Ljubljana 2017

MATEMATIKA

Általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógus ◀

▶ **Splošna matura**

A tantárgyi vizsgakatalógus a 2019. évi tavaszi vizsgaidőszaktól érvényes az új megjelenéséig. A katalógus érvényességéről mindig a folyó évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik abban az évben, amikor a jelölt érettségi vizsgát tesz.

ric
Državni izpitni center

ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI TANTÁRGYI VIZSGAKATALÓGUS – MATEMATIKA
A Matematika Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottsága

Prevod izvirnika: PREDMETNI IZPITNI KATALOG ZA SPLOŠNO MATURO – MATEMATIKA

A katalógust elkészítették:
dr. Iztok Banič (2019-től)
Dragomir Benko
mag. Jaka Erker
Mateja Fošnarič
mag. Alojz Grahor
Darka Hvastija
Mateja Jan
Tatjana Levstek
Ana Miler
mag. Alojz Robnik
Mirko Škof
mag. Mateja Škrlec
ddr. Janez Žerovnik

Bírálták:
dr. Iztok Banič (2012)
Milan Jevnikar

Magyar nyelvre fordította:
Silvija Vučak Virant
Tadina Bence Virág

A magyar fordítás lektora:
dr. Annamária Merényi

A vizsgakatalógust a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa a 2017. június 1-i, 184. ülésén fogadta el, és a 2019. évi tavaszi vizsgaidőszaktól az új vizsgakatalógus hatályba lépéséig érvényes.
A katalógus érvényességéről az adott évben az az évi Általános érettségi vizsgakatalógus rendelkezik.

Kiadta:
Državni izpitni center

Képviselő:
dr. Darko Zupanc

Szerkesztő:
mag. Aleš Drolc
dr. Andrejka Slavec Gornik
Joži Trkov

Tördelés:
Dinka Petje
Tanja Pleterski

Ljubljana 2017

ISSN: 2232–4666

TARTALOMJEGYZÉK

1 BEVEZETŐ....5
2 A VIZSGA CÉLJAI....6
3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE....7
3.1 A vizsga szerkezete....7
3.2 Feladattípusok és értékelés....8
3.3 A vizsga és az egyes részek értékelésének a kritériumai....9
4 A VIZSGA TARTALMA ÉS CÉLJAI....10
4.1 A logika alapjai....10
4.2 Halmazok....10
4.3 Számhalmazok....11
4.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek....13
4.5 Hatványok és gyökök....14
4.6 A sík- és a térgeometria....15
4.7 Mértani síkidomok és testek....15
4.8 Sík- és térbeli vektorok....16
4.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban....17
4.10 Függvények....17
4.11 Kúpszeletek....22
4.12 Sorozatok és sorok....23
4.13 Differenciálszámítás....24
4.14 Integrálszámítás....24
4.15 Kombinatorika....25
4.16 Valószínűségszámítás....25
4.17 Statisztika....26
5 AZ ÍRÁSBELI VIZSGA PÉLDAFELADATAI....27
5.1 Feladat rövid válaszokkal....27
5.2 Strukturált feladat....28
6 SZÓBELI VIZSGA....30
6.1 A logika alapjai....31
6.2 Halmazok....31
6.3 Számhalmazok....31
6.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek....32
6.5 Hatványok és gyökök....33
6.6 A sík- és a térgeometria....33
6.7 Mértani síkidomok és testek....34
6.8 A sík- és a térbeli vektorok....35
6.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban....35

6.10 Függvények 35
6.11 Kúpszeletek 39
6.12 Sorozatok és sorok 39
6.13 Differenciálszámítás 39
6.14 Integrálszámítás...40
6.15 Kombinatorika 40
6.16 Valószínűségszámítás 40
6.17 Statisztika...41
7 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEK 42
8 IRODALOMJEGYZÉK 43
9 MELLÉKLET 44
9.1 Matematikai jelek..44
9.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek 48

1 BEVEZETŐ

A matematika általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógus (a továbbiakban katalógus) Az érettségi vizsgáról szóló törvény és a megfelelő jogszabályok, valamint Az általános vizsga a vizsgák és tantárgyi vizsgakatalógusok szerkezetéről szóló tanácsi határozatok értelmében leírja a tantárgyból teendő vizsgát, amelyek az érvényes *Érettségi vizsgakatalógusban* kerültek rögzítésre.
A matematika az érettségi vizsga közös részének a tantárgya, és kötelező mindegyik jelölt[1] számára. A vizsga tartalma és a célja a gimnáziumi[2] matematika tanmeneten alapul. Matematikából az érettségi vizsga alapszinten (ASZ) ill. emelt szinten (ESZ) végezhető el. Alapszinten az elemi szintű ismeretek ellenőrizhetők, emelt szinten pedig az elemi és magasabb szintű ismeretek. A ⇨ jel azokat a tartalmakat és célokat jelöli, melyek csak ESZ-ten ellenőrizhetők.

A katalógus:

1. tartalmazza a vizsga céljait;
2. leírja az írásbeli és a szóbeli vizsga szerkezetét, értékelését mindkét szinten;
3. feltünteti az engedélyezett segédeszközöket, továbbá a kötelező eszközöket;
4. tartalmazza a gimnáziumi matematika tanmenet céljait és tartalmait;
5. tartalmazza a szóbeli vizsga mintakérdéseit;
6. tartalmazza a jelöléseket és a matematikai terminológiát.

[1] A tantárgyi vizsgakatalógusban férfi főneveket alkalmaztunk, melyek értelemszerűen kapcsolódnak az általános, közös megnevezésekhez (pl. a jelölt, a vizsgáztató). Úgy a női mint a férfi nemre vonatkoznak.

