



Codice del candidato:

Državni izpitni center



P 1 1 1 C 1 0 1 1 1 I

SESSIONE PRIMAVERILE

# MATEMATICA

Prova d'esame

**Sabato, 4 giugno 2011 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo letterale, nonché di compasso, squadra, righello, goniometro e "trigonir".  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

MATURITÀ PROFESSIONALE

## INDICAZIONI PER I CANDIDATI

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra, sulla scheda di valutazione e sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di due parti. La prima parte comprende 9 quesiti. Nella seconda parte sono proposti tre quesiti: sceglietene due e risolvete. Il punteggio massimo che potete conseguire nella prova è di 70 punti, di cui 40 nella prima parte e 30 nella seconda. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate alle pagine 2 e 3.

**Nella seguente tabella segnate con una "x" i numeri corrispondenti ai quesiti da voi scelti nella seconda parte.**

In mancanza di vostre indicazioni, il valutatore procederà alla correzione dei primi due quesiti in cui avrà trovato delle domande risolte.

| 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|
|   |   |   |

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti all'interno della prova utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto a essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile sarà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non saranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

La prova si compone di 20 pagine, di cui 2 bianche.

## FORMULE

## 1. Sistema di coordinate cartesiane nel piano, funzione lineare

- **Distanza tra due punti nel piano:**  $d(A, B) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$
- **Funzione lineare:**  $f(x) = kx + n$
- **Coefficiente angolare:**  $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$
- **Angolo d'inclinazione della retta:**  $k = \tan \varphi$
- **Angolo tra due rette:**  $\tan \varphi = \left| \frac{k_2 - k_1}{1 + k_1 \cdot k_2} \right|$

2. Geometria del piano (le aree delle figure sono indicate con  $A$ )

- **Triangolo:**  $A = \frac{c \cdot h_c}{2} = \frac{1}{2} ab \sin \gamma$   
 $A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- **Raggio della circonferenza inscritta ( $r$ ) e di quella circoscritta ( $R$ ) a un triangolo:**  
 $r = \frac{A}{s}$ ,  $\left( s = \frac{a+b+c}{2} \right)$ ;  $R = \frac{abc}{4A}$
- **Triangolo equilatero:**  $A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ ,  $h = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ ,  $r = \frac{a\sqrt{3}}{6}$ ,  $R = \frac{a\sqrt{3}}{3}$
- **Rombo e romboide:**  $A = \frac{e \cdot f}{2}$  • **Rombo:**  $A = a^2 \sin \alpha$  • **Trapezio:**  $A = \frac{a+c}{2} \cdot h$
- **Parallelogramma:**  $A = ab \sin \alpha$
- **Lunghezza di un arco di circonferenza:**  $l = \frac{\pi r \alpha^\circ}{180^\circ}$
- **Area di un settore circolare:**  $A = \frac{\pi r^2 \alpha^\circ}{360^\circ}$
- **Teorema dei seni:**  $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2R$
- **Teorema del coseno:**  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \alpha$

3. Aree e volumi di solidi ( $B$  indica l'area di base)

- **Prisma:**  $A_t = 2B + A_l$ ,  $V = B \cdot h$
- **Piramide:**  $A_t = B + A_l$ ,  $V = \frac{1}{3} B \cdot h$
- **Sfera:**  $A_t = 4\pi r^2$ ,  $V = \frac{4\pi r^3}{3}$
- **Cilindro:**  
 $A_t = 2\pi r^2 + 2\pi r h$ ,  $V = \pi r^2 h$
- **Cono:**  $A_t = \pi r(r + l)$ ,  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$

#### 4. Funzioni goniometriche

- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$
- $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$
- $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$
- $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha$
- $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$

#### 5. Funzioni ed equazioni di secondo grado

- $f(x) = ax^2 + bx + c$       **Vertice:**  $V(p, q)$ ,  $p = \frac{-b}{2a}$ ,  $q = \frac{-D}{4a}$ ,  $D = b^2 - 4ac$
- $ax^2 + bx + c = 0$       **Zeri:**  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$

