugyanazt a racionális számot? Definiálja a racionális számokkal való műveleteket!
11. ⇨ Hogyan rendezett a $\mathbb{Q}$ halmaz? Mutassa be, hogy két racionális szám között legalább még egy racionális szám van!
12. Hogyan írjuk fel a racionális számot tizedestört alakban? Mikor véges ez az alak?
13. Magyarázza meg a fogalmakat: arány, alap, rész, relatív rész és százalék!

6.3.3 Valós számok

14. Mely valós számokat nevezünk racionálisnak és melyeket irracionális számoknak? Mit tud mondani ezen számok tizedestört alakjairól?
15. ⇨ Írja fel az irracionális számok valamennyi példáját! Hogyan írjuk ezeket fel tizedestört alakban? Bizonyítsa be, hogy a $\sqrt{2}$ nem racionális szám!
16. Definiálja a számegyenest! Hogyan ábrázoljuk a racionális és a valós számokat a számegyenesen?
17. Mit értünk intervallumokon (definició és a számegyenesen való ábrázolás, az intervallumok fajtái)?
18. Definiálja a valós szám abszolút értékét és sorolja fel az alapvető jellegzetességeit!
19. ⇨ Mi a közelítő érték abszolút és mi a relatív hibája?

6.3.4 Komplex számok

20. Adja meg a komplex számok bevezetésének az okát és definiálja a $\mathbb{C}$ halmazt!
21. Sorolja fel a a műveleteket a $\mathbb{C}$ -ben, és magyarázza el tulajdonságaikat!
22. Definiálja a komplex szám abszolút értékét, és sorolja fel tulajdonságait!
23. Definiálja a $\overline{z}$ komplex szám konjugáltját, és sorolja fel tulajdonságait!
24. ⇨ Mutassa be, hogy a két komplex szám összegének konjugáltja egyenlő azok konjugáltjainak összegével!
25. ⇨ Mutassa be, hogy két komplex szám szorzatának konjugáltja egyenlő azok konjugáltjainak szorzatával!
26. Hogyan ábrázoljuk a komplex számokat a komplex számsíkban? Ábrázolja a következő műveleteket a $\mathbb{C}$ komplex számsíkban: összeadás, szorzás (-1)-gyel, szorzás pozitív valós számmal, konjugálás!
27. ⇨ A komplex számsíkban határozza meg azoknak a z komplex számoknak halmazát, melyeknek:
    (a) adott az abszolút értéke,
    (b) adott a valós része,
    (c) adott a képzetes része,
    (d) a valós része egyenlő a képzetes részével!

6.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek

1. ⇨ Bontsa tényezőkre az $a^n - b^n$ $(n \in \mathbb{N})$ kifejezést és győződjön meg arról, hogy a bontás helyes!
2. ⇨ Bontsa tényezőkre az $a^n + b^n$ kifejezést, ennél az n páratlan természetes szám, és győződjön meg arról, hogy a bontás helyes! Írja fel a tényezőkre való bontást $n = 3$ és $n = 5$ esetén!
3. Mi az egyenlet megoldása? Mikor egyenlőértékű két egyenlet? Írja le azon eljárást, mely az adott egyenletet átalakítja ekivivalens egyenletté!
4. Mit értünk egyenlőtlenségek megoldásán? Írja le az egyenlőtlenség megoldásának eljárását!

6.5 Hatványok és gyökök

1. Sorolja fel és indokolja a természetes kitevőjű hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!
2. Definiálja a negatív egész kitevőjű hatványt és sorolja fel az egész kitevőjű hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!
3. Definiálja az n-kitevőjű gyököt! Sorolja fel a gyökvonás szabályait!
4. Definiálja a pozitív alapú és racionális kitevőjű hatványt, és sorolja fel az ilyen hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!

6.6 A síkbeli és a térbeli geometria

1. Soroljon fel néhány alapvető törvényt, amelyek összekapcsolják a geometria alapelemeit: a pontot, az egyenest és a síkot!
2. Mikor párhuzamos két egyenes? Milyen jellegzetességekkel rendelkezik az egyenesek párhuzamossága a síkban? Fogalmazza meg a párhuzamosságról szóló axiómát!
3. Milyenek lehetnek a kölcsönös helyzetek:
   a) két térbeli egyenesek közt?
   b) két térbeli síkok közt?
   c) térbeli egyenes és sík közt?
4. Definiálja a szakaszt és a szakasz hosszát, a szakaszhordozó egyenesét és a szakasz felezőmerőlegességét (a síkban)! Mit értünk félegyenesen, félsíkon és féltéren?
5. Definiálja:
   a) a pont merőleges vetületét az egyenesre!
   b) a szakasz merőleges vetületét az egyenesre, amikor a szakasz és az egyenes azonos síkban fekszenek!
   c) a pont merőleges vetületét a síkra!
   d) a szakasz merőleges vetületét a síkra!
6. Mit értünk azon síkbeli pontok halmazán, amelyek:
   a) ezen sík adott pontjától a távolságra fekszenek?
   b) ezen sík két pontjától egyenlő távolságra fekszenek?
   c) ezen sík adott egyenésétől a távolságra fekszenek?
7. ⇨ Definiálja a sík merev eltolásait! Sorolja fel és ábrázolja ezeket példákkal!
8. Mikor határoz meg három pont egy síkot? Hogyan lehet más módon meghatározni egy térbeli síkot?