[2] A gimnáziumi matematika tanmenete [Elektronikus forrás]: általános, klasszikus és szakgimnázium: kötelező tantárgy és érettségi (560 órás képzés) / tantárgyi bizottság Amalija Žakelj [et al.]. - Ljubljana: Szlovén Oktatási, Tudományos és Sportminisztérium: Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete, 2008.
http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm

2 A VIZSGA CÉLJAI

A vizsga felméri, hogy a jelölt képes-e:

- matematikai szövegeket olvasni, és az ilyen szöveget értelmezni;
- pontosan bemutatni a matematikai tartalmakat írásban, táblázatok, grafikonok vagy diagramok formájában;
- számítási feladatokat végezni, meghatározott pontossággal felírni az eredményt, és képes annak érvényességét megítélni;
- a számításnál alkalmazni a megfelelő módszert;
- az információs-kommunikációs technológiát (IKT) alkalmazni a matematikai problémák megoldásakor;
- az alapvető eszközöket alkalmazni a szerkesztésnél;
- értelmezni, átalakítani és helyesen alkalmazni a szavakkal vagy szimbólumokkal bemutatott matematikai kijelentéseket;
- felismerni és alkalmazni a kölcsönös viszonyokat a sík- és a térgeometriai elemek között;
- logikusan következtetni az adott matematikai adatokból;
- felismerni a sémákat és a struktúrákat különböző helyzetekben;
- elemezni a problémát, és kiválasztani a megoldás meghatározásának megfelelő eszközét;
- meglátni és felhasználni a különböző matematikai területek kölcsönösségét;
- alkalmazni a különböző matematikai technikák kombinációját a problémák megoldásában;
- logikusan és érthetően bemutatni a matematikai dolgozatot megfelelő szimbolika és terminológia alkalmazásával;
- a matematikát alkalmazni a mindennapi életben;
- a matematikát kommunikációs eszközként alkalmazni, hangsúlyozva a pontos kifejezés fontosságát.

3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga szerkezete

ALAPSZINT

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	120 perc	80%	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, számológép[3] és geometriai eszközök[4]	A képletmelléklet a feladatlap része.
Összesen	**120 perc**	**80%**			

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 rövid kérdés	20 percig	20%	belső	geometriai eszközök
Összesen	**20 percig**	**20%**		

EMELT SZINT

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	90 perc	53,33%	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, számológép[3] és geometriai eszközök[4]	A képletmelléklet a feladatlap része.
2	90 perc	26,67%			
Összesen	**180 perc**	**80%**			

Az 1. feladatlap befejezése után, tehát a 2. feladatlap kezdete előtt, 30 percnyi szünet van.

[3] A számológép olyan elektronikus számológép, amely lehetővé teszi az alapműveletek elvégzését és nem támogatja a következőket:
– kommunikációt a környezettel illetve a »külvilággal«,
– adatok elmentését a környezetből illetve külvilágból,
– előre elkészített adatok mentését,
– szimbólumos számításokat,
– új függvények beprogramozását,
– függvénygrafikonok rajzolását.

[4] Körző és két háromszög, vonalzó is lehet.

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 rövid kérdés (1 vagy 2 ⇨ jellel jelölt kérdés)	20 percig	20%	belső	geometriai eszközök
Összesen	**20 percig**	**20%**		

3.2 Feladattípusok és értékelés

ALAPSZINT

► Írásbeli vizsga

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	Rövid feladatok	12	mindegyik feladat 5-től 8 pontos
Összesen		**12**	**80 pont**

► Szóbeli vizsga

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
Kérdés, amelyhez a szabályok szerint feladat is társul.	3	mindegyik kérdés 4 pontos
Összesen	**3**	**12 pont**

EMELT SZINT

► Írásbeli vizsga

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	Rövid feladatok	12	mindegyik feladat 5-től 8 pontos **összesen 80 pont**
2	Összetett feladatok	4 Az első két feladat kötelező, az utolsó kettőből a jelölt 1 feladatot választ ki, és ezt oldja meg.	mindegyik feladat 10-től 20 pontos **összesen 40 pont**

► Szóbeli vizsga

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
Kérdés, amelyhez a szabályok szerint feladat is társul.	3	mindegyik feladat 4 pontos
Összesen	**3**	**12 pont**

3.3 A vizsga és az egyes részek értékelésének a kritériumai

3.3.1 A taxonómiai szintek részei

A taxonómiai szintek	1. feladatlap (ASZ és ESZ)	2. feladatlap (ESZ)	Szóbeli vizsga (ASZ)	Szóbeli vizsga (ESZ)
I. Ismeretanyag	legalább 30%	legalább 10%	legalább 30%	legalább 10%
II. Megértés és alkalmazás	30–50%	40–60%	30–50%	40–60%
III. Önálló interpretálás, értékelés, az új problémák önálló megoldása	maximum 30%	maximum 40%	maximum 30%	maximum 40%
Összesen	**100%**	**100%**	**100%**	**100%**

3.3.2 Az egyes vizsgarészek értékelésének kritériumai

► Írásbeli vizsga

A feladatok az értékelési utasítások alapján kerülnek értékelésre. Az egyes lépéseket külön pontozzuk, ezek különböző taxonómiai szintűek lehetnek. A feladat megoldásában világosan és helyesen szükséges bemutatni a megoldásig vezető utat a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt. A szerkesztési feladatok megoldásakor a jelölteknek a geometriai eszközöket kell használniuk.

► Szóbeli vizsga

Az egyes kérdésekhez tartozó válaszokra a jelölt legalább 0 és legfeljebb 4 pontot kap.

