

MATEMATICA

Programma dell'esame di maturità generale ◀

▶ Splošna matura

Il presente documento ha validità dalla sessione primaverile dell'anno **2019** fino a quando entra in uso quello nuovo.

La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Catalogo dell'esame di maturità generale dell'anno in corso.



ric

Državni izpitni center

PROGRAMMA DELL'ESAME DI MATURITÀ GENERALE – MATEMATICA
Commissione nazionale di matematica per l'esame di maturità generale

Titolo originale: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO – MATEMATIKA

Il catalogo è stato redatto da:

dr. Iztok Banič (a partire dal 2019)
Dragomir Benko
mag. Jaka Erker
Mateja Fošnarič
mag. Alojz Grahor
Darka Hvastija
Mateja Jan
Tatjana Levstek
Ana Miler
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
mag. Mateja Škrlec
ddr. Janez Žerovnik

Recensione:

dr. Iztok Banič (2012)
Milan Jevnikar

Traduzione in lingua italiana:

mag. Loredana Sabaz

Revisione per la lingua italiana:

dr. Sergio Crasnich

La versione originale in lingua slovena del programma è stata approvata nella seduta n. 184 del Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale (Strokovni svet Republike Slovenije za splošno izobraževanje) in data 1. 6. 2017. Essa ha validità a partire dalla sessione primaverile dell'anno 2019. La validità del Programma per l'anno in cui il candidato deve sostenere l'esame di maturità è indicata nel Programma d'esame di maturità generale dell'anno in corso.

© Državni izpitni center, 2017
Tutti i diritti riservati.

Pubblicazione e stampa:

Državni izpitni center

Responsabile:

dr. Darko Zupanc

Redattrice:

mag. Aleš Drošč
dr. Andrejka Slavec Gornik
Joži Trkov

Revisione editoriale e elaborazione al computer

della traduzione italiana:

Dinka Petje
Tanja Pleterški

Ljubljana 2017

ISSN: 2232-4658

INDICE

1	INTRODUZIONE.....	5
2	OBIETTIVI DELL'ESAME	6
3	STRUTTURA E VALUTAZIONE DELL'ESAME	7
3.1	Schema dell'esame	7
3.2	Tipi di quesiti e valutazione	8
3.3	Criteri di valutazione dell'esame e delle sue singole parti	8
4	CONTENUTI E OBIETTIVI DELL'ESAME.....	10
4.1	Fondamenti di logica	10
4.2	Insiemi	10
4.3	Insiemi numerici	11
4.4	Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni	13
4.5	Potenze e radicali.....	13
4.6	Geometria nel piano e nello spazio.....	14
4.7	Figure e corpi geometrici.....	15
4.8	Vettori nel piano e nello spazio	16
4.9	Sistema di coordinate ortogonali nel piano	16
4.10	Funzioni.....	17
4.11	Coniche	21
4.12	Successioni e serie	22
4.13	Calcolo differenziale	23
4.14	Calcolo integrale.....	23
4.15	Calcolo combinatorio.....	24
4.16	Calcolo delle probabilità	24
4.17	Statistica.....	25
5	ESEMPI DI QUESITI PER L'ESAME SCRITTO.....	26
5.1	Quesito a risposta breve	26
5.2	Problemi strutturati	27
6	ESAME ORALE	29
6.1	Fondamenti di logica.....	30
6.2	Insiemi.....	30
6.3	Insiemi numerici	30
6.4	Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni.....	31
6.5	Potenze e radicali	32
6.6	Geometria nel piano e nello spazio	32
6.7	Figure e corpi geometrici	33
6.8	Vettori nel piano e nello spazio.....	34
6.9	Sistema di coordinate ortogonali nel piano.....	34

6.10 Funzioni	35
6.11 Coniche.....	38
6.12 Successioni e serie.....	38
6.13 Calcolo differenziale	39
6.14 Calcolo integrale	39
6.15 Calcolo combinatorio	40
6.16 Calcolo delle probabilità.....	40
6.17 Statistica	40
7 CANDIDATI CON NECESSITÀ PARTICOLARI.....	41
8 BIBLIOGRAFIA.....	42
9 ALLEGATI.....	43
9.1 Simboli matematici	43
9.2 Formule allegate alla prova d'esame	47

1 INTRODUZIONE

Nel Catalogo di materia dell'esame di maturità generale di Matematica (di seguito: catalogo) si definiscono le caratteristiche dell'esame in oggetto ai sensi di quanto previsto sia dalla Legge sull'esame di maturità sia dalle prescrizioni e delibere della Commissione Nazionale di maturità generale in merito alla struttura dell'esame e ai cataloghi d'esame di materia, descritti nel *Catalogo dell'esame di maturità generale* vigente. La matematica è una materia inserita nella parte comune della maturità generale ed è obbligatoria per tutti i candidati¹. I contenuti e obiettivi dell'esame sono i contenuti e gli obiettivi del curriculum di matematica per il ginnasio². L'esame di maturità generale di matematica si può sostenere a livello base (LB) e a livello superiore (LS). A livello base si valutano conoscenze e saperi di carattere generale, a livello superiore pure conoscenze e saperi specifici. Il simbolo ⇔ introduce contenuti e obiettivi valutati al livello superiore.

Nel catalogo sono elencati:

1. gli obiettivi d'esame;
2. l'articolazione e i criteri di valutazione delle prove d'esame scritta e orale in ambedue i livelli di base e superiore;
3. i sussidi permessi e gli accessori necessari;
4. gli obiettivi e i contenuti del programma di studio di matematica per i ginnasi;
5. gli esempi di domande per la prova orale;
6. i simboli e la terminologia matematica.

¹ Nel catalogo dell'esame di materia i sostantivi usati al maschile e collegati nominalmente e in modo sensato a concetti comuni e generali (ad es. candidato, valutatore) sono validi per persone di sesso femminile e maschile.

² Curriculum di Matematica [Fonte elettronica]: ginnasio: generale, classico e ginnasio professionale: materia obbligatoria e maturità (560 ore)/commissione d'esame Amalija Žakelj ... [et al.]. - Ljubljana: Ministero per l'istruzione e lo sport: Istituto per l'educazione della RS, 2008.
http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm

2 OBIETTIVI DELL'ESAME

L'esame verificherà se il candidato è in grado di:

- leggere un testo matematico e interpretarlo correttamente;
- rappresentare correttamente contenuti matematici in forma scritta, in tabelle, con grafici o diagrammi;
- utilizzare il calcolo numerico, stimare e scrivere un risultato con esattezza prestabilita e giudicare la sua validità;
- usare il metodo di calcolo più adatto;
- usare le tecnologie dell'informazione e della comunicazione (TCI) nella risoluzione di problemi matematici;
- utilizzare gli accessori di base per il disegno;
- interpretare, riformulare e usare correttamente affermazioni matematiche espresse verbalmente o con simboli;
- riconoscere e applicare relazioni tra oggetti geometrici a due e tre dimensioni;
- trarre deduzioni logiche dai dati matematici forniti;
- riconoscere modelli e strutture proposti in contesti diversi;
- analizzare un problema e scegliere il procedimento più idoneo per giungere alla sua soluzione;
- riconoscere e utilizzare in modo sinergico conoscenze appartenenti a settori diversi della matematica;
- combinare più abilità e tecniche matematiche nella risoluzione di problemi;
- presentare un proprio elaborato di matematica in modo logico e chiaro usando la terminologia appropriata e il simbolismo adeguato;
- applicare nella quotidianità le proprie conoscenze matematiche;
- utilizzare la matematica come mezzo di comunicazione, sottolineandone la precisione e l'efficacia comunicativa.

3 STRUTTURA E VALUTAZIONE DELL'ESAME

3.1 Schema dell'esame

LIVELLO DI BASE

► Esame scritto – prova d'esame esterna

Prova d'esame	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti	Allegato
1	120 minuti	80 %	esterna	Penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice ³ e strumenti geometrici ⁴	L'allegato con le formule è parte del foglio d'esame.
Totale	120 minuti	80 %			

► Esame orale – prova d'esame interna

	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti
3 domande brevi	fino a 20 minuti	20 %	interna	strumenti geometrici
Totale	fino a 20 minuti	20 %		

LIVELLO SUPERIORE

► Esame scritto – prova d'esame esterna

Prova d'esame	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti	Allegato
1	90 minuti	53,33 %	esterna	Penna stilografica o penna a sfera, matita, gomma, calcolatrice ³ e strumenti geometrici ⁴	L'allegato con le formule è parte del foglio d'esame.
2	90 minuti	26,67 %			
Totale	180 minuti	80 %			

Allo scadere del tempo previsto per la Prova d'esame 1 e prima di iniziare a risolvere la Prova d'esame 2 è prevista una pausa di 30 minuti.

► Esame orale – prova interna d'esame

	Durata	Percentuale del voto	Valutazione	Mezzi consentiti
3 domande brevi (1 o 2 domande sono precedute dal simbolo ⇔)	fino a 20 minuti	20 %	interna	strumenti geometrici
Totale	fino a 20 minuti	20 %		

³ La calcolatrice scientifica non programmabile (calcolatrice) è la calcolatrice elettronica che agevola il lavoro con le operazioni di calcolo di base e non permette:

- di comunicare con l'ambiente – «mondo esterno»,
- di salvare i dati dell'ambiente ovvero del mondo esterno,
- di salvare i dati impostati in precedenza,
- di calcolare con i simboli,
- di programmare nuove funzioni,
- di tracciare i grafici delle funzioni.

⁴ Compasso e due squadrette, è consentito anche un righello.

3.2 Tipi di quesiti e valutazione

LIVELLO DI BASE

► Esame scritto

Prova d'esame	Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
1	Quesiti brevi	12	ogni quesito da 5 a 8 punti
Totale		12	80 punti

► Esame orale

Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
Domanda, di solito completata da un quesito	3	ogni domanda 4 punti
Totale	3	12 punti

LIVELLO SUPERIORE

► Esame scritto

Prova d'esame	Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
1	Quesiti brevi	12	ogni quesito da 5 a 8 punti totale 80 punti
2	Problemi strutturati	4 I primi due problemi sono obbligatori, il candidato sceglie e risolve 1 problema tra i due rimasti.	ogni problema da 10 a 20 punti totale 40 punti

► Esame orale

Tipo di quesito	Numero di quesiti	Valutazione
Domanda, di solito completata da un quesito	3	ogni domanda 4 punti
Totale	3	12 punti

3.3 Criteri di valutazione dell'esame e delle sue singole parti

3.3.1 Ripartizione per livelli tassonomici

Livello tassonomico	Prova d'esame 1 (LB e LS)	Prova d'esame 2 (LS)	Prova orale (LB)	Prova orale (LS)
I. conoscenza	almeno 30 %	almeno 10 %	almeno 30 %	almeno 10 %
II. comprensione e applicazione	30–50 %	40–60 %	30–50 %	40–60 %
III. interpretazione individuale, valutazione, soluzione individuale di problemi nuovi	massimo 30 %	massimo 40 %	massimo 30 %	massimo 40 %
Totale	100%	100%	100%	100%

3.3.2 Criteri di valutazione delle singole parti dell'esame

► Esame scritto

I quesiti si valutano in conformità con le indicazioni per la valutazione. Si assegna un punteggio a ogni passaggio implicante il riferimento a un livello tassonomico diverso. Nella risoluzione, il percorso che porta al risultato deve essere chiaro e impostato correttamente con i calcoli intermedi e le deduzioni. Nei quesiti che prevedono una risoluzione grafica o con il disegno, ai candidati è richiesto di utilizzare gli appositi accessori geometrici.

► Esame orale

Al candidato si assegna un minimo di 0 punti e un massimo di 4 punti per la risposta a ogni domanda.

Si assegnano tutti e 4 i punti se il candidato risponde alla domanda (e, ove presente, risolve il quesito) in modo autonomo, correttamente ed esaurientemente. Il quesito che completa la domanda, risolto correttamente, porta al candidato un massimo di 2 punti.

3.3.3 Voto finale

Il voto finale dell'esame si determina dalla somma dei punti percentuali di tutte le prove d'esame (scritto e orale). La Commissione nazionale di maturità generale, su proposta della Commissione nazionale di matematica di maturità, stabilisce sia i criteri di conversione dei punti percentuali in voti (1–5) sia, per il livello superiore, i criteri di conversione dei punti percentuali in voti-punti (1–8). Tali criteri rimangono inalterati sia per la sessione primaverile sia per quella autunnale dell'esame di maturità.