9. Definiálja a szög fogalmát és magyarázza el a kifejezéseket: szár, csúcs, nullszög, derékszög, egyenesszög és teljesszög, hegyesszög és tompaszög! Milyen egységeket ismer a szög mérésére?

10. Definálja a szögek egybevágóságát! Mi érvényes a párhuzamos ill. mi a merőleges szárú szögek esetén?

11. ⇨ Definiálja két egyenes hajlásszögét, az egyenes és sík hajlásszögét és két sík hajlásszögét! Mikor merőleges egymásra két sík?

12. ⇨ Mikor merőleges az egyenes a síkra? Mit mondhat:
(a) két egy síkra merőleges egyenesről?
(b) két egy egyenesre merőleges síkről?

13. Mit értünk háromszögön? Mikor lehet három szám egy háromszög oldalainak hossza? Milyen viszony lehet a háromszög oldalai és ezekkel szemben fekvő szögek közt?

14. Definiálja a háromszög belső és külső szögét! Bizonyítsa be, hogy a háromszög belső szögeinek összege 180^o! Mennyi a háromszög külső szögeinek az összege?

15. Definiálja a háromszög fogalmait: súlyvonal, magasság, az oldalfelező merőlegese, szögfelező, a háromszögbe írt kör középpontja, a háromszög köré írt kör középpontja, súlypont és magasságpont!

16. Írja le az eljárásokat:
a) a háromszög köré írt kör szerkesztése!
b) a háromszögbeírt kör szerkesztése!

17. Ábrázolja derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot! Hány hasonló háromszöget kap? Feleletét indokolja meg! Vezesse le az Euklidesz tételét!

18. Ábrázolja derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot! Hány hasonló háromszöget kap? Feleletét indokolja meg! Vezesse le a magasságtételt!

19. Sorolja fel a háromszög egybevágóság tételeit!

20. Mikor hasonló két háromszög? Soroljon fel néhány, a háromszögek hasonlóságára vonatkozó tételt! Mit tud a hasonló háromszögek kerületéről és területéről?

21. Fogalmazza meg a koszinusztételt és a Pitagorasz-tételt! Mikor alkalmazzuk ezeket?

22. ⇨ Bizonyítsa be a koszinusztételt! Alkalmazza a koszinusztételt a derékszögű háromszögben! Mit kap?

23. Fogalmazza meg a szinusztételt! Mikor alkalmazzuk?

24. ⇨ Bizonyítsa be, hogy az ABC háromszögben érvényes a következő egyenlőség:
$\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$!

25. Definiálja a paralelogrammát! Soroljon fel speciális paralelogrammákat!

26. ⇨ Bizonyítsa be, hogy a paralelograma átlói felezik egymást!

27. ⇨ Bizonyítsa be, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!

28. Definiálja a trapézt és az egyenlő szárú trapézt, és sorolja fel tulajdonságai! Mi a trapéz középvonala? Hogyan számítjuk ki a trapéz területét?

29. Mennyi egy tetszőleges n-szög belső szögeinek összege? Mennyi a konvex n-szög átlóinak száma? Definiálja a szabályos n-szöget!
⇨ Vezesse le a konvex n-szög átlóinak számát megadó képletet!

30. ⇨ Definiálja a kört! Írja le két, azonos síkban fekvő kör kölcsönös helyzetét! Keresse meg a sugarak és a középpontok távolságai közti összefüggéseket!

31. Milyen lehet azonos síkban fekvő egyenes és kör kölcsönös helyzete? Mi a kör érintője? Hogyan szerkesztünk körhöz az adott pontjában érintőt?

32. ⇨ Hogyan szerkesztünk körhöz egy adott pontból érintőt? Milyen helyzeteket különböztetünk meg? A szerkesztést indokolja meg!

33. Definiálja a középponti és a kerületi szöget! Mi az összefüggés az azonos ívhez tartozó kerületi és középponti szög közt? Fogalmazza a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!
⇨ Bizonyítsa be a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!

6.7 Geometriai síkidomok és testek

1. Fogalmazza meg a paralelogramma, háromszög, deltoid és trapéz területképletét!
2. ⇨ Vezesse le a paralelogramma és a trapéz területképletét!
3. ⇨ Vezesse le a a háromszög és a delotid területképletét!
4. Adja meg a négyzet, a téglalap, a rombusz, a szabályos háromszög és a derékszögű háromszög területképletét!
5. Adja meg a kör területképletét és kerületképletét! Hogyan számítjuk ki a körív hosszát és a körcikk területét?
6. ⇨ A szabályos n-szög az $R-$ sugárú körbe van beírva. Fejezze ki a *n*-szög oldalát és területét az adott sugár segítségével!
7. Írja le a hasábot! Mikor:
a) egyenes a hasáb?
b) egyenlőoldalú a hasáb?
c) *n*-oldalú a hasáb?
d) szabályos a hasáb?
Adja meg az egyenes hasáb térfogatképletét és felszínképletét!
8. Írja le az egyenes körhengert! Mi az ilyen körhenger metszete a körhenger tengelyét tartalmazó síkkal? Mi az ilyen körhenger metszete a körhenger tengelyére merőleges síkkal? Adja meg az egyenes körhenger felszínképletét és téfogatképletét!
9. Írja le a gúlát! Írja le:
a) az egyenes gúlát!
b) az egyenlő oldalú gúlát!
c) a *n*-oldalú gúlát!
d) a szabályos gúlát!
Adja meg a szabályos gúla felszínképletét és térfogatképletét!
10. Írja le az egyenes körkúpot! Adja meg a felszínképletét és térfogatképletét!
⇨ Mit tud a körkúpok nevezetes metszeteiről az alaplappal párhuzamos síkkal? Mi az ilyen kúp metszete azzal a síkkal, amely tartalmazza a kúp tengelyét?
11. ⇨ Milyen geometriai testet kap, ha $360°$-kal megforgatja:
a) a téglalapot az egyik oldala körül?
b) a derékszögű háromszöget az egyik befogója körül?
c) a félkört az átmérője körül?
12. Mit értünk gömbön? Adja meg a felszínképletét és térfogatképletét!