Mind a 4 pontot az a jelölt kapja meg, aki teljesen önállóan és helyesen válaszolt a kérdésre (és megoldja a feladatot, ha adott). Csak a helyesen megoldott feladatra a jelölt legfeljebb 2 pontot kaphat.

3.3.3 Összesített osztályzat

A vizsga összesített osztályzata az egyes vizsgarészek (írásbeli rész és szóbeli rész) százalékpontjának összege alapján kerül meghatározásra. Az Általános Érettségi Országos Bizottság az Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottság javaslatára meghatározza a százalékpontok osztályzatokra (1–5) való átváltásának kritériumait, emelt szinten pedig a százalékpontok szerinti pontozás (1–8) átváltásának kritériumait is. Ezek a kritériumok a tavaszi és az őszi vizsgaidőszakra egyaránt érvényesek.

4 A VIZSGA TARTALMA ÉS CÉLJAI

A vizsgatartalmak és célok az érvényes tanterv alapján íródtak. Az általános érettségi alapszinten az elemi szintű tudásanyagot és célokat foglalja magában. Emelt szinten az elemi és magasabb szintű tudásanyag kerül ellenőrzésre. Az érettséginél a választható tartalmak nem kerülnek ellenőrzésre.

A ⇨ jel jelöli azokat a célokat és tartalmakat, melyek csak az emelt szinten kerülnek ellenőrzésre.

4.1 A logika alapjai

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Kijelentések és kapcsolatok közöttük	– felírja a kijelentést,
Összetett kijelentések	– meghatározza a kijelentés logikai értékét,
A műveletek sorrendje	– szimbólumokkal felírja az összetett kijelentést,
Tautológia	– kiszámítja az összetett kijelentés logikai értékét az elemi kijelentések összes értékeinél,
Egyenértékű (ekvivalens) kijelentések	– megállapítja két kijelentés egyenértékűségét.

4.2 Halmazok

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Alapfogalmak: elem, halmaz, az elem halmazba tartozása, részhalmaz, üres halmaz, alaphalmaz	– ismeri az alapfogalmakat, szimbólumokkal jelöli az elemek és a halmazok közti viszonyokat,
Szimbólumokkal való felírás	– különböző módokat alkalmaz a halmazok szemléltetésére,
Venn-diagram	– számít a halmazokkal,
Metszet, unió, különbség, a komplementer halmaz	– megkeresi egy véges halmaz hatványhalmazát,
⇨ A halmazműveletek jellegzetességei	– megrajzolja két halmaz Descartes-féle szorzatának grafikonját,
Hatványhalmaz	– alkalmazza két vagy három halmaz uniójának a számosságára vonatkozó képletét, valamint a véges halmazok Descartes-féle szorzatának képletét.
Descartes -féle szorzat	
A halmaz számossága	
⇨ A hatványhalmaz számossága	

4.3 Számhalmazok

Tartalmak	Célok

4.3.1 Természetes számok és egész számok

A jelölt

Tartalmak	Célok
A számtani műveletek és tulajdonságaik	– ismeri a természetes számok jelentését, és az egész számok bevezetésének az okát, valamint az alkalmazásuk néhány példáját,
Prímszámok és összetett számok	– alkalmazza a számtani műveleteket a természetes és az egész számok halmazán, valamint példák alapján indokolja a műveletek tulajdonságát,
⇨ Matematikai indukció	– szemlélteti a természetes és az egész számokat a számegyenesen,
Decimális helyiértékes írásmód	– ⇨ induktív módon következtet, általánosít, az általánosítást bebizonyítja, ill. cáfolja és matematikai indukció segítségével bizonyít,
A 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel és 10-zel való oszthatóság kritériumai	– az egész számokra alkalmazza a decimális helyiértékes írásmódot,
Az oszthatósági reláció	– indokolja és alkalmazza az alapvető oszthatósági szabályokat,
A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös	– ismeri és alkalmazza az oszthatósági reláció jellegzetességeit,
A maradékos osztás alaptétele	– meghatározza két vagy több egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét,
⇨ Euklideszi algoritmus valamint a D és a v közti kapcsolat	– alkalmazza az egész számok maradékos osztásának alaptételét,
A tízes számrendszer	– ⇨ alkalmazza az Euklideszi algoritmust a legnagyobb közös osztó keresésére,
⇨ A kettes számrendszer	– ⇨ nehezebb feladatokban alkalmazza a $Dv = ab$, kapcsolatot,
	– ⇨ alkalmazza a tízes számrendszer és a kettes számrendszer közti átalakítást;

4.3.2 Racionális számok

Tartalmak	Célok
A számtani műveletek és ezek tulajdonságai	– ismeri és indokolja a racionális számok bevezetésének az okát,
A racionális számok tizedes törttel való felírása	– szemlélteti a racionális számokat a számegyenesen,
Részek és százalékok	– számol racionális számokkal,
Százalékszámítás	– indokolja és alkalmazza a racionális számok tizedes törttel való felírását, és megkülönbözteti a tizedes törteket és az egyéb törteket,
	– számol tizedes törtekkel,
	– alkalmazza a részeket és a százalékokat, valamint a százalékszámítást a mindennapi feladatokban és ügyesen használja a számológépet;