#### 6. Logaritmi

- $\log_a y = x \Leftrightarrow a^x = y$
- $\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$
- $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$
- $\log_a x^n = n \log_a x$
- $\log_b x = \frac{\log_a x}{\log_a b}$

#### 7. Successioni

- **Progressione aritmetica:**  $a_n = a_1 + (n-1)d$ ,  $s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$
- **Progressione geometrica:**  $a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$ ,  $s_n = a_1 \cdot \frac{q^n - 1}{q - 1}$
- **Montante a capitalizzazione semplice:**  $M = C + I$ ;  $I = \frac{C \cdot n \cdot p}{100}$
- **Montante a capitalizzazione composta:**  $M = C(1+i)^n$ ,  $i = \frac{p}{100}$

#### 8. Statistica

- **Valore medio (media aritmetica):**  $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_k}{k}$ ,  
 $\bar{x} = \frac{f_1 \cdot x_1 + f_2 \cdot x_2 + \dots + f_k \cdot x_k}{f_1 + f_2 + \dots + f_k}$

**Pagina bianca**

**Parte prima.**  
**Risolvete tutti i quesiti.**

1. Se  $t = -\frac{2}{3}$ , quale sarà il valore esatto dell'espressione  $\left(2 + \frac{3}{5} \cdot t\right) : (1 - t)$ ?

*(4 punti)*

2. Eseguite l'estrazione parziale delle radici e senza usare la calcolatrice tascabile semplificate l'espressione

$$\sqrt{50} - 3 \cdot \sqrt{32} + 5 \cdot \sqrt{162} .$$

*(4 punti)*

3. Senza utilizzare la calcolatrice tascabile risolvete l'equazione esponenziale

$$2^{2x-1} \cdot 8 = 1.$$

*(4 punti)*

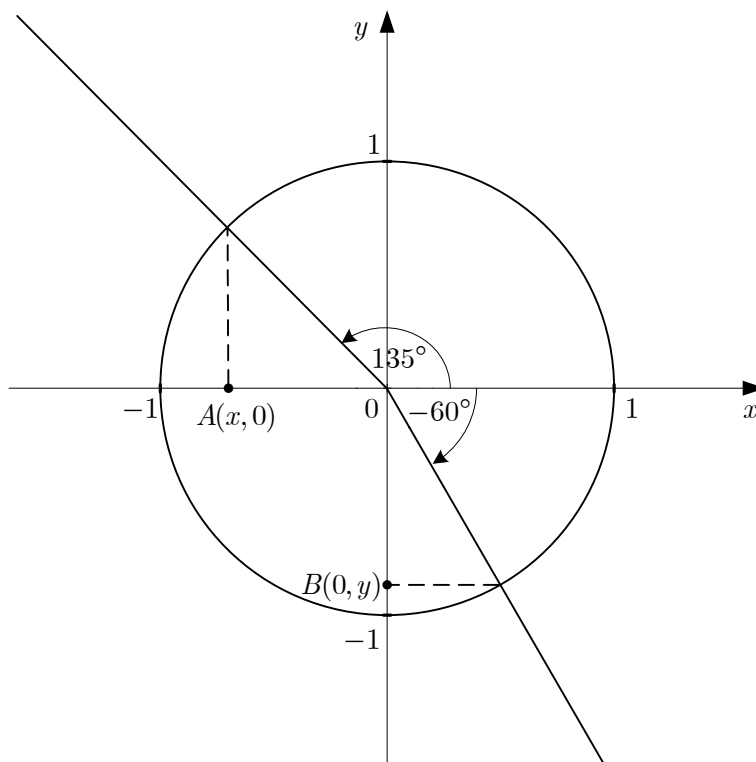
4. Sandro possedeva alcune mele. Dopo averne mangiate  $\frac{1}{4}$  e averne regalate 4 a Tadeja gli è rimasto  $\frac{1}{2}$  delle mele. Calcolate quante mele possedeva Sandro all'inizio.