6.8 A síkbeli és a térbeli vektorok

1. Mikor egyenlő két vektor? Mi a nullvektor és mi az ellentett vektor? Hogyan adjuk össze és vonjuk ki a vektorokat (grafikusan)?
2. Definiálja a vektor szorzatát számmal, és sorolja fel e művelet tulajdonságait! Mikor kollineáris két vektor? Mi az egységvektor?
3. Definiálja a vektorok lineáris kombinációját! Mi a sík (tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort a sík (tér) adott bázisvektorainak lineáris kombinációjaként? Mi az ortonormált bázis?

4. ⇨ Definiálja a vektorok lineáris kombinációját! Mikor lineárisan függetlenek a síkbeli (térbeli) vektorok? Mi a sík (tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort a sík (tér) adott bázisvektorainak lineáris kombinációjaként?

5. Írja le a térbeli derékszögű koordináta-rendszert! Mi az A pont helyvektora? Írja fel az A pont helyvektorát az ortonolmális bázisban! Milyen az A pont koordinátáival való kapcsolata?

6. ⇨ Fejezze ki az AB (térbeli) szakasz felezőpontjának koordinátáit az A és B pont koordinátáival! A képletet vezesse le a vektorok segítségével!

7. ⇨ Fejezze ki az ABC háromszög (a térben) súlypontja koordinátáit az A, B és C pont koordinátáival A képletet vezesse le a vektorok segítségével!

8. Definiálja a skaláris szorzatot, és sorolja fel tulajdonságait! Adja meg két vektor merőlegességének kritériumát!

9. Hogyan számítjuk ki két vektor skaláris szorzatát az ortonormált bázisban? Hogyan számítjuk ki a vektor hosszát és két vektor által közbezárt szögét az ortonormált bázisban?

6.9 Derékszögű koordináta-renszer a síkban

1. Írja le a derékszögű koordináta-renszert a síkban és vezesse le a két pont távolságát megadó képletet!

2. Mit ábrázol mindazok $T(x, y)$ síkbeli pontok halmaza, melyek megfelelnek az egyes feltételeknek:
   a) $y = 0$,
   b) $x > 0$,
   c) $x \leq 0$ és $y \geq 0$,
   d) $x = -2$,
   e) $2 \leq y \leq 4$,
   f) $x^2 + y^2 \leq 4$?

6.10 Függvények

1. Határozza meg az $f : A \to B$ függvény (leképzés, transzformáció) fogalmát, valamint az értelmezési tartományát és az értékkészletét is! Mit értünk függvény grafikonján?

2. ⇨ Mikor injektív, szurjekív, bijektív az $f : A \to B$ függvény?

3. Mikor növekvő, csökkenő, korlátos, korlátlan a valós-valós függvény (A fogalmakat példákon is elmagyarázhatja!)?

4. Mikor páros és mikor páratlan a függvény? Milyenek az ilyen függvények grafikonjai?

5. ⇨ Határozza meg az inverz függvény fogalmát! Mikor létezik az inverz függvény? Határozzon meg legalább két pár inverz függvényt!

6. ⇨ Írja le, hogyan kapjuk meg az alábbi grafinkonokat az $y = f(x)$ grafikonjából, ha:
   a) $y = -f(x)$,
   b) $y = f(-x)$,
   c) $y = f(x) + c$,
   d) $y = f(x - c)$,
   e) $y = k \cdot f(x)$, $c, k \in \mathbb{R}^+$.

7. ⇨ Adja meg a $g \circ f$ összetett függvényt, ha $f : A \to B,\, g : B \to C$!

8. ⇨ Határozza meg a függvény határértékét és adja meg az összeg, különbség, szorzat és a hányados határérték kiszámítására való szabályokat!

9. ⇨ Magyarázza meg a függvény folyonossága fogalmát! Adjon egy példát, amikor a függvény csak egy pontban nem folytonos!

10. ⇨ Mire következtethet az f függvény grafikonjáról, ha:

   a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = a$ ali $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = a$,

   b) $\lim\limits_{x\to b} f(x) = \infty$ ali $\lim\limits_{x\to b} f(x) = -\infty$,

   c) $\lim\limits_{x\to c} f(x) = f(c)$?

6.10.1 Lineáris függvény

11. Definiálja a lineáris függvényt! Milyen a grafikonja? Hogyan függ a grafikon az iránytényezőjétől? Milyenek a grafikonok, ha a két lineáris függvény iránytényezője egyenlő?

12. Írja fel az egyenes egyenletét implicit, explicit és tengelymetszetes alakban! Melyik egyeneseket írhatjuk fel az előbbi alak valamelyikében?