4.3.3 Valós számok

Tartalmak	Célok
Irracionális számok	– ismeri és indokolja a valós számok bevezetésének az okát,
Valós számok a számegyenesen (a valós tengelyen)	– felsorolja néhány irracionális szám példáját,
Intervallumok	– Pitagorasz-tétel segítségével megszerkeszt néhány négyzetgyököt irracionális szám példájaként,
Véges tizedes tört alakú közelítő értékek	– a számegyenest valós tengelyként értelmezi,
A valós szám abszolút értéke és jellegzetességei	– kerekíti a tizedes törteket,
Egyenletek abszolút értékkel	– összekapcsolja a valós számok abszolút értékének mértani és analitikus bemutatását,
⇨ Egyenlőtlenségek abszolút értékkel	– egyszerűsíti az abszolút értékes kifejezéseket és megold egyszerű egyenleteket,
Az abszolút és a relatív hiba	– ⇨ megold a valós számok abszolút értékeit tartalmazó egyszerű egyenlőtlenségeket,
	– összehasonlítja az abszolút és a relatív hiba jelentését és megítéli két adat összegének, különbségének, szorzatának és a hányadosának abszolút és relatív hibáját;

4.3.4 Komplex számok

Tartalmak	Célok
A komplex számok mértani ábrázolása a komplex számsíkban	– ismeri és indokolja a komplex számok bevezetésének okát,
Számtani műveletek és ezek jellegzetességei	– szemlélteti a komplex számot a komplex számsíkban,
Valós együtthatós egyenletek megoldása	– analitikus és grafikus módon összeadja és kivonja a komplex számokat,
	– szorozza a komplex számokat,
	– levezeti az i szám hatványainak számítási szabályát,
	– meghatározza a konjugált szám analitikus és mértani jelentése közti kapcsolatot,
	– meghatározza a komplex szám abszolút értékének analitikus és mértani jelentése közti kapcsolatát,
	– levezeti és alkalmazza a komplex számok osztásának a szabályát,
	– kiszámítja a komplex szám inverz értékét,
	– megkeresi az egyenletek komplex megoldásait is.

4.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Számtani műveletek kifejezésekkel Kifejezések hatványozása Kifejezések tényezőkre bontása Törtekkel való számítás Egyenletek és egyenlőtlenségek Lineáris egyenletek Gyöktényezős alakú egyenletek ⇨ Paraméteres lineáris egyenlet Lineáris egyenlőtlenség ⇨ Paraméteres lineáris egyenlőtlenség	– összehasonlítja és megkülönbözteti a kifejezés és egyenlet, valamint a változó és az ismeretlen alakját és jelentését, – az algebrai kifejezéseket összeadja és kivonja, – alkalmazza és megindokolja a kéttagú algebrai kifejezés négyzetének és köbének szabályait, – a Pascal-féle háromszög segítségével meghatározza a kéttagú algebrai kifejezések magasabb rendű hatványait és ezeket alkalmazza is, – felismeri és alkalmazza az adott kifejezés megfelelő tényezőkre való bontási módját: kiemelés, a négyzetek különbsége, a köbök összege és különbsége, *Viète*-képlet, négytagú algebrai kifejezés tényezőkre bontása, – ⇨ tényezőkre bontja: $a^n \pm b^n$, – algebrai törtekkel számol (mind a négy számtani művelet és a zárójeles kifejezések), – alkalmazza az ekvivalens átalakítások szabályait az egyenletek esetében, és ezeket az egyenleteket ügyesen megoldja, – felismeri és megoldja a lineáris egyenletet, – felismeri és megoldja a gyöktényezős alakú egyenleteket, – ügyesen kifejezi az ismeretleneket a különböző fizikai és kémiai egyenletekből, – ⇨ elemzi a paraméteres lineáris egyenleteket, – alkalmazza az ekvivalens átalakítások szabályait az egyenlőtlenségek esetében és az egyenlőtlenség megoldási lépéseit indokolja, – felismeri és megoldja a lineáris egyenlőtlenséget, – ⇨ elemzi az egyszerű paraméteres lineáris egyenlőtlenségeket.

4.5 Hatványok és gyökök

Tartalom

- Természetes kitevőjű hatványok
- Egész kitevőjű hatványok
- n-dik gyök
- Racionális kitevőjű hatványok
- ⇨ Irracionális egyenletek

Célok

A jelölt

- indokolja és alkalmazza a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait,
- indokolja és alkalmazza az egész kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályait és ezeket összehasonlítja a természetes kitevőjű hatványokkal való műveletek szabályaival,
- megmagyarázza az a^{-1} és az a^{-n} felírások jelentését,
- alkalmazza a négyzetgyök gyökvonási szabályait,
- megoldja az $x^2 = a$, $a > 0$, $a \in \mathbb{R}$ alakú másodfokú egyenleteteket tényezőkre bontással és gyökvonással,
- összehasonlítja és indokolja az egyszerű $x^n = a$, $a \in \mathbb{R}$, $n \in \mathbb{N}$ alakú egyenletek megoldását a valós számok halmazán gyökvonás segítségével és tényezőkre bontással,
- megmagyarázza és alkalmazza a $\sqrt{x^2} = |x|$ kapcsolatot,
- pontosan kiszámítja a valós számok köbgyökeit (fejből) és számológép segítségével,
- megkülönbözteti a valós szám n-dik gyökének létezésére vonatkozó feltételeket (a kitevő és az alap szempontjából),
- ügyesen alkalmazza a számológépet az n-dik gyökök kiszámítására,
- átalakítja az n-dik gyök felírását racionális kitevőjű hatvány felírására,
- összekapcsolja és összehasonlítja az n-dik gyökökkel való feladatok megoldását a racionális kitevőjű hatványokkal való feladatok megoldásával,
- ⇨ felismeri az irracionális egyenletet és megoldja azt, valamint indokolja az irracionális egyenlet megoldásának lépéseit és értelmezi a megoldásokat.