4 CONTENUTI E OBIETTIVI DELL'ESAME

I contenuti d'esame e gli obiettivi sono stati selezionati dal curriculum vigente. Il livello di base della maturità generale comprende tutti gli obiettivi e i contenuti del sapere generale. Al livello superiore si valutano il sapere generale e quello specifico. All'esame di maturità, le conoscenze relative ai contenuti a scelta del curriculum non sono oggetto di verifica.

Il simbolo \Rightarrow introduce contenuti e obiettivi valutati solo al livello superiore.

4.1 Fondamenti di logica

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Proposizioni e simboli logici di connessione	– scrive una proposizione,
Proposizioni composte	– determina il valore logico di una proposizione,
Ordine delle operazioni	– scrive una proposizione composta con i simboli,
Tautologie	– calcola il valore logico di una proposizione composta con tutti i valori logici delle proposizioni semplici,
Proposizioni equivalenti	– constata l'equivalenza di due proposizioni.

4.2 Insiemi

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Concetti fondamentali: elemento, insieme, appartenenza dell'elemento all'insieme, sottoinsieme, insieme vuoto, insieme universo	– conosce i concetti fondamentali e indica con i simboli le relazioni tra gli elementi e gli insiemi,
Uso dei simboli	– usa le diverse rappresentazioni di un insieme,
Diagrammi di Venn	– esegue calcoli usando gli insiemi,
Intersezione, unione, differenza, complemento di insiemi	– determina l'insieme potenza di un insieme finito,
\Rightarrow Proprietà delle operazioni fra insiemi	– disegna la rete del prodotto cartesiano di due insiemi,
Insieme potenza	– applica le formule per il calcolo della potenza dell'unione di due o tre insiemi e la potenza del prodotto cartesiano di insiemi finiti.
Prodotto cartesiano di insiemi	
Potenza di un insieme	
\Rightarrow Potenza dell'insieme potenza	

4.3 Insiemi numerici

Contenuti

Obiettivi

4.3.1 Numeri naturali e numeri interi

Contenuti	Obiettivi
Operazioni di calcolo e loro proprietà	<p>Il candidato</p> <ul style="list-style-type: none">- conosce il significato dei numeri naturali, i motivi che hanno indotto a introdurre i numeri interi, gli esempi del loro utilizzo,- applica le operazioni di calcolo nell'insieme dei numeri naturali e dei numeri interi e argomenta le loro proprietà con esempi,- riporta i numeri naturali e i numeri interi sull'asse numerico,- ⇒ deduce per induzione, generalizza, dimostra o confuta la generalizzazione per induzione matematica,- utilizza la notazione decimale del numero intero,- motiva e applica i principali criteri di divisibilità,- conosce e applica le proprietà della relazione di divisibilità,- determina il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di due o più numeri interi,- applica il teorema fondamentale della divisione dei numeri interi,- ⇒ utilizza l'algoritmo di Euclide per determinare il massimo comune divisore,- ⇒ nei problemi applica l'uguaglianza $M.C.D. \cdot m.c.m. = a \cdot b$,- ⇒ trasforma numeri in notazione decimale in numeri nel sistema binario;
Numeri primi e numeri composti	
⇒ Induzione matematica	
Notazione decimale	
Criteri di divisibilità per 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9 e 10	
Relazione di divisibilità	
Massimo comune divisore e minimo comune multiplo	
Teorema fondamentale della divisione	
⇒ Algoritmo di Euclide e dipendenza tra $M.C.D.$ e $m.c.m.$	
Sistema numerico decimale	
⇒ Sistema numerico binario	

4.3.2 Numeri razionali

Operazioni di calcolo e loro proprietà	<ul style="list-style-type: none">- conosce e argomenta i motivi che hanno introdotto i numeri razionali,- riporta i numeri razionali sull'asse numerico,- esegue calcoli con i numeri razionali,- utilizza e motiva la trasformazione in numero decimale di un numero razionale e distingue tra frazioni decimali e frazioni non decimali,- esegue calcoli con numeri decimali,- utilizza le quote, le percentuali e il calcolo percentuale in esercizi della vita quotidiana e usa abilmente la calcolatrice;
Notazione decimale dei numeri razionali	
Quote e percentuali	
Calcolo percentuale	

4.3.3 Numeri reali

<p>Numeri irrazionali</p> <p>Numeri reali sull'asse numerico</p> <p>Intervalli</p> <p>Approssimazioni decimali finite</p> <p>Valore assoluto di un numero reale e sue proprietà</p> <p>Equazioni con il valore assoluto</p> <p>⇒ Disequazioni con il valore assoluto</p> <p>Errore assoluto e relativo</p>	<ul style="list-style-type: none"> – conosce e motiva le ragioni che hanno portato all'introduzione dei numeri reali, – elenca alcuni esempi di numeri irrazionali, – costruisce alcune radici quadrate con il teorema di Pitagora come esempi di numeri irrazionali, – interpreta l'asse numerico come asse reale, – arrotonda numeri decimali, – collega la rappresentazione geometrica e analitica del valore assoluto dei numeri reali, – semplifica espressioni con il valore assoluto e risolve semplici equazioni, – ⇒ risolve semplici disequazioni con il valore assoluto dei numeri reali, – confronta i significati di errore assoluto ed errore relativo e valuta l'errore assoluto e relativo della somma, differenza, prodotto e quoziente di due dati;
--	--

4.3.4 Numeri complessi

<p>Rappresentazione geometrica dei numeri complessi nel piano</p> <p>Operazioni di calcolo e loro proprietà</p> <p>Risoluzione di equazioni a coefficienti reali</p>	<ul style="list-style-type: none"> – conosce e argomenta i motivi che hanno portato all'introduzione dei numeri complessi, – rappresenta il numero complesso nel piano complesso, – addiziona e sottrae analiticamente e graficamente i numeri complessi, – moltiplica i numeri complessi, – ricava la regola per calcolare le potenze del numero i, – collega i significati, analitico e geometrico, del valore coniugato di un numero complesso, – collega i significati, analitico e geometrico, del valore assoluto di un numero complesso, – ricava e applica la formula per la divisione dei numeri complessi, – calcola il valore reciproco di un numero complesso, – calcola anche le risoluzioni complesse di un'equazione.
--	---

4.4 Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni

Contenuti	Obiettivi
Operazioni di calcolo con le espressioni	<p>Il candidato</p> <ul style="list-style-type: none">– confronta e distingue i significati di espressione ed equazione e di variabile e incognita,– addiziona e moltiplica le espressioni algebriche,– utilizza e argomenta i prodotti notevoli per il quadrato e il cubo di un binomio,– determina con il triangolo di Pascal le formule per le potenze di un binomio con esponente superiore a due e le applica,– riconosce e utilizza il metodo adatto per la scomposizione dell'espressione data: mettere in evidenza, differenza di quadrati, somma e differenza di cubi, le formule del <i>Viète</i>, scomposizione di un quadrimonio,– ⇒ scompone le espressioni $a^n \pm b^n$,– calcola con le equazioni algebriche (tutte e quattro le operazioni di calcolo e le espressioni con le parentesi),– applica le formule di trasformazione delle equazioni equivalenti e risolve abilmente le equazioni,– riconosce e risolve l'equazione lineare,– riconosce e risolve le equazioni razionali,– esprime abilmente le incognite in equazioni fisiche o chimiche,– ⇒ elabora l'equazione lineare con il parametro,– applica le formule di trasformazione delle disequazioni equivalenti e motiva i passaggi nella risoluzione delle disequazioni,– riconosce e risolve la disequazione lineare,– ⇒ elabora semplici disequazioni lineari con il parametro.
Potenze di espressioni	
Scomposizione di espressioni	
Calcolo con le frazioni	
Equazioni e disequazioni	
Equazione lineare	
Equazione razionale	
⇒ Equazione lineare con il parametro	
Disequazione lineare	
⇒ Disequazione lineare con il parametro	

4.5 Potenze e radicali

Contenuti	Obiettivi
Potenze con esponente naturale	<p>Il candidato</p> <ul style="list-style-type: none">– argomenta e utilizza le regole di calcolo con le potenze a esponente naturale,– argomenta e utilizza le regole di calcolo con le potenze a esponente intero e le confronta con le regole di calcolo delle potenze a esponente naturale,– spiega il significato di a^{-1} e a^{-n},
Potenze con esponente intero	
Radice n -esima	
Potenze con esponente razionale	

Contenuti

⇒ Equazioni irrazionali

Obiettivi

- utilizza le proprietà di calcolo delle radici quadrate,
- risolve l'equazione quadratica $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$, per scomposizione e per radice quadrata,
- confronta e argomenta la risoluzione di equazioni semplici $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$, nell'insieme dei numeri reali per scomposizione e per radice,
- spiega e utilizza l'uguaglianza $\sqrt{x^2} = |x|$,
- calcola le radici cubiche dei numeri reali esattamente (a mente) e con la calcolatrice,
- distingue tra le condizioni necessarie di esistenza della radice n -esima di un numero reale (rispetto all'esponente e al radicando),
- utilizza abilmente la calcolatrice per calcolare le radici n -esime,
- trasforma la scrittura della radice n -esima in potenza con esponente razionale,
- collega e confronta le risoluzioni di esercizi con le radici n -esime con le risoluzioni espresse con le potenze a esponente razionale,
- ⇒ riconosce l'equazione irrazionale e risolve e argomenta i passaggi nella risoluzione delle equazioni irrazionali interpretando i risultati.

4.6 Geometria nel piano e nello spazio

Contenuti

Punti, rette e circonferenze nel piano
 Distanza, segmento, retta di sostegno del segmento, asse, semiretta, angolo
 Tipi di angoli e relazioni tra angoli
 Triangolo e poligono
 Punti notevoli del triangolo
 Movimenti rigidi e congruenza
 Traslazione, simmetria, rotazione e orientazione del triangolo
 Proiezione ortogonale
 Angoli al centro e alla circonferenza
 Angolo in una semicirconferenza
 Omotetia, similitudine

Obiettivi

Il candidato

- apprende i concetti fondamentali della geometria euclidea,
- sviluppa il disegno geometrico e attraverso l'applicazione pratica apprende gli standard fondamentali della teoria matematica,
- conosce la definizione e applica le proprietà delle figure geometriche,
- utilizza la dipendenza tra angolo interno e angolo esterno di un triangolo e le relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo,
- utilizza la dipendenza tra l'angolo con il vertice sulla circonferenza e l'angolo al centro che insistono sullo stesso arco,
- sa distinguere tra triangoli congrui e triangoli simili,
- applica i teoremi del triangolo rettangolo,

Contenuti	Obiettivi
Teoremi del triangolo rettangolo	<ul style="list-style-type: none"> - disegna le figure geometriche con gli strumenti geometrici ⇒ e con i programmi di geometria dinamica, - fa proprie e applica le relazioni tra i lati e gli angoli di un triangolo qualsiasi usando il teorema del coseno e il teorema del seno, - indaga sui problemi geometrici con l'uso delle TIC, - sviluppa le relazioni tra punti, rette e piani nello spazio.
Parallelogramma, rombo, trapezio	
Problem solving	
Teorema del seno e del coseno	
⇒ Insieme di punti nello spazio	
Rette parallele e rette perpendicolari nel piano e nello spazio	
Proiezione ortogonale di una retta sul piano	

4.7 Figure e corpi geometrici

Contenuti	Obiettivi
	Il candidato
Area delle figure geometriche, formula di Erone	<ul style="list-style-type: none"> - sviluppa e migliora il disegno geometrico, - applica le formule per esprimere grandezze differenti, - valuta criticamente e giudica i valori ottenuti e fa attenzione alle unità di misura, - utilizza le conoscenze della geometria del piano e risolve i problemi inerenti il raggio delle circonferenze inscritta e circoscritta al triangolo, - descrive il corpo geometrico, - applica le conoscenze delle funzioni goniometriche e della geometria ai modelli dei corpi geometrici, - risolve i problemi inerenti l'area della superficie e il volume dei corpi, valuta criticamente e giudica i risultati ottenuti e le unità di misura, - ⇒ risolve i problemi geometrici relativi ai corpi obliqui, - ⇒ determina l'asse di rotazione e analizza il solido di rotazione ottenuto secondo l'asse prescelto, - ⇒ risolve i problemi relativi al volume dei solidi di rotazione, - riconosce il problema geometrico, lo rappresenta, constata con quali concetti, variabili e dipendenze reciproche lo può risolvere, risolve il problema, commenta le risoluzioni e riflette su quanto siano sensate, - sceglie in modo autonomo e utilizza le strategie adatte alla risoluzione dei problemi geometrici introducendo gli argomenti della geometria del piano e dello spazio, - risolve i problemi geometrici applicando la trigonometria.
Raggio della circonferenza inscritta e circoscritta al triangolo	
Corpi geometrici: prisma, cilindro, piramide, cono, sfera	
Area della superficie e volume del prisma retto, del cilindro retto, della piramide retta, del cono retto e della sfera	
⇒ Principio di Cavalieri	
⇒ Corpi obliqui	
⇒ Solidi di rotazione	
Problemi matematici geometrici	