13. Hogyan számítjuk ki két egyenes hajlásszögét az adott koordináta-rendszerben a síkban? Mikor párhuzamos és mikor merőleges két egyenes?

14. Írja fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét a síkban, amelyek

   (a) áthaladnak a $T_0(x_0, y_0)$, ponton!

   (b) nem metszik az adott egyenest!

15. ⇨ Hány megoldása van az $ax + b = 0$ egyenletnek az a és b különböző értékeinél?

16. Hogyan oldunk meg egyismeretlenes lineáris egyenlőtlenségeket? Mik a megoldáshalmazok?

17. ⇨ Vizsgálja meg az $ax + b \geq 0$ $(ax + b \leq 0)$ lineáris egyenlőtlenséget!

18. Írja fel a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert! Hogyan oldjuk meg? Hány megoldása van? Adja meg geometriai jelentését!

6.10.2 Hatványfüggvény és gyökfüggvény

19. Definiálja a természetes (páros, páratlan) kitevőjű hatványfüggvényt! Ábrázolja az $n = 2, 3$ kitevőjű hatványfüggvény grafikonjait, és írja le alapvető tulajdonságaikat!

20. ⇨ Definiálja a természetes kitevőjű hatványfüggvényt! Mutassa be, melyik hatványfüggvények párosak, illetve páratlanok, és a derivált segítségével keresse meg ezen függvények növekedési és fogyási (csökkenési) intervallumait!

21. Azonos kordináta-rendszerben ábrazolja az n-kitevőjű;hatványfüggvények grafikonjait, ha $n = -1,\ -2,\ -3$, és sorolja fel alapvető tulajdonságaikat! Mi a negatív kitevőjű hatványfüggvények közös tulajdonsága?

22. Definiálja az $f(x) = \sqrt[n]{x}$ $(n \in \mathbb{N})$ gyökfüggvényt! Ábrázolja az $n = 2, n = 3$ esetén, és adja meg ezek értelmezési tartományát és értékkészletét!

6.10.3 Másodfokú függvény

23. Mit értünk másodfokú függvényen? Mi az értelmezési tartománya? Sorolja fel a másodfokú függvény felírásának három leggyakoribb alakját, és magyarázza el az egyes paraméterek (együtthatók) jelentését!

24. Írja fel a vegyes másodfokú függvényt! Mi a jelentése egy másodfokú függvény esetében a másodfokú tag együtthatójának, a konstans tagnak és a diszkriminánsnak? Ábrázolja az $f(x) = ax^2;\ a \neq 0$ függvény grafikonját!

25. Hogyan számítjuk ki a másodfokú függvény tengelypontját? Írja fel a másodfokú függvény tengelyponti alakját!
⇨ vezesse le a másodfokú függvény tengelyponti alakját!

26. Írja fel a másodfokú egyenletet! Hogyan oldjuk meg? Milyen a megoldhatósága az $\mathbb{R}$-ben és a $\mathbb{C}$-ben?

27. ⇨ Fogalmazza meg és bizonyítsa az $ax^2 + bx + c = 0$ másodfokú egyenletre vonatkozó Vièta-képletet!

28. Hogyan oldunk meg másodfokú egyenlőtlenségeket? Mi a megoldáshalmaz? Segít az ábra!

29. ⇨ Melyik x-ekre éri el a másodfokú függvény az extrém értéket? Milyen ez az érték és mikor minimum ill. maximum?

6.10.4 Exponenciális és logaritmusfüggvény

30. Definiálja az exponenciális függvényt, adja meg az értelemzési tarományát és értékkészletét! Ábrázolja grafikonját, és írja le az alapvető tulajdonságait!

31. Definiálja az $a\,(a > 0,\ a \neq 1)$ alapú logaritmusfüggvényt, és adja meg az értelemzési tartományát és értékkészletét! Ábrázolja a grafikonját, és írja le az alapvető tulajdonságait!

32. Adja meg a logaritmus azonosságait!

33. ⇨ Bízonyítsa be $(a > 0,\ a \neq 1)$:
a) $\log_a x^m = m \log_a x$!
b) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$!

34. ⇨ Adja meg az új alapra történő átlépés képletét a logaritmusoknál és bizonyítsa be!

35. ⇨ Magyarázza el az exponenciális függvény használatát a természetes növekedés alkalmazásában!

6.10.5 Polinomok. Racionális törtfüggvények

36. Definiálja a polinomot, és írja le a polinomokkal való alapműveleteket (összeadás és szorzás)! Mikor egyenlő két polinom?

37. Fogalmazza meg a polinomok osztására vonatkozó alaptételt! Írja le a lineáris polinommal való osztást!

38. Írja le (indoklás, bizonyítás nélkül) a Horner-féle eljárást, és magyarázza el alkalmazását!

39. Mi a polinom zérushelye? Hány zérushelye van az n-edik fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét?

40. ⇨ Mi a polinom zérushelye (egyszerű, n-ed fokú)? Fogalmazza meg az algebra alaptételét! Hány gyöke van az n-ed fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét?

41. Hány valós (komplex) gyöke van a 3-ad fokú és a 4-ed fokú valós együtthatós polinomnak? Határozzon meg minden lehetőséget! Válaszát indokolja meg!

42. ⇨ Mutassa be, hogy két valós együtthatós tényezőre bontható az $n \geq 3$ fokú valós együtthatójú polinom egy $a + bi,\ b \neq 0,$ komplex zérushely ismeretében!