4.6 A sík- és a térgeometria

Tartalmak	Célok
	A jelölt:
Pontok, egyenesek és körök a síkban	– elsajátítja az elemi Euklideszi geometria fogalmait,
Távolság, szakasz, szakasz meghosszabbításával keletkező egyenes, szimmetriatengely, félegyenes, szög	– elsajátítja a geometriai szemléletet, és gyakorlatban megismeri a matematika elmélet alapvető standardjait,
A szögek fajtái és a szögek közti viszonyok	– ismeri a definíciókat, és alkalmazza a mértani elemek jellegzetességeit,
Háromszög, sokszög	– alkalmazza a háromszög belső és külső szögei közti kapcsolatokat, valamint a háromszög oldalai és szögei közti viszonyokat is,
A háromszög nevezetes pontjai	– alkalmazza az ugyanazon ív fölötti középponti és kerületi szögek közti kapcsolatot,
Távolságtartó transzformációk és az egybevágóság	– meg tudja különböztetni az egybevágó és hasonló háromszögeket,
Párhuzamos eltolás, tükrözés, elforgatás, a háromszög orientációja (körüljárási iránya)	– alkalmazza a derékszögű háromszög tételeit,
Merőleges vetület	– megszerkeszti geometriai eszközökkel a mértani elemeket ⇨ valamint a dinamikus geometria programjaival is,
A középponti és a kerületi szögek	– elsajátítja és alkalmazza a tetszőleges háromszög oldalai és szögei közti kapcsolatokat, melyeknél alkalmazza a koszinusz- és szinusztételt,
Szögek a félkörben	– az IKT (Információs és Kommunikációs Technológia) alkalmazásával kutatja a geometriai problémákat,
Középpontos nagyítás/zsugorítás, hasonlóság	– kifejleszti a térbeli pontok, egyenesek és síkok közti viszonyok szemléletét.
A derékszögű háromszög tételei	
Paralelogramma, rombusz, trapéz	
Szerkesztési feladatok	
A koszinusztétel és a szinusztétel	
⇨ A tér ponthalmazai	
Az egyenesek és a síkok párhuzamossága és merőlegessége a térben	
Az egyenes merőleges vetülete a síkra	

4.7 Mértani síkidomok és testek

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A mértani síkidomok területe, Héron képlete	– képes elsajátítani és továbbfejleszteni a geometriai szemléletét,
A háromszögbe írt kör és a háromszög köré írt kör sugara	– az egyes mennyiségek kifejezésére képleteket alkalmaz,
	– kritikusan felbecsüli és megítéli a kapott értékeket, ügyel a

Tartalmak		Célok
Mértani testek: hasáb, henger, gúla, kúp, gömb		mértékegységek pontosságára,
Az egyenes hasáb, henger, gúla, kúp és gömb felszíne és térfogata	–	alkalmazza a síkgeometria területén elsajátított tudását és megoldja azokat a problémákat, melyek kapcsolatban vannak a háromszögbe írt kör és a háromszög köré írt kör sugarával,
⇨ Cavalieri-elv	–	leírja a mértani testet,
⇨ Ferde testek	–	alkalmazza az elsajátított tudást a szögfüggvényekről és a geometriáról a mértani testek modelljein,
⇨ Forgástestek	–	geometriai problémákat old meg a testek felszínével és térfogatával kapcsolatban, valamint kritikusan felbecsüli és megítéli a kapott eredményeket és mértékegységeket,
Geometriai matematikai problémák	– ⇨	megoldja a ferde testeket tartalmazó geometriai problémákat,
	– ⇨	meghatározza az elforgatás tengelyét és elemzi a kapott forgástestet a kiválasztott tengely szempontjából,
	– ⇨	problémákat old meg a forgástestek térfogatával kapcsolatban,
	–	felismeri a geometriai problémát, azt bemutatja, megállapítja, melyik fogalmakkal, változókkal és ezek közti kapcsolatokkal lehetne azt megoldani, megoldja a problémát, a megoldásokat bemutatja és gondolkozik ezek értelmességéről,
	–	a geometriai problémák megoldásánál önállóan kiválasztja és alkalmazza a megfelelő stratégiákat, valamint összekapcsolja a síkbeli és a térbeli geometria tartalmait,
	–	megoldja a geometriai problémákat a trigonometria segítségével.

4.8 Sík- és térbeli vektorok

Tartalom		Célok
		A jelölt
A vektorok meghatározása	–	megrajzolja a vektorokat, grafikus módon összeadja és kivonja a vektorokat, valamint szorozza ezeket számmal,
Összeadás, szorzás számmal (erők) – grafikus szemléltetés	–	elsajátítja a vektorszámítást grafikusan és analitikusan,
Kollinearitás, komplanaritás – grafikus szemléltetés	–	megítéli a vektorok kollinearitását és komplanaritását,
A vektorok felírása a bázis koordinátáival (az erő felosztása komponensekre), merőleges vetület – grafikus szemléltetés	– ⇨	megítéli a vektorok lineáris függetlenségét,
A vektorok lineáris kombinációja	–	számol a koordinátákkal (komponensekkel) felírt vektorokkal,
⇨ A vektorok lineáris függetlensége	–	kiszámítja a vektorok által bezárt szöget, a vektor hosszát, valamint a vektor merőleges vetületét,
A sík és a tér bázisa	–	indokolja a vektorok merőlegességét és párhuzamosságát,
A derékszögű koordináta-rendszer a síkban és a térben, a pont helyvektora	–	érti a merőlegességet a térben.