4.8 Vettori nel piano e nello spazio

Contenuti	Obiettivi
Definizione di vettore	Il candidato
Somma, prodotto scalare (forze) – interpretazione grafica	– traccia i vettori, somma e scompone i vettori graficamente e moltiplica i vettori per lo scalare,
Vettori collineari e complanari – interpretazione grafica	– apprende il calcolo con i vettori a livello grafico e per calcolo numerico,
Sviluppo dei vettori nella base (scomposizione di una forza in componenti), proiezione ortogonale – interpretazione grafica	– valuta la collinearità e la complanarità dei vettori,
Combinazione lineare di vettori	– ⇒ qualifica l'indipendenza lineare dei vettori,
⇒ Vettori linearmente indipendenti	– calcola con i vettori espressi con le coordinate (componenti)
Base nel piano e nello spazio	– calcola l'angolo tra i vettori, il modulo del vettore e la proiezione ortogonale del vettore,
Sistema coordinato ortogonale nel piano e nello spazio, raggio vettore di un punto	– argomenta il parallelismo e l'ortogonalità dei vettori,
Notazione del vettore con le coordinate (componenti)	– comprende l'ortogonalità nello spazio.
Operazioni di calcolo con i vettori espressi con le coordinate (componenti)	
Proiezione ortogonale di un vettore su di un altro vettore	
Prodotto scalare, angolo tra vettori e modulo di un vettore	
⇒ Applicazione del calcolo vettoriale nel triangolo e nel parallelogramma, rapporti, baricentro	
Connessione tra il prodotto scalare e il teorema del coseno	

4.9 Sistema di coordinate ortogonali nel piano

Contenuti	Obiettivi
Insiemi di punti nel piano	Il candidato
Distanza fra punti nel piano di coordinate	– utilizza il sistema di coordinate ortogonali nel piano,
Area del triangolo	– legge e disegna l'insieme dei punti nel piano di coordinate secondo le condizioni date,
	– applica la relazione tra la coppia ordinata e i punti nel piano,
	– calcola la distanza tra punti, calcola l'area del triangolo e inserisce le due formule nei problemi matematici.

4.10 Funzioni

Contenuti

- Definizione di funzione
- Definizione di una funzione reale e proprietà delle funzioni reali di variabile reale (iniettive, suriettive, biettive, crescenti, decrescenti, pari, dispari ...)
- Funzioni composte (compositum)
- Funzione inversa
- Trasformazioni nel piano
- Limite di una funzione
- Esempi di limiti particolari
- Funzioni continue
- ⇒ Proprietà delle funzioni continue in un intervallo chiuso
- ⇒ Determinazione degli zeri con l'uso della tecnologia

Obiettivi

Il candidato

- apprende e applica il concetto di funzione,
- apprende e applica i seguenti concetti: dominio e insieme immagine di una funzione, funzione iniettiva, suriettiva e biettiva,
- traccia, analizza il grafico di una funzione con la traslazione e la dilatazione,
- utilizza la traslazione, le simmetrie e le dilatazioni nella risoluzione dei problemi,
- constata l'esistenza della funzione inversa su esempi semplici, la scrive e traccia il grafico della funzione inversa di una funzione data,
- ⇒ analizza e traccia il grafico della funzione che contiene il valore assoluto,
- traccia il grafico della funzione gradino,
- spiega il concetto di limite in un dato punto in esempi scelti adeguatamente che siano rappresentazioni grafiche, tabellari o analitiche delle funzioni,
- calcola il limite della funzione e spiega il significato del valore del limite ottenuto,
- spiega il significato di limite all'infinito,
- distingue il limite di una funzione all'infinito dal limite infinito,
- utilizza il limite per il calcolo degli asintoti di una funzione,
- riconosce una funzione continua data con il suo grafico,
- ⇒ spiega la funzione continua analizzandola come funzione,
- determina gli intervalli nei quali la funzione data risulta continua,
- ⇒ deduce le proprietà di una funzione continua concreta in un intervallo chiuso,
- ⇒ determina lo zero o un punto sulla curva con esattezza prestabilita usando le tecnologie;

4.10.1 Funzione lineare

- Definizione e proprietà della funzione lineare, grafico della funzione lineare
- Equazione della retta nel piano
- Angolo tra rette
- Equazione lineare

- scrive la funzione lineare e traccia il suo grafico,
- conosce e utilizza il significato dei coefficienti nella funzione lineare,
- interpreta e utilizza il grafico della funzione lineare nelle situazioni pratiche,

Contenuti	Obiettivi
Disequazione lineare	– calcola l'angolo tra rette,
Sistema di equazioni lineari	– conosce il significato delle diverse forme dell'equazione della retta,
⇒ Metodo a eliminazione di Gauss	– riconosce nel testo una dipendenza lineare e scrive l'equazione lineare,
⇒ Sistema di disequazioni lineari	– risolve l'equazione lineare,
Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione lineare	– ⇒ elabora equazioni lineari semplici, disequazioni e sistemi di equazioni lineari,
	– imposta la risoluzione di un problema con un sistema di equazioni e lo risolve,
	– risolve problemi semplici della vita quotidiana e li interpreta adeguatamente,
	– applica la funzione lineare a problemi semplici della vita quotidiana;

4.10.2 Funzione potenza

Definizione e proprietà della funzione potenza con esponente naturale

Definizione e proprietà della funzione potenza con esponente negativo intero

Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione potenza

- riconosce una dipendenza a potenza e la distingue da altre dipendenze (proporzionalità diretta ...),
- traccia e analizza il grafico della funzione potenza con l'aiuto delle trasformazioni,
- scrive e modella i fenomeni reali con la funzione potenza e li sceglie criticamente,

4.10.3 Funzione radice

Definizione, proprietà e grafico della funzione radice

- interpretazione della funzione radice come funzione inversa della funzione potenza;

4.10.4 Funzione quadratica

Definizione, proprietà e grafico della funzione quadratica

Trascrizione della funzione quadratica nelle varie forme

⇒ Applicazione della funzione quadratica – problemi di massimo e minimo

Formule del Viète

Equazione quadratica

Intersezione tra parabola e retta

Intersezione di due parabole

Disequazione quadratica

⇒ Sistema di disequazioni quadratiche

- scrive la funzione quadratica con dati diversi e ne traccia il grafico,
- interpreta e utilizza il grafico della funzione quadratica in situazioni reali,
- risolve l'equazione e la disequazione quadratica,
- traduce un problema in equazione o disequazione quadratica e lo risolve,
- legge un testo matematico, lo analizza e lo rappresenta,
- ⇒ descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione quadratica;

- ⇒ Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione quadratica

4.10.5 Funzione esponenziale

- Definizione, proprietà e grafico della funzione esponenziale
- Equazione esponenziale
- ⇒ Risoluzione grafica della disequazione esponenziale
- Crescita esponenziale
- Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione esponenziale

- riconosce e distingue la dipendenza esponenziale dagli altri tipi di dipendenze,
- conosce e applica le proprietà della funzione esponenziale,
- traccia il grafico della funzione esponenziale,
- applica le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione esponenziale,
- confronta la crescita potenziale e la crescita esponenziale,
- riconosce e risolve l'equazione esponenziale,
- descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione esponenziale;

4.10.6 Funzione logaritmica

- Definizione, proprietà e grafico della funzione logaritmica
- Logaritmo e proprietà di calcolo dei logaritmi
- Logaritmo decimale e naturale
- ⇒ Trasformazione di base logaritmica
- Equazioni logaritmiche
- ⇒ Lettura di scale logaritmiche
- ⇒ Modellazione di situazioni della vita quotidiana con applicazione della funzione logaritmica

- conosce e applica le proprietà della funzione logaritmica,
- traccia il grafico della funzione logaritmica,
- applica la dipendenza tra funzione esponenziale e funzione logaritmica,
- utilizza le traslazioni e le dilatazioni del grafico della funzione logaritmica,
- applica le formule di calcolo con i logaritmi,
- riconosce il numero e e il logaritmo naturale,
- riconosce e risolve l'equazione logaritmica,
- confronta la crescita esponenziale e la crescita logaritmica,
- ⇒ descrive e rappresenta esempi della vita quotidiana applicando la funzione logaritmica;

4.10.7 Funzione polinomiale

- Definizione, proprietà e grafico della funzione polinomiale
- Operazioni di calcolo con i polinomi
- Teorema fondamentale della divisione di polinomi
- Zeri delle funzioni polinomiali
- Teorema fondamentale dell'algebra e sue

- riconosce come casi particolari della funzione polinomiale la funzione lineare e la funzione quadratica,
- calcola con i polinomi,
- utilizza il teorema fondamentale della divisione dei polinomi,
- applica il teorema della divisione del polinomio per un polinomio lineare,

Contenuti	Obiettivi
conseguenze	– utilizza l'algoritmo di Horner nella ricerca degli zeri della funzione polinomiale,
Algoritmo di Horner	– utilizza le proprietà dei polinomi nei problemi,
Analisi del grafico della funzione polinomiale	– traccia e interpreta il grafico della funzione polinomiale,
Equazioni polinomiali	– ⇒ applica il metodo di bisezione,
Disequazioni polinomiali	– ⇒ applica il metodo di bisezione,
⇒ Metodo di bisezione	– risolve le equazioni e disequazioni polinomiali;
⇒ Modellazione di fenomeni reali con i polinomi	

4.10.8 Funzione razionale

Definizione, proprietà e grafico della funzione razionale	– conosce e applica le proprietà delle funzioni razionali,
Zeri, poli e asintoti	– traccia e interpreta il grafico della funzione razionale,
Equazioni razionali	– risolve equazioni razionali,
⇒ Disequazioni razionali	– ⇒ risolve disequazioni razionali;

4.10.9 Funzioni goniometriche

Definizione e proprietà delle funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo	– scrive e utilizza le funzioni goniometriche nel triangolo rettangolo,
Definizione delle funzioni goniometriche nella circonferenza trigonometrica	– ricava i valori delle funzioni goniometriche per 0° , 30° , 45° , 60° , 90° ,
Proprietà e grafici delle funzioni goniometriche	– ricava e utilizza le dipendenze tra le funzioni goniometriche di uno stesso angolo,
Trasformazione dei grafici delle funzioni goniometriche	– utilizza la calcolatrice,
Teoremi di addizione	– utilizza i valori delle funzioni goniometriche per angoli qualsiasi,
Problem solving	– conosce e applica le proprietà delle funzioni goniometriche,
⇒ Formule di prostaferesi e del Werner	– conosce e spiega i concetti adottando rappresentazioni diverse (tabelle di valori, grafici, circonferenza trigonometrica, analiticamente),
Calcolo del valore delle funzioni circolari	– applica le trasformazioni dei grafici delle funzioni goniometriche,
⇒ Grafici e proprietà delle funzioni circolari	– traccia e interpreta i grafici delle funzioni goniometriche,
Equazioni trigonometriche	– utilizza i teoremi di addizione,
⇒ Le funzioni goniometriche nella scienza e nella tecnologia	– utilizza le formule di duplicazione,
	– applica le formule di duplicazione (⇒ di bisezione) nelle equazioni trigonometriche e nei problemi,
	– ⇒ fattorizza le espressioni e le sa utilizzare nelle equazioni,
	– calcola i valori delle funzioni circolari,

Contenuti**Obiettivi**

- ⇒ fa lo schizzo del grafico delle funzioni circolari,
- risolve le equazioni trigonometriche,
- interpreta e analizza le risoluzioni analitiche rispetto al problema dato,
- applica le funzioni goniometriche in situazioni problematiche dove è previsto il calcolo dell'angolo,
- risolve problemi semplici, composti, autentici e originali.