43. Hogyan keressük meg az egész együtthatós polinom egész vagy racionális zérushelyeit? ⇨ Válaszát indokolja!

44. ⇨ Magyarázza el a biszekció módszert a polinom valós zérushelyei keresésénél, illetve az egyenletek megoldásánál! Megtalálhatjuk-e biszekcióval a páros rendű zérushelyet?

45. Magyarázza el a polinom grafikonja rajzolásának eljárását! Mi a szerepe a grafikon ábrázolásánál a legmagasabb fokú tag együtthatójának, és mi a konstans tagnak? Hogyan viselkedik a polinom grafikonja a zérushely közelében?

46. Hol változtatja meg a polinomfüggvény az előjelét? Hogyan oldunk meg polinom egyenlőtlenséget?

47. Definiálja a racionális törtfüggvényt! Mi a racionális törtfüggvény zérushelye, és mi a pólusa? Hogyan viselkedik a racionális törtfüggvény grafikonja a végtelenben? Mikor van a racionális törtfüggvény grafikonjának vízszintes aszimptotája, és hogyan határozzuk meg? ⇨Mikor van a racionális törtfüggvény grafikonjának ferde aszimptotája és hogyan számítjuk ki?

48. ⇨ Hol változtatja meg a racionális törtfüggvény az előjelét? Hogyan oldunk meg racionális egyenlőtlenséget?

6.10.6 Szögfüggvények

49. Definiálja az $f(x) = \sin x$ függvényt tetszőleges szög esetén, és sorolja fel tulajdonságait!

50. Definiálja az $f(x) = \cos x$ függvényt tetszőleges szög esetén, és sorolja fel tulajdonságait!

51. Rajzolja meg az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját! Írja fel a zérushelyeit és az extrémumjait!

52. ⇨ Rajzolja meg az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \sin x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!

53. Rajzolja meg az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját! Írja fel a zérushelyeit és az extrémumjait!

54. ⇨ Rajzolja meg az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \cos x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!

55. Definiálja az $f(x) = \tan x$ függvényt tetszőleges szög esetén és sorolja fel tulajdonságait!

56. Rajzolja meg az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját! Írja fel az értelmezési tartományát és a zérushelyeit!

57. ⇨Rajzolja meg az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes az $f(x) = \tan x$ függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!

58. Adja meg és bizonyítsa be a pótszögek, a kiegészítő szögek és a negatív szögek közti kapcsolatokat mind a négy szögfüggvényre!

59. Definálja a hegyesszögek szögfüggvényeit a derékszögű háromszögben, és vezesse le a köztük levő alapkapcsolatokat!

60. A szinus szögfüggvény segítségével fejezze ki a többi három szögfüggvényt az α szög esetén:
    a) $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$!
    b) $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$!

61. Adja meg a szinusz és a koszinusz addiciós tételét!. Vezesse le a kétszeres szög szinusz- és koszinuszképletét!

62. Azonos koordináta-rendszerben rajzolja meg a szinusz- és a koszinuszfüggvény grafikonját és számítsa ki a metszéspontok koordinátáit!

63. ⇨ Írja le, hogyan rajzoljuk meg a következő függvények grafikonjait:
a) $f(x) = a \sin x,\ a \in \mathbb{R}$,
b) $f(x) = \sin kx,\ k \in \mathbb{N}$, !
c) $f(x) = \sin(x - b),\ b \in \mathbb{R}$, !
d) $f(x) = \sin x + c,\ c \in \mathbb{R}$. !

64. A szögfüggvények priodikus függvények. Magyarázza meg és indokolja ezt a tulajdonságot!

65. ⇨ Definiálja az $f(x) = \arcsin x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és mi értékkészlete? Rajzolja meg az f függvény grafikonját!

66. ⇨ Definiálja az $f(x) = \arccos x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és mi értékkészlete? Rajzolja meg az f függvény grafikonját!

67. ⇨ Definiálja az $f(x) = \arctan x$ függvényt! Mi az értelmezési tartománya és mi értékkészlete? Rajzolja meg az f függvény grafikonját!

6.11 Kúpszeletek

1. Sorolja fel és ábrázolja a kúpszeleteket! Magyarázza el a kúpszelet elnevezést!

2. Adja meg a kör geometriai definicióját! Írja fel a $S(p,q)$ középpontú és r sugarú kör egyenletét!

3. ⇨ Adja meg a kör geometriai definicióját! Vezesse le azon kör egyenletét, melynek a középpontja a koordináta-rendszer kiinulópontjában van és a sugara r! Írja fel a $S(p,q)$ középpontú és r sugarú kör egyenletét! Melyik feltétel szükséges ahhoz, hogy az $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ egyenlet kör egyenlete legyen?

4. Adja meg az ellipszis geometriai definicióját, és írja fel azon egyenletét, melyben a féltengelyek a koordinátatengelyeken fekszenek! Az ellipszist ábrázolja! Írja fel azon elipszis egyenletét, melynek a középpontja az $S(p,q)$ pont és melynek a féltengelyei párhuzamosak a koordinátatengelyekkel!

5. Adja meg a hiperbola geometriai definicióját, és írja fel azon egyenletét, melyben a féltengelyek a koordinátatengelyeken fekszenek! A hiperbolát ábrázolja!
⇨ Írja fel azon hiperbola egyenletét, melynek a középpontja az $S(p,q)$ pont!