Tartalom	**Célok**
A vektorok felírása koordinátákkal (komponensekkel)	
Műveletek koordinátákkal (komponensekkel) felírt vektorokkal	
A vektor merőleges vetülete egy másik vektorra	
Skaláris szorzat, két vektor által közbezárt szög és a vektor hossza	
⇨ A vektorszámítás alkalmazása a háromszögben és a paralelogrammában, arányok, súlypont	
A skaláris szorzat és a koszinusztétel összefüggése	

4.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

Tartalmak	**Célok**
	A jelölt
Ponthalmazok a síkban	– alkalmazza a derékszögű koordináta-rendszert a síkban,
Pontok távolsága a sík koordináta-rendszerében	– leolvassa és megrajzolja a sík ponthalmazait az adott feltételeknél,
A háromszög területe	– alkalmazza a rendezett számpárok és a síkbeli pontok közti kapcsolatot,
	– kiszámítja a pontok távolságát, kiszámítja a háromszög területét, és felhasználja a képleteket a matematikai problémákban.

4.10 Függvények

Tartalmak	**Célok**
	A jelölt
A függvény definíciója	– elsajátítja és alkalmazza a függvény fogalmát,
A valós függvény definíciója és az egyváltozós valós-valós függvények jellegzetességei (injektív, szürjektív, bijektív, növekvő, csökkenő, páros, páratlan, …)	– elsajátítja és alkalmazza a következő fogalmakat: a függvény értelmezési tartománya és értékkészlete, injektív, szürjektív, bijektív leképezés ill. függvény,
Összetett függvény (függvény kompozítumok)	– megrajzolja és elemzi a függvény grafikonját párhuzamos eltolás és nyújtás segítségével,
Inverz függvény	– alkalmazza a párhuzamos eltolást, a tükrözéseket és a nyújtásokat a problémák megoldása során,
A sík transzformációi	– megállapítja az inverz függvény létezését egyszerű példákon, felírja ennek a megadási módját és megrajzolja az adott függvény inverz függvényének grafikonját,
A függvény határértéke	– ⇨ elemzi a hozzárendelési szabályt majd megrajzolja az abszolút értékes függvény grafikonját,

Tartalmak | **Célok**

Speciális határértékek

A függvények folytonossága

⇨ A zárt intervallumon levő folytonos függvények tulajdonságai

⇨ A zérushelyek keresése technológia segítségével

– megrajzolja a lépcsőzetesen növekvő/csökkenő függvény grafikonját,

– megmagyarázza a határérték fogalmát az adott pontban megfelelően kiválasztott példák alapján, melyek a függvény grafikonnal bemutatott, táblázattal bemutatott ill. analitikusan bemutatott függvény prezentációi,

– kiszámítja a függvény határértékét, és megmagyarázza a kapott határérték jelentését,

– megmagyarázza a végtelenben vett határérték jelentését,

– megkülönbözteti a függvény végtelenben vett határértékét a végtelen határértéktől,

– alkalmazza a határértéket a függvény aszimptotájának kiszámításánál,

– felismeri a grafikonjával megadott függvény folytonosságát,

– ⇨ megmagyarázza a folytonosságot az adott függvény hozzárendelési szabálya alapján,

– megkeresi azon intervallumokat, amelyeken az adott függvény folytonos,

– ⇨ következtet a konkrét folytonos függvény tulajdonságaira egy zárt intervallumon,

– ⇨ megkeresi a görbe zérushelyét vagy egy pontját előre megadott pontossággal a technológia segítségével;

4.10.1 Lineáris függvény

A lineáris függvény definíciója és tulajdonságai, a lineáris függvény grafikonja

Egyenes egyenletei a síkban

Az egyenesek által közbezárt szög

Lineáris egyenlet

Lineáris egyenlőtlenség

Lineáris egyenletrendszer

⇨ Gauss-féle algoritmus

⇨ Lineáris egyenlőtlenség-rendszer

A mindennapi életből vett egyszerű példák modellezése lineáris függvény segítségével

– felírja a lineáris függvény hozzárendelési szabályát, és megrajzolja a grafikonját,

– ismeri és alkalmazza a lineáris függvény együtthatóinak jelentését,

– értelmezi és alkalmazza a lineáris függvény grafikonját gyakorlati helyzetekben,

– kiszámítja az egyenesek által közbezárt szöget,

– ismeri az egyenes különböző egyenleteinek jelentését,

– a szövegben felismeri a lineáris viszonyt, és felírja a lineáris egyenletet,

– megoldja a lineáris egyenleteket,

– ⇨ elemzi az egyszerű lineáris egyenleteket, egyenlőtlenségeket és a lineáris egyenletrendszereket,

– kifejezi a problémát egyenletrendszerként és ezt megoldja,

– megold egyszerű mindennapi problémákat és ezeket megfelelően értelmezi (interpretálja),

– modellezi a mindennapi életből vett egyszerű problémákat a lineáris függvény segítségével;

4.10.2 Hatványfüggvény

Tartalmak	Célok
A természetes kitevőjű hatványfüggvény definíciója és jellegzetességei A negatív egész kitevőjű hatványfüggvény definíciója és jellegzetességei A mindennapi életből vett példák modellezése hatványfüggvény segítségével	– felismeri a hatványos függőséget és ezt megkülönbözteti az egyéb függőségektől (egyenes arányosság, …), – ábrázolja és elemzi a hatványfüggvény grafikonját a transzformációk segítségével, – felírja és modellezi a valós jelenségeket a hatványfüggvény segítségével és ezeket kritikusan kiválasztja;

4.10.3 Gyökfüggvény

Tartalmak	Célok
A gyökfüggvény definíciója, jellegzetességei és grafikonja	– a gyökfüggvényt a hatványfüggvény inverzeként fogja fel;