4.11 Coniche

Contenuti**Obiettivi**

- Scrittura algebrica delle curve di II grado
- Circonferenza centrata e traslata
- Ellisse centrata e traslata
- Iperbole centrata all'origine
- Parabola riferita al vertice
- ⇒ Iperboli e parabole traslate
- ⇒ Rette tangenti alle coniche

Il candidato

- descrive esempi di coniche in natura,
- confronta e utilizza le definizioni: analitica e geometrica di ogni conica,
- interpreta la circonferenza come caso particolare dell'ellisse e ⇒ ricava l'equazione dell'ellisse dall'equazione della circonferenza per dilatazione lungo l'asse prescelto,
- analizza l'equazione e traccia il grafico della circonferenza e dell'ellisse centrate e traslate,
- analizza l'equazione e traccia il grafico dell'iperbole centrata e della parabola riferita al vertice,
- analizza forme diverse dell'equazione della parabola,
- ⇒ costruisce le coniche,
- ⇒ traccia le coniche usando anche il software adatto,
- ⇒ analizza il grafico della parabola e dell'iperbole traslate,
- ⇒ analizza l'equazione dell'iperbole e della parabola traslate,
- ⇒ elabora graficamente e analiticamente la retta tangente a una conica,
- determina analiticamente e graficamente l'intersezione delle coniche con una retta e l'intersezione tra coniche centrate all'origine,
- argomenta adeguatamente i risultati ottenuti per elaborazione analitica delle intersezioni,
- ⇒ risolve i problemi.

4.12 Successioni e serie

Contenuti	Obiettivi
Definizione di successione	Il candidato
Proprietà delle successioni (finita, infinita, monotona, limitata, convergente ...)	<ul style="list-style-type: none">– riporta l'esempio, deduce per induzione, generalizza e continua ad elencare i termini di una successione,
Successione aritmetica	<ul style="list-style-type: none">– determina e scrive la dipendenza tra i termini di una successione,
Successione geometrica	<ul style="list-style-type: none">– scrive i termini di una successione dati i termini iniziali e con la formula ricorsiva,
Somma dei primi n termini di una successione aritmetica e somma dei termini di una successione geometrica	<ul style="list-style-type: none">– constata e analizza le proprietà di successioni date in forme diverse (in rappresentazioni numeriche, grafiche, analitiche ...),
Limite di una successione	<ul style="list-style-type: none">– legge e rappresenta successioni date in forme diverse,
Serie	<ul style="list-style-type: none">– applica le proprietà delle successioni,
Serie geometrica convergente	<ul style="list-style-type: none">– ipotizza e calcola il limite di una successione,
Calcolo dell'interesse	<ul style="list-style-type: none">– distingue tra successione e serie,
Annuità	<ul style="list-style-type: none">– distingue fra i concetti di serie convergente e serie divergente,
Piano d'estinzione di mutui e prestiti	<ul style="list-style-type: none">– calcola la somma di n termini di una successione,– calcola la somma della serie geometrica,– distingue l'interesse semplice da quello composto,– distingue fra tasso conforme e tasso relativo,– utilizza il principio d'equivalenza dei capitali,– individua i casi reali del calcolo dell'interesse, esprime le aspettative e formula decisioni in base ai calcoli simulati,– calcola l'importo delle rate ed elabora il piano d'estinzione di mutui e prestiti.

4.13 Calcolo differenziale

Contenuti	Obiettivi
Quoziente differenziale, derivata, significato geometrico della derivata	Il candidato
Proprietà delle derivate, derivate delle funzioni elementari	– descrive i concetti del calcolo differenziale usando rappresentazioni grafiche, numeriche o analitiche,
Applicazione della derivata	– calcola il valore del quoziente differenziale,
Estremi, crescita e decrescenza della funzione	– calcola il limite del quoziente differenziale,
⇒ Seconda derivata della funzione	– spiega il significato geometrico di derivata,
⇒ Flesso, convessità e concavità di una funzione	– ⇒ ricava semplici proprietà di derivazione utilizzando la definizione di derivata,
⇒ Funzioni derivabili continue	– ⇒ ricava le derivate delle funzioni usando le proprietà delle derivate,
Problemi di massimo e minimo	– deriva le funzioni elementari e il compositum di funzioni,
⇒ Modellazione di problemi reali e loro risoluzione con il metodo del calcolo differenziale	– ⇒ calcola la derivata delle funzioni,
	– determina i punti di (non)derivabilità dal grafico,
	– collega le proprietà della funzione alla sua derivata (ipotizza le proprietà, fa lo schizzo del grafico ...),
	– scrive l'equazione della retta tangente e della normale in un punto dato della curva,
	– calcola l'angolo tra le curve,
	– analizza la funzione con la derivata (spiega gli estremi, determina gli intervalli di crescita e decrescenza) e ne traccia il grafico,
	– ⇒ collega il concetto di funzione continua e funzione derivabile in un dato intervallo,
	– risolve un problema semplice di massimo e minimo,
	– ⇒ risolve un problema reale di massimo e minimo e lo interpreta adeguatamente.

4.14 Calcolo integrale

Contenuti	Obiettivi
Integrale indefinito (funzione primitiva)	Il candidato
Proprietà dell'integrale indefinito	– spiega la relazione tra la derivata della funzione e l'integrale indefinito,
⇒ Introduzione di una nuova variabile	– conosce la tabella degli integrali delle funzioni elementari e la corrispondenza con la tabella delle derivate,
⇒ Integrazione »per partes«	– applica le proprietà dell'integrale indefinito,
⇒ Integrazione della funzione razionale	– ⇒ sa integrare introducendo una nuova variabile,
Integrale definito	– ⇒ sa integrare »per partes«,

Contenuti	Obiettivi
Proprietà dell'integrale definito	<ul style="list-style-type: none"> - ⇒ calcola l'integrale delle funzioni razionali (scomponendole in frazioni parziali), - conosce il significato geometrico dell'integrale definito, - applica le proprietà dell'integrale definito, - utilizza la relazione tra integrale indefinito e integrale definito, - risolve problemi matematici e reali semplici.
Relazione tra l'integrale definito e l'integrale indefinito	
Applicazione dell'integrale definito (aree, ⇒ volume dei solidi di rotazione ...)	

4.15 Calcolo combinatorio

Contenuti	Obiettivi
Teorema fondamentale del calcolo combinatorio, albero combinatorio	Il candidato <ul style="list-style-type: none"> - calcola $n!$, - distingue concetti diversi del calcolo combinatorio, - calcola il valore del coefficiente binomiale, - sviluppa la potenza di un binomio.
Regola della somma	
Permutazioni	
Permutazioni con ripetizione	
Disposizioni	
Disposizioni con ripetizione	
Combinazioni	
Teorema del binomio	
Triangolo di Pascal	

4.16 Calcolo delle probabilità

Contenuti	Obiettivi
Concetti fondamentali del calcolo delle probabilità: prova, evento, spazio campione	Il candidato <ul style="list-style-type: none"> - scrive gli eventi e calcola con essi, - cerca tutti gli eventi di una prova, - distingue tra probabilità soggettiva, empirica e matematica, - comprende e collega la probabilità empirica a quella matematica, - conosce e applica la definizione di probabilità matematica, - calcola la probabilità di un evento conoscendo la probabilità degli eventi che lo compongono, - ⇒ distingue i concetti di eventi incompatibili ed eventi indipendenti, - utilizza lo spazio campione.
Calcolo con eventi	
Probabilità soggettiva, probabilità empirica, probabilità matematica, probabilità di un evento	
Calcolo della probabilità di eventi complementari, somma di eventi	
⇒ Probabilità condizionata	
⇒ Probabilità del prodotto, eventi indipendenti	
⇒ Successione di eventi indipendenti	
Distribuzione normale	

4.17 Statistica

Contenuti

Concetti statistici fondamentali
Tipi di dati statistici
Rilevazione di dati
Spoglio ed elaborazione dei dati
Rappresentazione dei dati (diagramma a barre, diagramma a segmenti, areogramma, istogramma, diagramma a dispersione, diagramma a linee e a curva, box-plot)
Media aritmetica, mediana, moda
Varianza, deviazione standard, quartili
Indagine statistica

Obiettivi

Il candidato

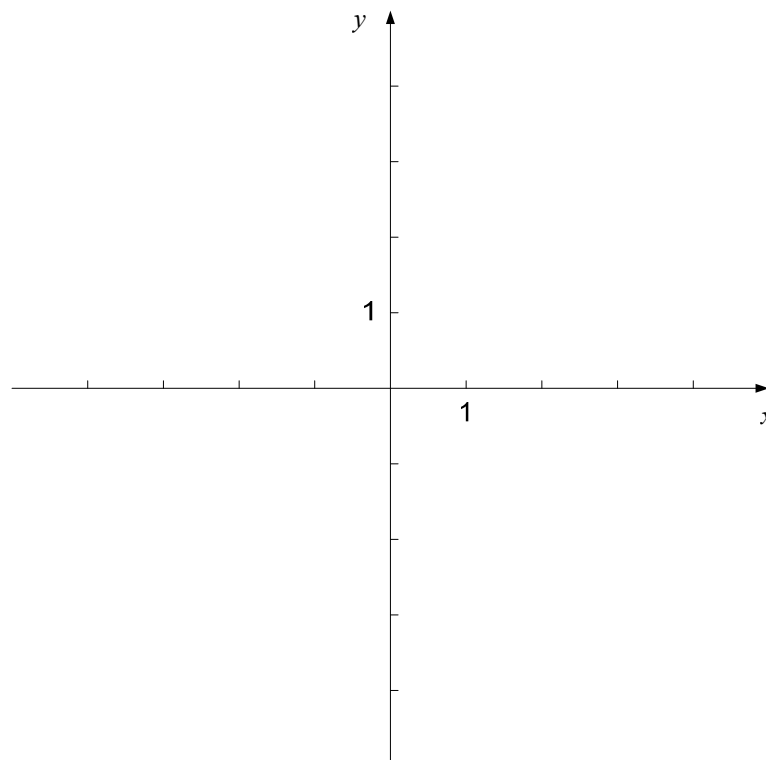
- distingue tra caratteristica esaminata (variabile), l'unità, il valore della variabile, il campione, la popolazione,
- riconosce la caratteristica esaminata dell'unità,
- distingue fra dati qualitativi o modalità, fra i dati di serie o ordinali e fra i dati quantitativi o numerici,
- raccoglie dati, li ordina e li struttura,
- sceglie il diagramma adatto per la rappresentazione dei dati,
- legge, interpreta ed elabora i diagrammi statistici,
- sviluppa un rapporto critico nell'interpretazione dei risultati,
- conosce e utilizza metodi diversi di rilevazione dei dati,
- sceglie il metodo adatto di rilevazione a seconda della tipologia dei dati,
- calcola, valuta e interpreta il valore medio, la moda e la mediana come misure di dati omogenei,
- valuta le dipendenze semplici tra le variabili statistiche,
- calcola, valuta e interpreta la varianza, la deviazione standard e i quartili come misure di dispersione o di variabilità dei dati,
- applica le conoscenze relative alla gestione dei dati nell'intero processo della ricerca empirica (sceglie il tema, imposta il questionario, rileva i dati, ne fa lo spoglio e l'elaborazione, li analizza, li rappresenta e interpreta i risultati).

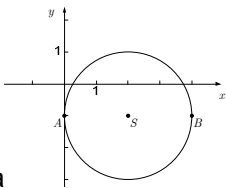
5 ESEMPI DI QUESITI PER L'ESAME SCRITTO

5.1 Quesito a risposta breve

1. Nel sistema di coordinate dato tracciate la circonferenza $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$. Dimostrate con il calcolo che il punto $A(0, -1)$ appartiene alla circonferenza data. Scrivete le coordinate del punto B se la corda AB è il diametro della circonferenza. Risolvete il quesito senza far uso della calcolatrice.

(8 punti)



Quesito	Punti	Soluzione	Indicazioni aggiuntive
1	3	♦ Trasformazione dell'equazione nella forma $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$	A ogni termine 1 punto.
	2	 ♦ Figura	Se il candidato traccia correttamente la circonferenza con un'equazione trasformata in modo scorretto ottiene *1 punto.
	2	♦ Introduzione delle coordinate del punto A nell'equazione e la dimostrazione dell'uguaglianza	*1 + 1
	1	♦ La notazione del punto $B(4, -1)$	
Totale	8		

5.2 Problemi strutturati

1. È data la funzione con la dipendenza $f(x) = \frac{2\operatorname{sen}x + \tan x}{\cos x}$.