6. Adja meg a parabola definicióját, és írja fel csúcsponti egyenletét! Határozza meg az $y^2 = 2px$ és $y = ax^2$ egyenletű parabola fókuszpontjának a koordinátáit és vezéregyenesének az egyenletét!
⇨Írja fel azon parabola egyenletét, melynek a csúcspontjsa a $T(r,d)$ pont!

7. ⇨ Milyen síkponthalmazokat állíthat elő az $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$, egyenletű görbe, ha legalább egy az A és C paraméterek közt nem 0?

6.12 Sorozatok és sorok

1. ⇨ Mi a pont ε – környezete a számegyenesen? Írja fel a feltételét annak, hogy az adott x szám az a szám ε – környezetében fekszik!
2. Mi a sorozat? Mikor növekedő (csökkenő), mikor korlátos?
3. ⇨ Mi a sorozat határértéke? Sorolja fel a konvergens sorozatok határértékeivel való műveletek szabályait!
4. Mikor számtani a sorozat? Írja fel az általános n-edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két szám számtani közepén?
5. Mikor mértani a sorozat? Írja fel az általános n-edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két pozitív szám mértani közepén?
6. ⇨ Bizonyítsa be, hogy két pozitív szám mértani közepe kisebb vagy egyenlő ugyanazon számok számtani közepével! Melyik feltételnél egyenlő mindkét közép?
7. ⇨ Mi a sorozat és mikor konvergens?
8. Mikor van a végtelen mértani sorozatnak összege, és mennyi ez?
9. Írja fel és magyarázza el a kamatoskamat-számítás alapfogalmait és képleteit!

6.13 Differenciálszámítás

1. Fogalmazza meg az f függvény deriváltját egy adott pontban és adja meg a geometriai jelentését!
2. Határozza meg azokat a szabályokat, amelyek megadják két függvény összegének, szorzatának, hányadosának és a a függvény számszorosának deriváltját!
   ⇨ Vezesse le azon képletet, amelyen deriválható a függvény számszorosa!
3. Határozza meg a függvény lokális extrémumát és a függvény extrémumát az adott környezetben! Hogyan határozzuk meg a deriválható függvény extrémumait az adott zárt intervallumon?
4. Mi a stacionárus pont? Hogyan állapítjuk meg a derivált segítségével, ha az adott zárt intervallumon a függvény növekvő vagy csökkenő? Hogyan állapítjuk meg a deriváltfüggvény viselkedéséből: extrémum van-e a stacionárus pontban?
5. Számítsa ki a következő függvények deriváltjait:
   $f(x) = ax^n + b,\ g(x) = c\sqrt[n]{x^m},\ h(x) = \cos ax;\ u(x) = e^x \ln x,\ \ a, b, c \in \mathbb{R},\ n, m \in \mathbb{N}$
6. Hogyan számítjuk ki a függvénygörbe és az abszcisszatengely hajlásszögét? Hogyan számítjuk ki az f és a g függvénygrafikonok hajlásszögét?
7. ⇨ Mi a stacionárus pont? Hogyan állapítjuk meg a függvény második deriváltjából: extrémum van-e a stacionárus pontban? Írja le a konvex és a konkáv függvényeket!

6.14 Integrálszámítás

1. Mi az f függvény határozatlan integrálja? Hogyan számítjuk ki két függvény összegének ill. különbségének határozatlan integrálját és a függvény számszorosának határozotlan integrálját!
2. Fogalmazza meg a folytonos függvény határozott integrál geometriai jelentését az adott intervallumon és az integrálszámítás alapvető képletét (Newton-Leibniz képlet)!
3. Sorolja fel a következő határozotlan integrálokat:
   $f(x) = ax + b\,(a, b \in \mathbb{R}),\ \ g(x) = mx^n\,(m, n \in \mathbb{R}),\ \ h(x) = \sin x,\ \ u(x) = e^{kx}\ \ (k \in \mathbb{R})$!

4. ⇨ Adja meg és magyarázza meg a forgástest térfogatát megadó képletét!
5. Hogyan számítjuk ki határozott integrál segítségével azon síkidom területét, amely két függvény grafikonjaival van határolva?
6. ⇨ Példán magyarázza el újabb ismeretlen bevezetését a határozatlan és a határozott integrál számításában (integrálás helyettesítéssel)!
7. ⇨ Írja fel a »per partes« integrálás képletét!

6.15 Kombinatorika

1. Fogalmazza meg a kombinatorika alaptételeit és az összeg-szabályát! Mi a kiválasztási fa?
2. Mik az ismétlés nélküli permutációk, és mennyi a számuk? Mik az ismétléses permutációk, és mennyi a számuk?
3. Mik az ismétlés nélküli variációk, és mik az ismétléses variációk? Írja fel a számukat!
4. Mik a kombinációk? Írja fel a számukat megadó képletet! Mi a binomális együttható és hogyan számítjuk ki? Sorolja fel a tulajdonságait!
5. Fogalmazza meg a binomális tételt! Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak? ⇨ Az utolsó választ indokolja!
6. Írja le a a Pascal-háromszöget és magyarázza meg, milyen a binomális együtthatókkal való kapcsolat!
7. ⇨ Hasonlítsa össze az ismétlés nélküli variációkat a kombináckiókkal! Mi az összefüggés a V_n^r és C_n^r számok közt?