*(4 punti)*

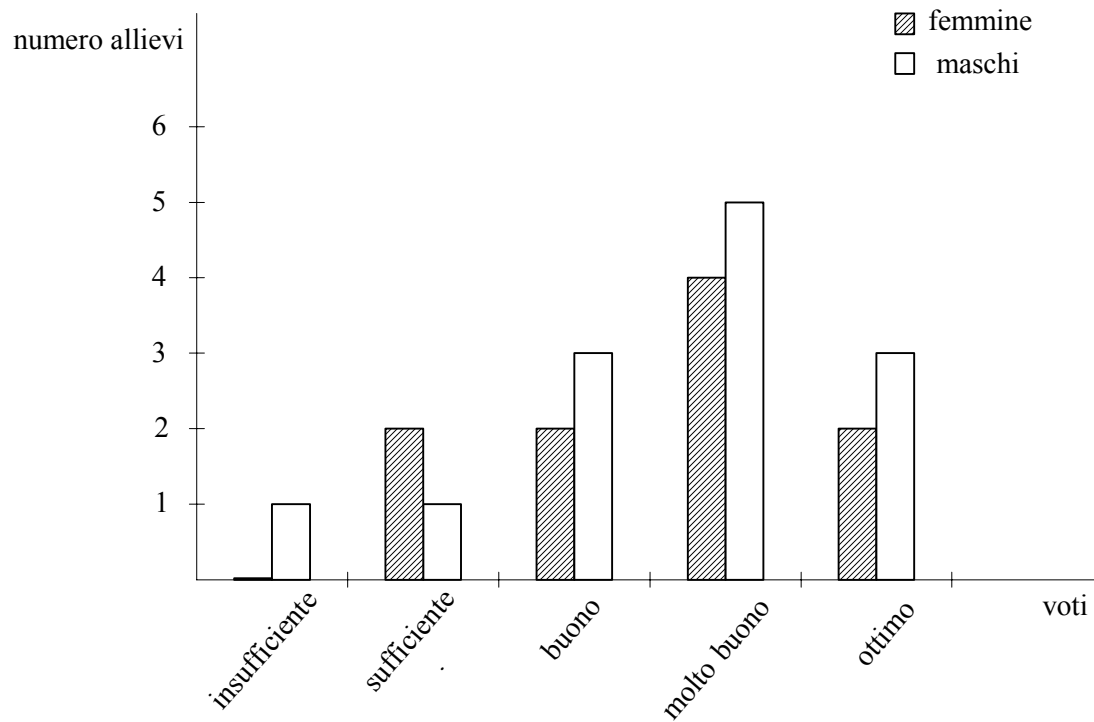


5. Calcolate con esattezza le coordinate mancanti dei punti  $A$  e  $B$ .

(4 punti)



6. Il diagramma sottostante rappresenta i voti assegnati agli allievi della classe nona di una scuola elementare in occasione di una prova scritta di matematica.



- a) Quante femmine hanno conseguito un voto positivo? \_\_\_\_\_
- b) Qual è il voto conseguito dalla maggior parte degli allievi? \_\_\_\_\_
- c) Quante femmine hanno ottenuto un voto superiore al buono? \_\_\_\_\_
- d) Quale percentuale di tutti gli allievi non ha raggiunto un voto positivo? \_\_\_\_\_

(5 punti)

7. In un triangolo rettangolo isoscele  $ABC$  l'ipotenusa  $c$  misura  $10\sqrt{2}$  cm. Disegnate a mano libera il triangolo e calcolatene con esattezza l'area.