1.1. Determinate l'insieme di definizione della funzione f e calcolate i suoi zeri.

(5 punti)

1.2. Dimostrate che la funzione f è dispari.

(2 punti)

1.3. La funzione è crescente o decrescente nel punto di ascissa $x_0 = \frac{2\pi}{3}$? Argomentate la risposta.

(3 punti)

1.4. Calcolate $\int f(x)dx$.

(4 punti)

Quesito	Punti	Soluzione	Indicazioni aggiuntive
1.1	1	♦ $D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$	
	1	♦ la scomposizione $\frac{\text{sen } x(2\cos x + 1)}{\cos^2 x} = 0$	È sufficiente la scomposizione del numeratore.
	3	♦ la notazione degli zeri, ad es. $x_1 = k\pi, x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, x_3 = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	1 + 1 + 1 Per la notazione di tutti gli zeri parziali $0, \frac{2\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$ al candidato si assegna 1 punto.
Totale	5		Se il candidato non annota nemmeno una volta $k \in \mathbb{Z}$ perde 1 punto.
1.2	2	♦ $f(-x) = \frac{2\text{sen}(-x) + \tan(-x)}{\cos(-x)} = -\frac{2\text{sen } x + \tan x}{\cos x} = -f(x)$	1 + 1
Totale	2		
1.3	1	♦ il calcolo della derivata $f'(x)$ ad es. $f'(x) = \frac{\text{sen}^2 x + 2\cos x + 1}{\cos^3 x}$	
	*1	♦ il valore calcolato $f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -6$	
	1	♦ l'argomentazione ad es. $f'(x_0) < 0$ la funzione decresce in x_0	
Totale	3		
1.4	1	♦ l'introduzione dell'incognita nuova $u = \cos x, du = -\text{sen } x dx$	
	3	♦ il risultato $-2\ln \cos x + \frac{1}{\cos x} + C$	Il calcolo $\int \frac{2}{u} du = 2\ln u + C$... 1 punto. Il calcolo $\int \frac{du}{u^2} = -\frac{1}{u} + C$... 1 punto.
Totale	4		

6 ESAME ORALE

Il candidato sostiene la prova orale davanti alla commissione d'esame scolastica. Essa vigila sulla correttezza della procedura, valuta la prova del candidato in punti ed è responsabile del calcolo di questi ultimi.

Il candidato risponde alle domande della scheda d'esame per la prova orale. La scheda contiene tre domande scelte dalla Commissione nazionale di maturità generale per la matematica. Le domande teoriche sono di solito completate da un esercizio.

L'esaminatore può porre al candidato delle domande aggiuntive con cui articolare quelle della scheda, senza però uscire dall'argomento trattato nella domanda o nell'esercizio della scheda.

Il candidato ha il diritto di potersi preparare fino a 15 minuti per la prova orale e ha il diritto di cambiare una volta la scheda d'esame. La durata massima della prova orale d'esame è di 20 minuti.

► Esempio di scheda d'esame per il LB

1. Che cos'è la frazione? Quando due frazioni rappresentano uno stesso numero razionale? Definite le operazioni di calcolo con le frazioni ed elencate le loro proprietà. (3 punti)

Quesito: Semplificate l'espressione $\frac{3}{x^2-9} : \left(\frac{x}{x+3} - 1\right)$, $x \neq \pm 3$. (1 punto)

2. Definite la funzione potenza con esponente naturale (pari, dispari). (1 punto)
Tracciate il grafico delle funzioni per gli esponenti $n = 2$ e $n = 3$ ed elencatene le proprietà fondamentali. (3 punti)

3. Spiegate i concetti fondamentali ed enunciate le formule per il calcolo dell'interesse semplice e dell'interesse composto. (3 punti)

Quesito: Abbiamo depositato in banca la somma di 500 €. Determinate quanto sarà il nostro capitale dopo due anni con il calcolo dell'interesse composto, se il tasso d'interesse annuale è del 4 % e gli interessi vengono accreditati annualmente. (1 punto)

► Esempio di scheda d'esame per il LS

1. Definite i numeri pari e i numeri dispari. (1 punto)

Dimostrate che:

- a) la somma di due numeri dispari è un numero pari; (1 punto)
b) il quadrato di un numero dispari è un numero dispari. (2 punti)

2. ⇒ Dimostrate che in un triangolo qualsiasi ABC vale l'uguaglianza $\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma} = 2R$. (3 punti)

Quesito: Nel triangolo ABC l'angolo α misura 60° , l'angolo γ invece 75° . Il lato a misura 10 cm. Quanto misura il lato b ? (1 punto)

3. ⇒ Spiegate negli esempi dati l'introduzione di una nuova variabile nel calcolo dell'integrale indefinito e dell'integrale definito.

a) Calcolate l'integrale indefinito $\int \sqrt{2x+1} dx$. (2 punti)

b) Calcolate l'integrale definito $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \text{sen}^2 x \cos x dx$. (2 punti)

Seguono gli esempi scritti delle domande per la prova orale dell'esame. La Commissione Nazionale di maturità generale per la matematica si riserva di cambiare, scartare o completare le domande per la prova orale d'esame.

In questo capitolo il simbolo \Rightarrow introduce le domande che possono apparire solo nelle schede per il livello superiore.

6.1 Fondamenti di logica

1. Che cos'è una proposizione? Che cos'è la negazione di una proposizione? Che cos'è la congiunzione e che cos'è la disgiunzione delle proposizioni? Scrivete le tabelle di verità per la negazione, la congiunzione e la disgiunzione.
2. Che cos'è una proposizione? Che cos'è l'implicazione e che cos'è l'equivalenza delle proposizioni? Scrivete le tabelle di verità per l'implicazione e per l'equivalenza.

6.2 Insiemi

1. Che cos'è l'insieme vuoto? Che cos'è l'insieme universo? Che cos'è il complemento di un insieme? Che cos'è la differenza tra due insiemi?
2. Quando due insiemi sono uguali? Che cos'è il sottoinsieme di un insieme dato? Che cos'è l'unione e che cos'è l'intersezione di insiemi?
 \Rightarrow L'insieme A ha n elementi, l'insieme B ha m elementi. Quanti elementi contano gli insiemi $A \cup B$ e $A \cap B$? Argomentate la risposta.
3. Che cos'è il prodotto cartesiano fra due insiemi? Come si rappresenta graficamente il prodotto cartesiano?
 \Rightarrow L'insieme A ha n elementi, l'insieme B ha m elementi. Quanti elementi ha $A \times B$? Argomentate la risposta.
4. Che cos'è l'insieme potenza di un insieme dato?
 \Rightarrow Quanti sottoinsiemi ha un insieme di n elementi? Argomentate la risposta.

6.3 Insiemi numerici

6.3.1 Numeri naturali e numeri interi

1. Elencate le operazioni di calcolo fondamentale e le loro proprietà negli insiemi \mathbb{N} e \mathbb{Z} .
2. Definite i numeri pari e i numeri dispari.
Dimostrate che:
a) la somma di due numeri dispari è un numero pari;
b) il quadrato di un numero dispari è un numero dispari.
3. Definite i numeri primi e i numeri composti. Scrivete l'insieme di tutti i numeri primi minori di 20. Descrivete la scomposizione di un numero naturale in fattori primi.
4. \Rightarrow Spiegate il principio d'induzione matematica.
5. Definite la relazione di divisibilità $(a|b)$ in \mathbb{N} ed elencate le sue proprietà.
6. Definite il massimo comune divisore e il minimo comune multiplo di due numeri interi. Come li calcoliamo? Quando due numeri sono primi fra loro?
7. \Rightarrow Spiegate come usando l'algoritmo di Euclide determiniamo il massimo comune divisore di due numeri naturali a e b .
8. Enunciate il teorema fondamentale della divisione. Che cosa si deduce dei numeri a e b se nella divisione del numero a con il numero b il resto è uguale a 0?
9. Elencate i criteri di divisibilità per i numeri 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10.
 \Rightarrow Ricavate i criteri di divisibilità per i numeri 2 e 4.

6.3.2 Numeri razionali

10. Che cos'è la frazione? Quando due frazioni rappresentano uno stesso numero razionale? Definite le operazioni di calcolo con le frazioni ed elencate le loro proprietà.
11. ⇒ Come è ordinato l'insieme \mathbb{Q} ? Dimostrate che tra due numeri razionali qualsiasi c'è sempre almeno un numero razionale.
12. Come scriviamo un numero razionale in notazione decimale? Quando il numero decimale è finito?
13. Spiegate i seguenti concetti: rapporto, intero, quota, quota relativa e percentuale.

6.3.3 Numeri reali

14. Quali numeri reali sono razionali e quali numeri reali sono irrazionali? Come si scrivono in notazione decimale i primi e come i secondi?
15. Elencate alcuni esempi di numeri irrazionali. Quale notazione decimale hanno i numeri irrazionali?
⇒ Dimostrate che $\sqrt{2}$ non è un numero razionale.
16. Definite la retta numerica. Come rappresentiamo i numeri razionali e i numeri reali sulla retta numerica?
17. Definite l'intervallo. Elencate i tipi di intervalli, scriveteli e rappresentateli sulla retta numerica.
18. Definite il valore assoluto di un numero reale ed elencate le sue proprietà fondamentali.
19. ⇒ Che cosa sono l'errore assoluto e l'errore relativo di un valore approssimato?

6.3.4 Numeri complessi

20. Elencate i motivi che hanno portato all'introduzione dei numeri complessi e definite l'insieme \mathbb{C} .
21. Elencate le operazioni di calcolo in \mathbb{C} e spiegate le loro proprietà.
22. Definite il valore assoluto di un numero complesso ed elencate le sue proprietà.
23. Definite il valore coniugato di un numero complesso \bar{z} ed elencate le proprietà del valore coniugato.
24. ⇒ Dimostrate che il valore coniugato di una somma di due numeri complessi è uguale alla somma dei loro valori coniugati.
25. ⇒ Dimostrate che il valore coniugato del prodotto di due numeri complessi è uguale al prodotto dei loro valori coniugati.
26. Come si rappresentano i numeri complessi nel piano complesso? Evidenziate nel piano complesso le operazioni fondamentali in \mathbb{C} : addizione, moltiplicazione per (-1) , moltiplicazione per un numero reale positivo, coniugazione.
27. ⇒ Rappresentate nel piano complesso l'insieme di tutti i numeri complessi con:
 - a) un valore assoluto dato,
 - b) una parte reale data,
 - c) una parte immaginaria data,
 - d) la parte reale uguale alla parte immaginaria.

6.4 Espressioni algebriche, equazioni e disequazioni

1. ⇒ Scomponete l'espressione $a^n - b^n$ ($n \in \mathbb{N}$, $n > 1$) e verificate se tale scomposizione è corretta.
2. ⇒ Scomponete l'espressione $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ ($n \in \mathbb{N}$) e verificate se la scomposizione è corretta.
Scrivete la scomposizione di tale espressione per $n = 1$ e $n = 2$.
3. Che cos'è la soluzione di un'equazione? Quando due equazioni sono equivalenti? Descrivete i passaggi che traducono un'equazione in una equivalente.

6.5 Potenze e radicali

1. Elencate e argomentate le regole di calcolo con le potenze con esponente naturale.
2. Definite la potenza con esponente intero negativo ed elencate le regole di calcolo con le potenze con esponente intero.
3. Definite la radice n -esima ($n \in \mathbb{N}$). Elencate le proprietà di calcolo delle radici.
4. Definite la potenza con base positiva ed esponente razionale, elencate le regole di calcolo relative a queste potenze.