4.10.4 A másodfokú függvény

Tartalmak	Célok
A másodfokú függvény definíciója, jellegzetességei és grafikonja A másodfokú függvény megadási módjai ⇨ A másodfokú függvény alkalmazása – szélsőérték-problémák Viè t képletek A másodfokú egyenlet A parabola és az egyenes metszéspontja Két parabola metszéspontjai A másodfokú egyenlőtlenség ⇨ A másodfokú egyenlőtlenség-rendszer ⇨ A mindennapi életből vett példák modellezése másodfokú függvény segítségével	– felírja a másodfokú függvényt különböző adatok esetén, és megrajzolja a grafikonját, – értelmezi és alkalmazza a másodfokú függvény grafikonját gyakorlati helyzetekben, – megoldja a másodfokú egyenletet és egyenlőtlenséget, – átalakítja a problémát egyenlet- vagy egyenlőtlenség formájába és ezt megoldja, – olvassa a matematikai szöveget, ezt elemzi és bemutatja, – ⇨ modellezi a mindennapi életből vett egyszerű problémákat a másodfokú függvény segítségével;

4.10.5 Exponenciális függvény

Tartalmak	Célok
Az exponenciális függvény definíciója, jellegzetességei és grafikonja Exponenciális egyenletek ⇨ Az exponenciális egyenlőtlenség grafikus megoldása Exponenciális növekedés A valós jelenségek modellezése az	– felismeri az exponenciális függvényt, és ezt megkülönbözteti az egyéb függvényektől, – ismeri és alkalmazza az exponenciális függvény jellegzetességeit, – megrajzolja az exponenciális függvény grafikonját, – alkalmazza az exponenciális függvény grafikonjának párhuzamos eltolását és nyújtását, – összehasonlítja a hatványos és az exponenciális növekedést,

Tartalmak	Célok
exponenciális függvény segítségével	– felismeri és megoldja az exponenciális egyenleteket, – felírja és modellezi a mindennapi életből vett példákat az exponenciális függvény segítségével;

4.10.6 Logaritmusfüggvény

Tartalmak

- Az logaritmusfüggvény definíciója, jellegzetességei és grafikonja
- A logaritmus és azonosságai
- A tízes alapú és természetes logaritmus
- ⇨ Áttérés más alapra
- Logaritmus egyenletek
- ⇨ A logaritmus skála olvasása
- ⇨ A mindennapi életből vett példák modellezése logaritmusfüggvény segítségével

Célok

– ismeri és alkalmazza a logaritmusfüggvény jellegzetességeit,

– ábrázolja a logaritmusfüggvény grafikonját,

– alkalmazza az exponenciális- és a logaritmusfüggvény közti kapcsolatot,

– alkalmazza a logaritmusfüggvény párhuzamos eltolását és nyújtását,

– alkalmazza a logaritmus azonosságait,

– felismeri az e számot és a természetes logaritmust,

– felismeri és megoldja a logaritmusegyenleteket,

– összehasonlítja az exponenciális és a logaritmikus növekedést,

– ⇨ felírja és modellezi a mindennapi életből vett példákat a logaritmusfüggvény segítségével;

4.10.7 Polinomfüggvény

Tartalmak

- A polinomfüggvény definíciója, jellegzetességei és grafikonja
- Számtani műveletek polinomokkal
- A polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptétel
- A polinomfüggvény gyökei
- Az algebra alaptétele és következményei
- Horner-algoritmus
- A polinomfüggvény grafikonjának analízise
- Polinom-egyenletek
- Polinom-egyenlőtlenségek
- ⇨ A biszekció módszer
- ⇨ A valós jelenségek modellezése polinomok segítségével

Célok

– a lineáris és a másodfokú függvényt mint a polinomfüggvény speciális eseteit értelmezi,

– számol polinomokkal,

– alkalmazza a polinomok maradékos osztására vonatkozó alaptételét,

– alkalmazza a tételt, amely a polinom lineáris polinommal való osztására vonatkozik,

– alkalmazza a Horner-algoritmust a polinomfüggvény gyökeinek meghatározására,

– problémamegoldásban alkalmazza a polinomok jellegzetességeit,

– ábrázolja és értelmezi a polinomfüggvény grafikonját,

– ⇨ alkalmazza a biszekció módszerét,

– megoldja a polinom-egyenleteket és egyenlőtlenségeket;

4.10.8 Racionális törtfüggvény

Tartalmak	Célok
Az racionális törtfüggvény definíciója, jellegzetességei és grafikonja Gyökök, pólusok, aszimptoták Racionális egyenletek ⇨ Racionális egyenlőtlenségek	– ismeri és alkalmazza a racionális törtfüggvény jellegzetességeit, – ábrázolja és értelmezi a racionális törtfüggvény grafikonját, – megoldja a racionális egyenleteket, – ⇨ megoldja a racionális egyenlőtlenségeket;