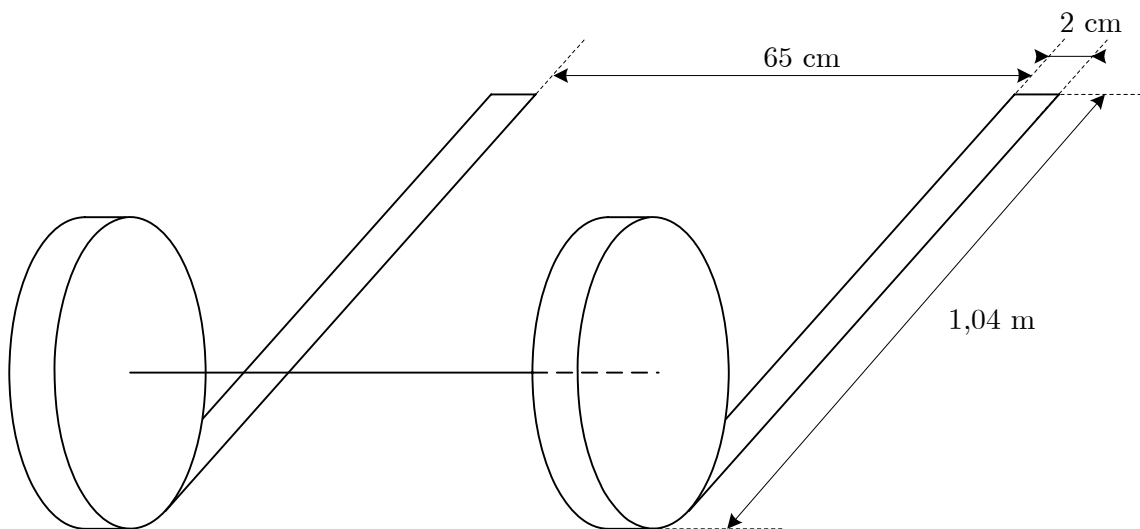
*(5 punti)*

8. Senza utilizzare la calcolatrice tascabile risolvete la seguente disequazione di secondo grado:

$$x^2 + 3x + 2 < 0.$$

*(5 punti)*

9. Dopo aver fatto un giro completo le due ruote illustrate in figura hanno lasciato le loro tracce sulla neve. Trascrivete il dato che vi permette di calcolare il raggio delle ruote. Calcolate la misura del raggio al centimetro di precisione.



(5 punti)

**Parte seconda.****Scegliete due quesiti, cerchiatene il numero progressivo e risolvete.**

1. Siano dati i primi tre termini di una successione:  $a_1 = 2x + 2$ ,  $a_2 = 4x + 2$ ,  $a_3 = 8x - 2$ .

*(Totale 15 punti)*

- a) Determinate  $x$  in modo da ottenere una progressione aritmetica.

*(4 punti)*

- b) Determinate  $x$  in modo da ottenere una progressione geometrica.

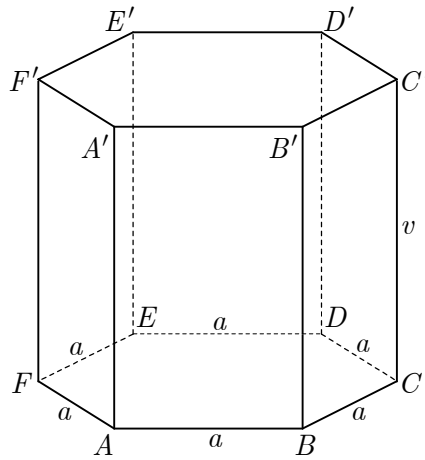
*(5 punti)*

- c) Per  $x = -2$   $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  sono i primi tre termini di una progressione geometrica. Calcolate  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$ , la ragione e il sesto termine della progressione.

*(6 punti)*



2. La figura rappresenta un prisma esagonale regolare. Il perimetro della base misura 18 cm mentre l'altezza del prisma misura 8 cm .



(Totale 15 punti)

- a) Disegnate a mano libera la base del prisma e calcolatene lo spigolo.

(3 punti)

- b) Calcolate l'area laterale del prisma ed esprimetela in metri quadrati.

(4 punti)

- c) Calcolate con esattezza il volume del prisma e la lunghezza della diagonale spaziale  $AD'$ .

(8 punti)





3. Sia dato il polinomio  $p(x) = x^3 - 6x^2 + 8x$ .

*(Totale 15 punti)*

a) Calcolate gli zeri e l'ordinata all'origine del polinomio  $p$ .