6.6 Geometria nel piano e nello spazio

1. Quando due rette sono parallele nello spazio? Quali proprietà ha la relazione di parallelismo tra le rette nel piano? Enunciate il postulato delle rette parallele.
2. Definite la proiezione ortogonale:
 - a) di un punto su una retta,
 - b) di un segmento su una retta se il segmento e la retta giacciono nello stesso piano,
 - c) di un punto su un piano,
 - d) di un segmento su un piano.
3. Il numero a è un numero reale positivo. Che cos'è l'insieme di tutti i punti nel piano che
 - a) distano di a da un punto dato nel piano,
 - b) distano di a da una retta data nel piano,
 - c) sono equidistanti da due punti diversi nel piano?
4. \Rightarrow Definite i movimenti rigidi nel piano. Elencate i movimenti rigidi e rappresentateli con gli esempi.
5. Definite il concetto di angolo e spiegate il significato delle seguenti espressioni: lato, vertice, angolo nullo, angolo retto, angolo piatto e angolo giro, angolo acuto e angolo ottuso. Quali unità di misura conoscete per esprimere l'ampiezza di un angolo?
6. Definite la congruenza degli angoli. Che cosa vale per le coppie di angoli con i lati paralleli fra loro, che cosa vale per le coppie di angoli con i lati perpendicolari fra loro?
7. \Rightarrow Definite l'angolo tra due rette, l'angolo tra una retta e un piano e l'angolo tra due piani. Quando due piani sono perpendicolari fra loro?
8. Che cos'è il triangolo? Quando tre numeri possono essere le lunghezze dei lati di un triangolo? Quale relazione sussiste tra i lati e gli angoli a essi opposti?
9. Definite l'angolo interno e l'angolo esterno a un triangolo. Dimostrate che la somma degli angoli interni di un triangolo è di 180° . Quant'è la somma degli angoli esterni di un triangolo?
10. Definite i seguenti concetti relativi al triangolo: mediana, altezza, asse del lato, bisettrice dell'angolo, incentro, circocentro, baricentro e ortocentro.
11. Descrivete la costruzione
 - a) della circonferenza circoscritta,
 - b) della circonferenza inscrittaa un triangolo.
12. In un triangolo rettangolo tracciamo l'altezza all'ipotenusa. Quanti triangoli simili abbiamo così ottenuto? Argomentate la risposta.
 \Rightarrow Ricavate il teorema di Euclide.
13. In un triangolo rettangolo tracciamo l'altezza all'ipotenusa. Quanti triangoli simili potete osservare? Argomentate la vostra risposta.
 \Rightarrow Ricavate il teorema dell'altezza.
14. Quando due triangoli sono congruenti? Enunciate i teoremi di congruenza dei triangoli.
15. Quando due triangoli sono simili? Elencate i teoremi sui triangoli simili. In che rapporto stanno i perimetri e le aree dei triangoli simili?
16. Enunciate il teorema del coseno. Quando si applica? Che cosa otteniamo se applichiamo il teorema del coseno nel triangolo rettangolo per il calcolo dell'ipotenusa? Argomentate la risposta.

17. \Rightarrow Dimostrate il teorema del coseno. Come si trasforma il teorema del coseno nel triangolo rettangolo?
18. Enunciate il teorema del seno. Quando si applica?
19. \Rightarrow Dimostrate che in un triangolo qualsiasi ABC vale l'uguaglianza $\frac{a}{\text{sen}\alpha} = \frac{b}{\text{sen}\beta} = \frac{c}{\text{sen}\gamma} = 2R$.
20. Definite il parallelogramma e descrivete le sue proprietà. Elencate esempi particolari.
21. \Rightarrow Dimostrate che le diagonali di un parallelogramma si dimezzano scambievolmente.
22. \Rightarrow Dimostrate che le due diagonali del rombo sono perpendicolari fra loro.
23. Definite il trapezio e il trapezio isoscele ed elencate le loro proprietà. Che cos'è la semisomma delle basi di un trapezio? Come si calcola l'area di un trapezio?
24. Quant'è la somma degli angoli interni di un poligono qualsiasi di n lati ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$)? Quante diagonali ha un poligono convesso di n lati? Definite il poligono regolare di n lati.
- \Rightarrow Ricavate la formula per calcolare il numero di diagonali di un poligono convesso di n lati.
25. Definite la circonferenza. Descrivete tutte le posizioni reciproche fra due circonferenze nel piano.
- \Rightarrow Determinate, in tutte le posizioni reciproche, la dipendenza tra i raggi delle circonferenze e la distanza tra i centri delle circonferenze.
26. Descrivete tutte le posizioni reciproche tra una retta e una circonferenza nel piano. Determinate per ogni posizione reciproca la dipendenza tra il raggio della circonferenza e la distanza della retta dal centro della circonferenza. Che cos'è la retta tangente a una circonferenza? Come si costruisce la retta tangente a una circonferenza per un dato punto della circonferenza?
27. Come si costruisce la retta tangente alla circonferenza per un punto sulla circonferenza.
- \Rightarrow Come si costruisce la retta tangente alla circonferenza per un punto esterno alla circonferenza? Argomentate la costruzione.
28. Definite l'angolo al centro e l'angolo con il vertice alla circonferenza. In che relazione stanno, se insistono sullo stesso arco?
- Enunciate il teorema di Talete dell'angolo alla semicirconferenza.
- \Rightarrow Dimostrate il teorema di Talete dell'angolo alla semicirconferenza.

6.7 Figure e corpi geometrici

- Elencate le formule per il calcolo delle aree di un parallelogramma, di un triangolo, di un deltoide e di un trapezio.
- \Rightarrow Ricavate le formule per l'area del parallelogramma e del trapezio.
- \Rightarrow Ricavate le formule per l'area del triangolo e del deltoide.
- Elencate le formule per il calcolo delle aree del quadrato, del rettangolo, del rombo, del triangolo equilatero e del triangolo rettangolo.
- Elencate le formule per l'area e il perimetro del cerchio. Come si calcolano la lunghezza dell'arco e l'area del settore circolare?
- \Rightarrow Un poligono regolare di n lati ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$), è inscritto in un cerchio di raggio R .
Esprimete il suo lato e l'area con il raggio dato.
- Descrivete il prisma. Quando un prisma:
 - è retto,
 - ha tutti gli spigoli uguali,
 - ha n facce ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$),
 - è regolare?
 Elencate le formule per il volume del prisma e per l'area della superficie del prisma retto.
- Descrivete il cilindro circolare retto. Che cos'è la sezione assiale di tale cilindro? Elencate le formule per l'area della superficie totale e il volume del cilindro circolare retto.

9. Descrivete la piramide. Quando la piramide:
 - a) ha tutti gli spigoli uguali,
 - b) ha n facce ($n \in \mathbb{N}$, $n \geq 3$),
 - c) è regolare?
 Elencate le formule per il volume e l'area della superficie totale della piramide regolare.
10. Descrivete il cono retto. Elencate le formule per il volume e l'area della superficie.

⇒ Che cosa sono le sezioni di un cono intersecato da un piano parallelo alla base? Che cos'è la sezione di tale cono intersecato da un piano che contiene l'asse del cono?
11. ⇒ Quale corpo geometrico otteniamo ruotando di 360° :
 - a) un rettangolo attorno a uno dei suoi lati,
 - b) un triangolo rettangolo attorno a uno dei suoi cateti,
 - c) una semicirconferenza attorno al suo diametro?
12. Che cos'è la sfera? Enunciate le formule per l'area della superficie totale e per il volume della sfera.

6.8 Vettori nel piano e nello spazio

1. Come si sommano i vettori e cos'è la somma di vettori? Definite il vettore zero e il vettore contrario di un vettore dato. Come si sottraggono i vettori?
2. Definite il prodotto di un vettore per un numero (scalare) ed elencate le proprietà di questa operazione. Quando due vettori sono collineari? Che cos'è il versore?
3. Definite la combinazione lineare di vettori. Che cos'è la base nel piano \mathbb{R}^2 (nello spazio \mathbb{R}^3)? In quanti modi possiamo esprimere un vettore come combinazione lineare dei vettori di base? Che cos'è la base ortonormale di vettori nello spazio \mathbb{R}^3 ?
4. ⇒ Definite la combinazione lineare di vettori. Quando i vettori nel piano \mathbb{R}^2 (nello spazio \mathbb{R}^3) sono linearmente indipendenti? Che cos'è una base nel piano (nello spazio)? In quanti modi possiamo esprimere un vettore come combinazione lineare dei vettori di base nel piano (nello spazio)?
5. Descrivete il sistema coordinato nello spazio. Che cos'è il raggio vettore del punto A ? Scrivete il raggio vettore \vec{r}_A del punto $A(a_1, a_2, a_3)$ nella base ortonormale standard.
6. Esprimete le coordinate del punto medio del segmento AB (nello spazio) con le coordinate dei punti A e B .

⇒ Ricavate la formula con i vettori.
7. ⇒ Esprimete le coordinate del baricentro del triangolo ABC (nello spazio) con le coordinate dei vertici A , B e C .

Ricavate la formula con i vettori.
8. Definite il prodotto scalare ed elencate le sue proprietà. Enunciate il criterio per verificare l'ortogonalità di due vettori.
9. Come calcoliamo il prodotto scalare di vettori espressi nella base ortonormale standard? Come calcoliamo il modulo del vettore e l'angolo tra due vettori?

6.9 Sistema di coordinate ortogonali nel piano

1. Descrivete il sistema di coordinate ortogonali nel piano e ricavate la formula per calcolare la distanza fra due punti.
2. Cos'è l'insieme dei punti $T(x, y)$ nel piano che soddisfano le seguenti condizioni:
 - a) $y = 0$,
 - b) $x > 0$,
 - c) $x \leq 0$ e $y \geq 0$,
 - d) $x = -2$,
 - e) $2 \leq y \leq 4$,
 - f) $x^2 + y^2 \leq 4$?

6.10 Funzioni

1. Definite il concetto di funzione (proiezione, trasformazione) $f : A \rightarrow B$ e il suo insieme di definizione e l'insieme immagine. Che cos'è il grafico della funzione?
2. \Rightarrow Quando la funzione $f : A \rightarrow B$ è iniettiva, suriettiva, biettiva?
3. Quando una funzione reale di variabile reale è crescente, decrescente, limitata e illimitata?
4. Quando una funzione reale di variabile reale è pari e quando dispari? Come possiamo dedurre dal grafico della funzione se si tratta di una funzione pari o di una dispari?
5. \Rightarrow Definite il concetto di funzione inversa. Quando esiste una funzione inversa? Elencate almeno due coppie di funzioni inverse tra loro.
6. \Rightarrow Siano c e k due numeri reali qualsiasi. Descrivete come dal grafico della funzione $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ otteniamo il grafico della funzione $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$:
 - a) $g(x) = f(x) + c$,
 - b) $g(x) = -f(x)$,
 - c) $g(x) = f(-x)$,
 - d) $g(x) = f(x - c)$,
 - e) $g(x) = k \cdot f(x)$.
7. \Rightarrow Descrivete la funzione composta $g \circ f$ se $f : A \rightarrow B$, $g : B \rightarrow C$.
8. \Rightarrow Definite il concetto di limite della funzione f , $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$.

Elencate le regole di calcolo per il limite di una somma, differenza, prodotto e quoziente di funzioni.
9. \Rightarrow Spiegate il concetto di funzione continua.

Riportate un esempio di una funzione che non è continua solamente in un punto.
10. \Rightarrow Che cosa si può dedurre sul grafico della funzione f , se:
 - a) $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = a$ oppure $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = a$, $a \in \mathbb{R}$,
 - b) $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = \infty$ oppure $\lim_{x \rightarrow b} f(x) = -\infty$, $b \in \mathbb{R}$,
 - c) $\lim_{x \rightarrow c} f(x) = f(c)$, $c \in D_f$?

6.10.1 Funzione lineare

11. Definite la funzione lineare. Che cos'è il suo grafico? In che modo il coefficiente angolare influenza il grafico? Come sono i grafici di due funzioni lineari con coefficienti angolari uguali?
12. Scrivete le forme implicite, esplicite e segmentaria (parametrica) dell'equazione della retta. Le equazioni di quali rette si possono scrivere nelle tre forme?
13. Come si calcola l'angolo tra due rette in un sistema di coordinate nel piano? Quando le rette sono parallele e quando perpendicolari?
14. Scrivete la famiglia di tutte le rette che:
 - a) sono parallele alla retta di equazione $y = 3x + 5$,
 - b) passano per il punto $T(x_0, y_0)$.
15. \Rightarrow Analizzate l'equazione lineare $ax + b = 0$, $a, b \in \mathbb{R}$.
16. Come si risolve nell'insieme \mathbb{R} la disequazione lineare a una incognita? Che cosa sono gli insiemi di risoluzione?
17. \Rightarrow Discutete la disequazione lineare $ax + b \geq 0$ ($ax + b \leq 0$), $a, b \in \mathbb{R}$.
18. Scrivete un sistema di due equazioni lineari a due incognite. Descrivete i metodi di risoluzione per tali sistemi. Quante soluzioni può avere un tale sistema? Spiegate il loro significato geometrico.