6.16 Valószínűségszámítás

1. Írja le a valószínűségszámítás alapfogalmait: kísérlet, esemény (lehetetlen, biztos, véletlen, elemi, összetett) és definiálja az esemény valószínűségét!
2. Mi az események összege, és mi az ellentett esemény? Hogyan számítjuk ki az ellentett esemény valószínűségét és mi módon az események összegének a valószínűségét?
3. ⇨ Mi az események szorzata? Hogyan számítjuk ki? Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki ilyen események szorzatának valószínűségét?
4. ⇨ Definiálja a feltételes valószínűséget! Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki a független események szorzatának valószínűségét?
5. ⇨ Írja le a Bernoulli-féle kísérletsorozatot! Hogyan számítjuk ki az esemény valószínűségét a Bernoulli-féle kísérletsorozatban?

6.17 Statisztika

1. Példa segítségével írja le a statisztikai alapfogalmakat: alapsokaság, minta, statisztikai elem, statisztikai jellemző, statiszikai paraméter!
2. Mit értünk középértéken (számtani középen), mediánon, móduszon és hogyan számítjuk ki ezeket?
3. Írja le a statisztika adatbemutatásait három külöböző módon!
4. Magyarázza meg a fogalmakat: variációs távolság, standard eltérés, két szélső kvartilis közti távolság!

7 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény 4. szakasza kimondja, hogy az összes jelölt egyenlő feltételek közt tesz érettségi vizsgát. A sajátos nevelési igényű jelöltek részére, akiket megfelelő végzéssel irányítottak az adott képzési programba, indokolt esetben pedig más (sérült vagy beteg) jelöltek számára is − hiányosságuk, korlátaik, zavaruk mértékének megfelelően − módosítani kell az érettségi vizsga lebonyolításának, valamint tudásuk értékelésének módját.[3]

A következő módosítások lehetségesek:

1. az érettségi vizsgát két részben, két egymást követő időszakban teljesíthetik;
2. meghosszabbíthatják számukra az érettségi vizsga idejét (beleértve a szüneteket is, illetve több rövidebb szünetet iktathatnak be) és szükség esetén meg is szakíthatják a vizsgát;
3. módosíthatják számukra a vizsgaanyag formáját (pl. Braille-írás; nagyítás; a vizsgaanyag szövegének lemezre írása, a vizsgaanyag lemezre vétele);
4. külön helyiséget biztosíthatnak számukra;
5. megfelelően módosítják a vizsga körülményeit (erősebb világítás, az asztal megemelésének lehetősége...);
6. speciális segédeszközöket biztosítanak számukra (Braille-írógép, megfelelő írószerek, fóliák domború rajz készítéséhez);
7. a vizsgán más személy is segítségükre lehet (pl. az írásban vagy olvasásban, magyar jelnyelvi tolmács, vakok és gyengén látók segítője);
8. számítógépet használhatnak az olvasáshoz és/ vagy íráshoz;
9. módosíthatják számukra a szóbeli vizsgát és a hallás utáni értést mérő vizsgarészt (felmentés, szájról olvasás, jelnyelvre való fordítás);
10. módosíthatják az értékelést (pl. a jelölt betegségéből eredő vétségeket nem tekintjük hibának; az értékeléskor a külső értékelők együttműködnek a sajátos nevelési igényű jelöltekkel történő kommunikáció szakembereivel).

[3] A szöveg az általános érettségi vizsga minden tantárgyára vonatkozik, és értelemszerűen kell alkalmazni az egyes vizsgák esetében.

8 IRODALOMJEGYZÉK

Az általános érettségi vizsgára való felkészülésben a jelöltek a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján (www.zrss.si) olvasható.

9 MELLÉKLET

9.1 Matematikai jelek

► **Logika**

$\neg$	negáció
$\wedge,\ \&$	konjunkció
$\vee$	diszjunkció
$\Rightarrow$	implikáció
$\Leftrightarrow$	ekvivalencia
$\forall$	mindegyik olyan elemre
$\exists$	létezik olyan elem

► **Halmazok**

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\left\{x_1, x_2, \ldots\right\}$	az $x_1, x_2 \ldots$ elemek halmaza
$\{x; \ldots\},\ \{x \mid \ldots\}$	minden olyan *x* halmaza, hogy …
$m(A),\ \lvert\mathrm{A}\rvert$	az A halmaz elemeinek száma (a halmaz számossága)
$\mathscr{P}\,A$	az A halmaz hatványhalmaza
$\emptyset$	üres halmaz
$\mathscr{U}$	alaphalmaz
$A^C,\ A'$	az *A* halmaz komplementuma
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R},\ (-\infty, \infty)$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+,\ (0, \infty)$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+,\ [0, \infty)$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-,\ (-\infty, 0)$	a negatív valós számok halmaza

$\mathbb{C}$	a komplex számok halmaza
$\subset, \subseteq$	részhalmaz
$\not\subset$	nem részhalmaz
$\cup$	egyesítés, unió
$\cap$	metszet
$\setminus\,,\ -$	a halmazok különbsége
$[a,b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x \le b\}$
$[a,b),\ [a,b[$	intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x < b\}$
$(a,b],\ ]a,b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a < x \le b\}$
$(a,b),\ ]a,b[$	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