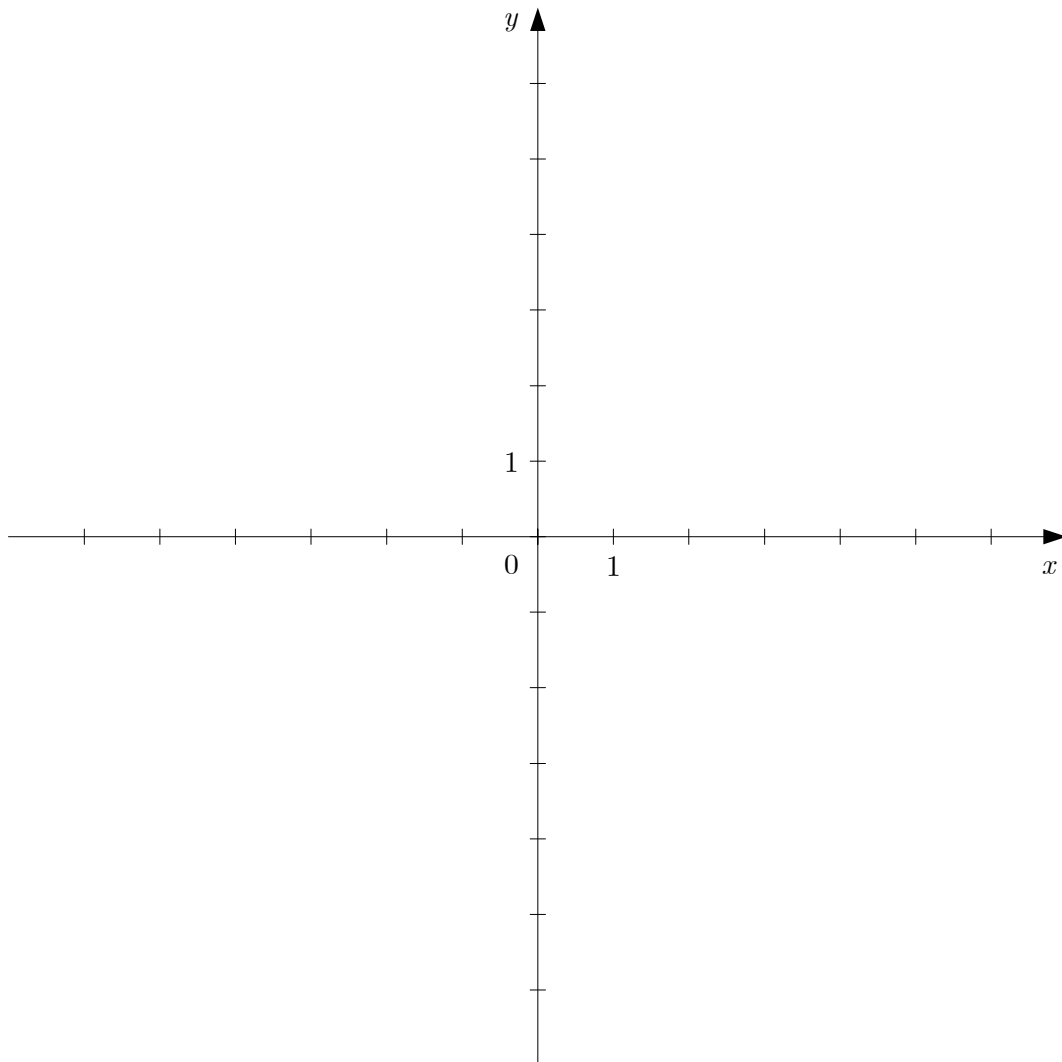
*(6 punti)*

b) Tracciate il grafico del polinomio  $p$  nel sistema cartesiano dato.

*(5 punti)*

c) Per quali valori della variabile  $x$  il polinomio risulta positivo?

*(4 punti)*





**Pagina bianca**