6.10.2 Funzione potenza

19. Definite la funzione potenza con esponente naturale (pari, dispari). Tracciate il grafico delle funzioni potenza per gli esponenti $n = 2$ e $n = 3$ ed elencate inoltre le loro proprietà fondamentali.
- ⇒ Quali funzioni potenza sono pari ovvero dispari? Argomentate la risposta. Calcolate con la derivata gli intervalli di crescita e decrescenza di tali funzioni.
20. Nello stesso sistema di coordinate tracciate i grafici delle funzioni potenza con esponenti $n = -1, -2, -3$.
- Elencate le loro proprietà fondamentali. Che cosa hanno in comune tutte le funzioni potenza con esponente negativo?

6.10.3 Funzione radice

21. Definite la funzione radice f espressa dalla dipendenza $f(x) = \sqrt[n]{x}$ ($n \in \mathbb{N}$). Tracciate il grafico delle funzioni radice per $n = 2, n = 3$ ed esprimete i loro insiemi di definizione e gli insiemi immagine.

6.10.4 Funzione quadratica

22. Definite la funzione quadratica. Che cos'è il suo insieme di definizione? Elencate le tre forme che si usano più spesso della dipendenza della funzione quadratica e descrivete il significato di ogni suo coefficiente (parametro).
23. Scrivete la dipendenza generale della funzione quadratica. Descrivete il significato del coefficiente direttivo, del termine noto e del discriminante della funzione quadratica. Tracciate il grafico della funzione f espressa dalla dipendenza $f(x) = ax^2, a \neq 0$.
24. Che cos'è il vertice della funzione quadratica e come lo calcoliamo? Scrivete la forma riferita al vertice della funzione quadratica.
- ⇒ Ricavate la forma riferita al vertice della dipendenza della funzione quadratica.
25. Scrivete l'equazione quadratica. Come si risolve? Come si risolve in \mathbb{R} e come in \mathbb{C} ?
26. ⇒ Enunciate le formule del Viète per l'equazione quadratica $ax^2 + bx + c = 0$ e dimostratele.
27. Come risolviamo la disequazione quadratica? Che cos'è l'insieme delle soluzioni? Aiutatevi con una figura.
28. ⇒ Per quali x la funzione quadratica raggiunge il suo valore d'estremo? Quant'è il valore d'estremo, quando esso è un minimo e quando è un massimo?

6.10.5 Funzione esponenziale

29. Scrivete la funzione esponenziale, esprimete il suo insieme di definizione e il suo insieme immagine. Tracciatene il grafico e descrivetene le proprietà fondamentali.

6.10.6 Funzione logaritmica

30. Definite la funzione logaritmica di base a ($a > 0, a \neq 1$), esprimete il suo insieme di definizione e l'insieme immagine. Tracciatene il grafico e descrivetene le proprietà fondamentali.
31. Elencate le regole di calcolo con i logaritmi.
32. ⇒ Siano $a > 0, a \neq 1, x > 0, y > 0$. Dimostrate:
- a) $\log_a x^m = m \log_a x$,
- b) $\log_a x + \log_a y = \log_a xy$.
33. ⇒ Riportate la formula per la trasformazione di base logaritmica e dimostrateela.

6.10.7 Funzione polinomiale

34. Definite il polinomio. Come si sommano e come si moltiplicano i polinomi? Quando due polinomi sono uguali?
35. Enunciate il teorema fondamentale della divisione di polinomi. Descrivete la divisione con un polinomio lineare.
36. Descrivete (senza argomentazione o dimostrazione) l'algoritmo di Horner e spiegate il suo utilizzo.
37. Che cos'è lo zero del polinomio? Quanti zeri ha un polinomio di grado n ? Come scriviamo un polinomio se conosciamo tutti i suoi zeri?
38. Quanti zeri reali ha un polinomio di terzo grado e quanti zeri reali ha un polinomio di quarto grado a coefficienti reali? Elencate tutte le possibilità. Argomentate la risposta.
39. Come si calcolano gli zeri interi e come gli zeri razionali di un polinomio a coefficienti interi?
⇒ Argomentate la risposta.
40. ⇒ Spiegate il metodo di bisezione nel calcolo degli zeri reali di un polinomio ovvero nella risoluzione delle equazioni.
41. Spiegate come si procede per tracciare il grafico di un polinomio. In che modo il coefficiente direttivo e il termine noto influenzano l'andamento del grafico di un polinomio? Com'è l'andamento del grafico di un polinomio nell'intorno dello zero?
42. Dove cambia segno la funzione polinomiale? Come si risolvono le disequazioni polinomiali?

6.10.8 Funzione razionale

43. Definite la funzione razionale. Che cos'è lo zero e che cos'è il polo della funzione razionale? Descrivete l'andamento del grafico della funzione razionale in prossimità degli zeri e in prossimità dei poli.
44. Definite la funzione razionale. Che cos'è lo zero e che cos'è il polo della funzione razionale? Descrivete l'andamento del grafico della funzione razionale lontano dall'origine. In quali casi la funzione razionale ha un asintoto orizzontale e come lo determiniamo?
⇒ In quali casi la funzione razionale ha un asintoto obliquo e come si calcola?
45. Dove la funzione razionale cambia segno?
⇒ Come si risolve una disequazione razionale?

6.10.9 Funzioni goniometriche

46. Definite la funzione seno da \mathbb{R} in \mathbb{R} e descrivete le sue proprietà.
47. Definite la funzione coseno da \mathbb{R} in \mathbb{R} e descrivete le sue proprietà.
48. Tracciate il grafico della funzione seno. Scrivete gli zeri e gli estremi di tale funzione.
49. ⇒ Tracciate il grafico della funzione seno. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = a$ interseca il grafico della funzione seno. Scrivete le intersezioni.
50. Tracciate il grafico della funzione coseno. Scrivete gli zeri e gli estremi di tale funzione.
51. ⇒ Tracciate il grafico della funzione coseno. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = a$ interseca il grafico della funzione coseno. Scrivete le intersezioni.
52. Definite la funzione tangente e descrivete le sue proprietà.
53. Tracciate il grafico della funzione tangente. Scrivete l'insieme di definizione e gli zeri di tale funzione.
54. ⇒ Tracciate il grafico della funzione tangente. Per quali valori di $a \in \mathbb{R}$ la retta di equazione $y = a$ interseca il grafico della funzione tangente? Scrivete le intersezioni.
55. Enunciate e argomentate le relazioni tra le funzioni trigonometriche degli angoli complementari, supplementari e opposti.

56. Definite le funzioni goniometriche di un angolo acuto nel triangolo rettangolo. Ricavate le relazioni fondamentali tra di loro.
57. Enunciate i teoremi di addizione per il seno e il coseno. Ricavate le formule di duplicazione per il seno e il coseno.
58. Tracciate nello stesso sistema di coordinate i grafici della funzione seno e della funzione coseno. Calcolate le coordinate delle loro intersezioni.
59. ⇒ Descrivete come si tracciano i grafici delle funzioni espresse dalle dipendenze:
 - a) $f(x) = a \operatorname{sen} x$, $a \in \mathbb{R}$,
 - b) $f(x) = \operatorname{sen} kx$, $k \in \mathbb{Q}$,
 - c) $f(x) = \operatorname{sen}(x - b)$, $b \in \mathbb{R}$,
 - d) $f(x) = \operatorname{sen} x + c$, $c \in \mathbb{R}$.
60. ⇒ Definite la funzione circolare arcoseno. Che cos'è il suo insieme di definizione e che cos'è il suo insieme immagine? Tracciate il grafico di tale funzione.
61. ⇒ Definite la funzione circolare arcocoseno. Che cos'è il suo insieme di definizione e che cos'è il suo insieme immagine? Tracciate il grafico di tale funzione.
62. ⇒ Definite la funzione circolare arcotangente. Che cos'è il suo insieme di definizione e che cos'è il suo insieme immagine? Tracciate il grafico di tale funzione.

6.11 Coniche

1. Enunciate la definizione geometrica della circonferenza. Scrivete l'equazione della circonferenza con centro nel punto $S(p, q)$ e raggio r .
2. ⇒ Enunciate la definizione geometrica della circonferenza. Ricavate l'equazione della circonferenza con centro all'origine del sistema coordinato e raggio r . Scrivete l'equazione della circonferenza con centro nel punto $S(p, q)$ e raggio r . Quando l'equazione $x^2 + y^2 + 2ax + 2by + c = 0$ rappresenta una circonferenza?
3. Enunciate la definizione geometrica dell'ellisse e scrivete l'equazione dell'ellisse i cui assi giacciono sugli assi coordinati. Fate il suo schizzo. Scrivete l'equazione dell'ellisse con centro nel punto $S(p, q)$ e con gli assi paralleli agli assi coordinati.
4. Enunciate la definizione geometrica dell'iperbole e scrivete l'equazione dell'iperbole con gli assi sugli assi coordinati. Fate il suo schizzo.

⇒ Scrivete l'equazione dell'iperbole con centro nel punto $S(p, q)$.
5. Enunciate la definizione geometrica della parabola e scrivete la sua equazione. Scrivete le coordinate del fuoco e l'equazione della retta direttrice della parabola con il vertice nell'origine del sistema di coordinate. Disegnate lo schizzo della parabola.
6. Enunciate la definizione geometrica della parabola e scrivete la sua equazione. Scrivete le coordinate del fuoco e l'equazione della retta direttrice.

⇒ Scrivete l'equazione della parabola con il vertice nel punto $T(r, d)$.
7. ⇒ Quali insiemi di punti nel piano possono essere rappresentati dall'equazione $Ax^2 + Cy^2 + 2Dx + 2Ey + F = 0$, $A, C, D, E, F \in \mathbb{R}$, se almeno uno tra i coefficienti A oppure C è diverso da 0?

6.12 Successioni e serie

1. ⇒ Che cos'è l'intorno di raggio ε di un punto sulla retta numerica? Scrivete la condizione che il numero x giaccia nell'intorno di raggio ε del numero a .
2. Che cos'è una successione? Quando cresce (decresce), quando è limitata?
3. ⇒ Che cos'è il limite di una successione?

Elencate le proprietà di calcolo per i limiti delle successioni convergenti.

4. Quando una successione è aritmetica? Scrivete il termine generale e la formula per la somma dei primi n termini. Che cos'è la media aritmetica di due numeri?
5. Quando una successione è geometrica? Scrivete il termine generale e la somma dei primi n termini. Che cos'è la media geometrica di due numeri positivi?
6. \Rightarrow Dimostrate che la media geometrica di due numeri positivi è minore o uguale alla media aritmetica dei due numeri stessi. A quali condizioni le due medie risultano uguali?
7. \Rightarrow Che cos'è una serie e quando è convergente? Che cos'è una serie geometrica?
8. Che cos'è una serie geometrica? Quando una serie geometrica è convergente e quant'è la sua somma in questo caso?
9. Descrivete i concetti fondamentali del calcolo dell'interesse: il capitale, gli interessi, il tasso d'interesse e il periodo di capitalizzazione. Descrivete il calcolo dell'interesse semplice e dell'interesse composto. Come contabilizziamo (calcoliamo) gli interessi nel primo e come nel secondo caso?

6.13 Calcolo differenziale

1. Definite la derivata della funzione f in un punto dato. Qual è il suo significato geometrico?
2. Elencate le regole per il calcolo delle derivate della somma, del prodotto e del quoziente di due funzioni e la derivata del prodotto di una funzione per un numero.
 \Rightarrow Ricavate la formula per la derivata del prodotto di una funzione per un numero.
3. Definite il concetto di estremo relativo e di estremo assoluto di una funzione in un dato intervallo. Come definiamo gli estremi assoluti di una funzione derivabile in un intervallo chiuso dato?
4. Che cos'è un punto stazionario? Come determiniamo con la derivata gli intervalli di crescita e di decrescenza di una funzione derivabile? Come verifichiamo con la derivata se nel punto stazionario c'è un estremo?
5. Determinate le derivate delle funzioni f , g , h , e u espresse dalle dipendenze:
 $f(x) = ax^n + b$, $g(x) = c \cdot \sqrt[n]{x^m}$, $h(x) = \cos ax$, $u(x) = e^x \ln x$; $a, b, c \in \mathbb{R}$, $n, m \in \mathbb{N}$.
6. Come si calcola l'ampiezza dell'angolo tra il grafico della funzione f e l'asse delle ascisse? Come si calcola l'ampiezza dell'angolo tra i grafici delle funzioni f e g ?
7. Che cos'è un punto stazionario?
 \Rightarrow Come si verifica con la seconda derivata se in un punto stazionario c'è un estremo della funzione? Come si verifica con la seconda derivata in quali intervalli la funzione è convessa (concava)?