► **Relációk és műveletek**

(a,b)	rendezett pár
$A \times B$	Descartes-szorzat (direkt szorzat)
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq,\ \approx$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\le$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\ge$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz (összeadás)
$-$	minusz (kivonás)
$\cdot,\ \times$	-szor, -szer, -ször (szorzás)
$:$	osztva (osztás)
$a \mid b$	*a* osztója *b* -nek
$D(a,b)$	az *a* és a *b* szám legnagyobb közös osztója
$v(a,b)$	az *a* és a *b* szám legkisebb közös többszöröse
$\sum$	összegzés (szumma) jele
$\lvert a \rvert$	az *a* szám abszolút értéke

► **Komplex számok**

i	képzetes egység
$\operatorname{Re} z$	a z komplex szám valós része
$\operatorname{Im} z$	a z komplex szám képzetes része
$\lvert z \rvert$	a z komplex szám abszolút értéke
$\overline{z},\ z^*$	a z komplex szám konjugáltja

► Geometria. Vektorok

$d(A,B)$	az *A* és *B* pont távolsága
$\lvert AB\rvert$	az *AB* szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\parallel$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	az $\overrightarrow{AB}$ vektor, az $\vec{a}$ vektor
$s\vec{a}$	a $\vec{a}$ vektor szorzása az s számmal
$\vec{a}\cdot\vec{b}$	az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzata
$\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}$	az ortonormált bázis vektorai
$\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$	az $\vec{a}$ vektor, ahol az $a_1,\ a_2, a_3$ az $\vec{a}$ vektor koordinátái
$\lvert\vec{a}\rvert$	az $\vec{a}$ vektor hossza
$\vec{r_A}$	az *A* pont helyvektora
$A(x,y)$	az x és y koordinátájú *A* pont a síkban
$A(x,y,z)$	az x, y és z koordinátájú *A* pont a térben
S, p	terület
V	térfogat
P	felszín
R	a háromszög köré írt kör sugara
r	a háromszögbe írt kör sugara

► Függvények

f	az f függvény
$f: A \to B$	az A halmazt a B halmazba leképező f függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$-t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
f^{-1}	az f függvény inverze
$f \circ g$	az f és a g függvény összetett függvénye

$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	az f függvény határértéke, amikor x tart a – hoz
$\lim\limits_{n \to a} a_n$	az a_n általános tagú sorozat határértéke
$f'(x),\ \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	az f függvény első deriváltja
$\int f(x)\ \mathrm{d}x$	az f függvény határozatlan integrálja
$\int\limits_a^b f(x)\ \mathrm{d}x$	az f függvény a -tól b -ig vett határozott integrálja

► **Kombinatorika. Valószínűségszámítás. Statisztika**

P_n	n elem ismétlés nélküli permutációnak száma
$P_n^{m_1, m_2, \dots, m_k}$	n elem ismétléses permutációinak száma
$n!$	n faktorális
V_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	n elem r -ed osztályú ismétléses variációinak száma
$\binom{n}{k}$	binomális együttható (n alatt a k)
C_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény
N	lehetetlen esemény
$E_1, E_2, E_3, \dots$	elemi események
A'	az A esemény ellentéte
$A \cup B,\ A + B$	az A és a B események összege
$A \cap B,\ A \cdot B$	az A és a B események szorzata
$A \setminus B$	az A és a B események különbsége
$A \subset B$	az A esemény maga után vonja a B esemény bekövetkezését
$P(A)$	az A esemény valószínűsége
$P(A / B)$	az A esemény B -re vonatkoztatott feltételes valószínűsége (feltételes valószínűség)
$\overline{x},\ \mu$	középérték
σ^2	szórásnégyzet
σ	szórás

9.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, ha n páratlan természetes szám

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, ha $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \dfrac{abc}{4S},\ r = \dfrac{S}{s},\ s = \dfrac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}} \quad \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}} \quad \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

Addíciós tételek:

$$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$$

A szorzatok összeggé történő átalakításának képletei:

$$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$$

$$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$$

$$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$$

A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax + by - c = 0$ egyenletű egyenestől: $d\left(T_0, p\right) = \left|\dfrac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y2)\ ,\ C(x_3, y_3),$ csúcsú háromszög területe:

$$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \dfrac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \dfrac{e}{a},\ a$ a hiperbola valós tengelye

Parabola: $y^2 = 2px\ ,\ G\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$ a parabola fókuszpontja

Összetett függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\displaystyle\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\,\mathrm{arc\ tan}\,\frac{x}{a} + C$

ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUS – MATEMATIKA
A Matematika Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottsága

A katalógust elkészítették:
Dragomir Benko
mag. Jaka Erker
Darka Hvastija
Mateja Jan
Ana Miler
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
ddr. Janez Žerovnik

Magyar nyelvre fordította:
Silvija Vučak Virant

A magyar fordítás lektora:
dr. Annamária Merényi

A vizsgakatalógus a Szlovén Köztársaság Közöktatási Szaktanácsa a 2010. május 27-i, 132. ülésén fogadta el, és a 2012. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.

A katalógus érvényességéről az adott évben az az évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

Izdal in založil
DRŽAVNI IZPITNI CENTER
Predstavnik: **mag. Darko Zupanc**

Szerkesztő: **mag. Aleš Drolc, dr. Andrejka Slavec Gornik, Joži Trkov**

Műszaki szerkeztő: Barbara Železnik Bizjak
Tördelés: Dinka Petje
Nyomda: Državni izpitni center
1. kiadás
Példányszám: 50
Ljubljana 2010

A katalógus ára: 4 EUR

A tudáskatalógus belső használatra készült.