6.14 Calcolo integrale

1. Definite l'integrale indefinito della funzione f . Come calcoliamo l'integrale indefinito della somma ovvero della differenza di due funzioni e l'integrale indefinito del prodotto di una funzione per un numero?
2. Spiegate il significato geometrico dell'integrale definito di una funzione continua in un dato intervallo e la formula base del calcolo integrale (formula di Newton-Leibniz).
3. Calcolate gli integrali indefiniti delle funzioni f , g , h , e u espresse dalle dipendenze:
 $f(x) = ax + b$, $g(x) = mx^n$, $h(x) = \text{sen } x$, $u(x) = e^{kx}$; $a, b, m, n, k \in \mathbb{R}$.
4. \Rightarrow Enunciate e spiegate la formula per calcolare il volume del solido di rotazione.
5. Come calcoliamo l'area tra i grafici di due curve con l'integrale definito?
6. \Rightarrow Spiegate negli esempi dati l'introduzione di una nuova variabile nel calcolo dell'integrale indefinito e dell'integrale definito.
7. \Rightarrow Scrivete la formula per l'integrazione »per partes«.

6.15 Calcolo combinatorio

1. Enunciate il teorema fondamentale del calcolo combinatorio e la regola della somma. Che cos'è l'albero combinatorio?
2. Che cosa sono le permutazioni semplici e quante sono? Che cosa sono le permutazioni con ripetizione? Quante sono?
3. Che cosa sono le disposizioni semplici e che cosa sono le disposizioni con ripetizione, quante sono le prime e quante le seconde?
4. Che cosa sono le combinazioni e quante sono? Che cos'è il coefficiente binomiale e come lo calcoliamo? Elencate le proprietà dei coefficienti binomiali.
5. Enunciate il teorema del binomio. Quanti sottoinsiemi ha un insieme di n elementi?
⇒ Argomentate la risposta all'ultima domanda.
6. Descrivete il triangolo di Pascal e spiegate come esso si ricollega ai coefficienti binomiali. Elencate le proprietà dei coefficienti binomiali.
7. ⇒ Confrontate le disposizioni semplici e le combinazioni. Quale relazione sussiste tra i numeri D_n^r e C_n^r ?

6.16 Calcolo delle probabilità

1. Descrivete i concetti fondamentali del calcolo delle probabilità: prova, evento (impossibile, certo, incerto, elementare, composto) e definite la probabilità di un evento.
2. Che cos'è la somma di eventi e che cos'è l'evento complementare? Come calcoliamo la probabilità della somma di eventi e come la probabilità dell'evento complementare?
3. ⇒ Che cos'è il prodotto di eventi? Come si calcola la probabilità del prodotto? Quando due eventi sono indipendenti? Come si calcola la probabilità del prodotto degli eventi indipendenti?
4. ⇒ Definite la probabilità condizionata. Quando gli eventi sono indipendenti? Come calcoliamo la probabilità del prodotto di eventi indipendenti?
5. ⇒ Descrivete la successione di Bernoulli. Come calcoliamo la probabilità di un evento con la successione di Bernoulli?

6.17 Statistica

1. Descrivete i concetti statistici fondamentali: popolazione, campione, unità statistica, caratteristica statistica, parametro statistico.
2. Spiegate i concetti statistici di media aritmetica, mediana e moda. Come si calcolano?
3. Descrivete tre modi diversi per rappresentare i dati statistici.
4. Spiegate i concetti statistici: campo di variazione, deviazione standard e differenza interquartile.

7 CANDIDATI CON NECESSITÀ PARTICOLARI

La Legge sull'esame di maturità e gli atti inerenti a tale legge dichiarano che tutti i candidati sostengono l'esame di maturità alle stesse condizioni. Per i candidati diversamente abili e con necessità particolari, inseriti nei programmi d'istruzione in base ad apposita delibera di orientamento, e per altri candidati in casi giustificati (infortunio, malattia), le modalità di svolgimento dell'esame vengono adattate a seconda delle specifiche esigenze. Allo stesso modo vengono adattate le modalità di valutazione delle competenze.⁵

Sono possibili i seguenti adattamenti:

1. lo svolgimento dell'esame in due parti, in due sessioni di seguito;
2. il prolungamento dei tempi delle prove d'esame (come pure quello degli intervalli che possono essere più frequenti e più brevi);
3. la presentazione della prova in una forma particolare (come per esempio in scrittura braille, oppure con caratteri ingranditi, o su dischetto ...);
4. l'allestimento di un apposito locale per lo svolgimento dell'esame;
5. l'adattamento del piano di lavoro (per esempio migliorandone la luminosità, consentendone l'elevazione ...);
6. l'uso di mezzi particolari (la macchina per la scrittura braille, particolari strumenti di scrittura, fogli - lucidi per particolari grafie);
7. lo svolgimento dell'esame con l'aiuto di un assistente (per esempio per la lettura o per la scrittura, per l'interpretazione del linguaggio dei segni, per i non vedenti);
8. l'uso del computer per la lettura e/o per scrivere;
9. la modifica dell'esame orale e della prova di ascolto (per esempio con l'esonero, con la lettura labiale, con la traduzione nel linguaggio gestuale);
10. l'adattamento delle modalità di valutazione (per esempio gli errori che sono conseguenza dell'handicap del candidato non si valutano; nella valutazione i valutatori esterni collaborano con gli esperti chiamati a comunicare con i candidati con necessità particolari).

⁵ Le indicazioni sono valide per tutte le materie dell'esame di maturità generale e vengono prese in considerazione con i dovuti adattamenti per le singole materie d'esame

8 BIBLIOGRAFIA

I testi e i materiali didattici approvati dal Consiglio degli Esperti della Repubblica di Slovenia per l'istruzione generale sono elencati nel Catalogo dei libri di testo per la scuola media pubblicato sul sito internet dell'Istituto dell'educazione della Repubblica di Slovenia all'indirizzo www.zrss.si.

9 ALLEGATI

9.1 Simboli matematici

► Logica

$\wedge, \&$	coniunzione
\vee	disgiunzione
\Rightarrow	implicazione
\Leftrightarrow	equivalenza
$\neg A, \bar{A}$	negazione della proposizione A
\forall	per ogni
\exists	esiste

► Insiemi

\in	è elemento
\notin	non è elemento
$\{x_1, x_2, \dots\}$	insieme di elementi x_1, x_2, \dots
$\{x; \dots\}, \{x \dots\}$	insieme di tutti gli x , tali che.....
$m(A), A $	numero degli elementi (potenza) dell'insieme A
$\mathcal{P}A, \mathcal{P}(A)$	insieme potenza dell'insieme A
$\emptyset, \{ \}$	insieme vuoto
\mathcal{U}	insieme universo (universo)
A^c, A'	insieme complemento dell'insieme A
\mathbb{N}	insieme dei numeri naturali
\mathbb{N}_0	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
\mathbb{Z}	insieme dei numeri interi
\mathbb{Z}^+	insieme dei numeri interi positivi
\mathbb{Z}^-	insieme dei numeri interi negativi
\mathbb{Q}	insieme dei numeri razionali
\mathbb{Q}^+	insieme dei numeri razionali positivi
\mathbb{Q}^-	insieme dei numeri razionali negativi
\mathbb{R}	insieme dei numeri reali
\mathbb{R}^+	insieme dei numeri reali positivi
\mathbb{R}_0^+	insieme dei numeri reali non negativi
\mathbb{R}^-	insieme dei numeri reali negativi
\mathbb{C}	insieme dei numeri complessi

\subset, \subseteq	è sottoinsieme
$\not\subset$	non è sottoinsieme
\cup	unione
\cap	intersezione
\times	prodotto cartesiano
$\setminus, -$	differenza di insiemi
$[a, b]$	intervallo chiuso $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$
$[a, b)$	intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$
$(a, b]$	intervallo $\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$
(a, b)	intervallo aperto $\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$

► Relazioni e operazioni

(a, b)	coppia ordinata
$=$	è uguale
\neq	non è uguale
\doteq, \approx	è approssimativamente uguale a
$<$	è minore di
\leq	è minore o uguale a
$>$	è maggiore di
\geq	è maggiore o uguale a
$+$	più
$-$	meno
\cdot, \times	volte
$;$, \div	diviso
$a b$	a è un divisore di b
$M.C.D.(a, b)$	massimo comune divisore dei numeri a e b
$m.c.m.(a, b)$	minimo comune multiplo dei numeri a e b
\sum	simbolo della sommatoria
$ a $	valore assoluto del numero a

► Numeri complessi

i	unità immaginaria
$\operatorname{Re} z$	parte reale del numero complesso z
$\operatorname{Im} z$	parte immaginaria del numero complesso z
$ z $	valore assoluto del numero complesso z
\bar{z}, z^*	coniugato complesso di z

► Geometria. Vettori

$d(A,B)$	distanza fra i punti A e B
$ AB $	lunghezza del segmento AB
\sphericalangle	angolo
\triangle	triangolo
\parallel	è parallela a
\perp	è perpendicolare a
\cong	è congruente
\sim	è simile
\overline{AB}, \vec{a}	vettore \overline{AB} , vettore \vec{a}
$s\vec{a}$	prodotto del vettore \vec{a} con il numero (scalare) s
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	prodotto scalare dei vettori \vec{a} e \vec{b}
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	vettori della base ortonormale standard
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	vettore con le coordinate (componenti) a_1, a_2, a_3
$ \vec{a} $	modulo del vettore \vec{a}
\vec{r}_A	raggio vettore del punto A
$A(x,y)$	il punto A nel piano di coordinate x e y
$A(x,y,z)$	il punto A nello spazio di coordinate x, y e z
A	area di una figura
V	volume di un solido
S	area della superficie di un solido

► Funzioni

f	funzione f
$f: A \rightarrow B$	f è l'applicazione (funzione) di A in B
$x \mapsto f(x)$	x si proietta in $f(x)$
D_f	insieme di definizione della funzione f
I_f	insieme immagine della funzione f
f^{-1}	funzione inversa della funzione f
$f \circ g$	compositum delle funzioni f e g
$\lim_{x \rightarrow a} f(x)$	limite della funzione f per x che tende ad a
$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$	limite della successione di termine generale a_n
$f', \frac{df}{dx}$	(prima) derivata della funzione f
$\int f(x) dx$	integrale indefinito della funzione f
$\int_a^b f(x) dx$	integrale definito della funzione f di estremi a e b

► **Calcolo combinatorio. Calcolo delle probabilità. Statistica**

P_n	numero di permutazioni semplici di n elementi
$P_n^{m_1, m_2, \dots, m_k}$	numero di permutazioni con ripetizione di n elementi
$n!$	n fattoriale
D_n^r	numero di disposizioni semplici di n elementi di classe r
${}^{(p)}D_n^r$	numero di disposizioni con ripetizione di n elementi di classe r
$\binom{n}{r}$	simbolo del coefficiente binomiale (n su r)
C_n^r	numero di combinazioni semplici di n elementi di classe r
G	evento certo
N	evento impossibile
E_1, E_2, E_3, \dots	eventi elementari
A', \bar{A}	evento complementare dell'evento A
$A \cup B, A + B$	somma degli eventi A e B
$A \cap B, A \cdot B$	prodotto degli eventi A e B
$A \setminus B, A - B$	differenza degli eventi A e B
$A \subset B$	A è l'evento implicato di B
$P(A)$	probabilità dell'evento A
$P(A B)$	probabilità dell'evento A condizionata a B (probabilità condizionata)
\bar{x}, μ	valore medio
σ^2	dispersione, varianza
σ	deviazione standard, scarto quadratico medio

9.2 Formule allegare alla prova d'esame

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, se n è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, se $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin^2 \frac{x}{2} = \frac{1 - \cos x}{2}, \quad \cos^2 \frac{x}{2} = \frac{1 + \cos x}{2}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x \pm \sin y = 2 \sin \frac{x \pm y}{2} \cos \frac{x \mp y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, se $a > b$

Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$

Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$