4.10.9 Szögfüggvények

Tartalmak	Célok
A szögfüggvények definíciója és jellegzetességei a derékszögű háromszögben A szögfüggvények definíciója az egységkörön A szögfüggvények jellegzetességei és grafikonjai A szögfüggvény grafikonjainak transzformációi Addíciós tételek Problémák ⇨ Szögfüggvényeket tartalmazó kifejezések szorzattá alakítása, a szögfüggvények szorzatának összeggé alakítása A ciklometrikus függvények értékeinek kiszámítása ⇨ A ciklometrikus függvények grafikonjai és jellegzetességei Trigonometrikus egyenletek ⇨ Szögfüggvények a technikában és a természettudományban	– felírja és alkalmazza a derékszögű háromszögben levő szögfüggvényeket, – levezeti a szögek szögfüggvényértékeit a következő szögeknek: 0°, 30°, 45°, 60°, 90°, – levezeti és alkalmazza egyazon szög szögfüggvényei közötti összefüggéseket, – alkalmazza a számológépet, – alkalmazza a tetszőleges szög szögfüggvény értékeit, – ismeri és alkalmazza a szögfüggvény jellegzetességeit, – ismeri és megmagyarázza a fogalmakat különböző reprezentációk segítségével (értéktáblázattal, grafikonnal, egységkörrel, analitikus módon), – alkalmazza a szögfüggvény grafikonjának transzformációit, – ábrázolja és értelmezi a szögfüggvény grafikonjait, – alkalmazza az addíciós tételeket, – alkalmazza a kétszeres szög szögfüggvényeit, – alkalmazza a kétszeres szög szögfüggvényeit (⇨ és a félszög szögfüggvényeit) a trigonometrikus egyenleteknél és a nehezebb feladatokban, – ⇨ alkalmazza a szorzattá alakítást a kifejezéseknél, és ezeket fel tudja használni az egyenleteknél, – kiszámítja a ciklometrikus függvények értékeit – ⇨ a ciklometrikus függvény grafikonját ábrázolja, – megoldja a trigonometrikus egyenletet, – értelmezi és elemzi az analitikus megoldásokat az adott probléma szempontjából, – alkalmazza a szögfüggvényeket problémamegoldás során, ahol ki kell számítani a szöget, – megold egyszerű, összetett, valódi és eredeti problémákat.

4.11 Kúpszeletek

Tartalmak

- A másodfokú görbe algebrai felírása
- Kör középponti helyzetben és a párhuzamosan eltolt kör
- Ellipszis középponti helyzetben és a párhuzamosan eltolt ellipszis
- Hiperbola középponti helyzetben
- Parabola csúcsponti helyzetben
- ⇨ Párhuzamosan eltolt hiperbola és parabola
- ⇨ A kúpszeletek érintői

Célok

A jelölt

- megkeresi a természetben a kúpszeletek példáit,
- összehasonlítja és alkalmazza a kúpszeletek analitikus és mértani definícióját,
- a kört az ellipszis speciális példájaként értelmezi és ⇨ levezeti az ellipszis egyenletét a kör egyenletéből nyújtással a kiválasztott tengely irányában,
- elemzi az egyenletet, és grafikus módon szemlélteti a köröket és az ellipsziseket a középponti helyzetben és párhuzamos eltolt helyzetben,
- elemzi az egyenletet és grafikus módon szemlélteti a hiperbolákat és a parabolákat a csúcsponti helyzetben,
- elemzi a parabola egyenletének különböző alakjait,
- ⇨ megszerkeszti a kúpszeleteket,
- ⇨ ábrázolja a kúpszeletet a megfelelő számítógépes program segítségével is,
- ⇨ elemzi a párhuzamosan eltolt hiperbolák és parabolák grafikus szemléltetéseit,
- ⇨ elemzi a párhuzamosan eltolt hiperbola és a parabola egyenleteit,
- ⇨ analitikusan és grafikusan elemzi a kúpszelet érintőit,
- analitikus és grafikus módszerrel meghatározza egy kúpszelet és egy egyenes metszéspontjait illetve két kúpszelet metszéspontjait a középponti helyzetben,
- indokolja az eredmények értelmét a metszéspontok analitikus elemzésénél,
- ⇨ megoldja a matematikai problémákat is.

4.12 Sorozatok és sorok

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A sorozat definíciója A sorozatok tulajdonságai (véges, végtelen, monoton, korlátos, konvergens, …) Számtani sorozat Mértani sorozat A számtani sorozat első n tagjának összege és a mértani sorozat első n tagjának összege A sorozat határértéke Sorok A mértani sor konvergenciája Kamatoskamat-számítás Évjáradékok Amortizációs terv	– példákat hoz fel, induktív módon következtet, általánosít és folytatja a sorozatot, – megtalálja és felírja a tagok közti kapcsolatot, – felírja a sorozat tagjait, ha adott néhány első tag és a sorozat rekurzív képlete, – megállapítja és elemzi különbözően bemutatott sorozatok tulajdonságait (számmal bemutatott sorozat, grafikus módon, analitikus módon, …), – olvassa és szemlélteti a különbözően megadott, ill. bemutatott sorozatokat, – alkalmazza a sorozatok tulajdonságait, – előrejelzi és kiszámítja a sorozat határértékét, – megkülönbözteti a sorozatot a sortól, – megkülönbözteti a konvergens és a divergens sor fogalmát, – kiszámítja a sorozat első n tagjának összegét, – kiszámítja a mértani sor összegét, – megkülönbözteti a kamatszámítást a kamatoskamat számítástól, – megkülönbözteti a konform és a relatív kamatlábat, – alkalmazza az ekvivalens tőkék elvét, – megkeresi a kamatozás mindennapi példáit, előrejelzi az elvárásokat, majd a szimulációs számítások alapján döntést hoz, – kiszámítja az évjáradékot és elkészíti az amortizációs tervet.

4.13 Differenciálszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Differenciálhányados, derivált, a derivált geometriai jelentése	– leírja a differenciálszámítás fogalmait grafikus, numerikus és analitikus prezentációk alkalmazásával,
Deriválási szabályok, az elemi függvények deriváltjai	– kiszámítja a differenciálhányados értékét,
A derivált alkalmazása	– kiszámítja a differenciálhányados határértékét,
Szélsőértékek, a függvény növekedése és csökkenése	– megmagyarázza a derivált geometriai jelentését,
⇨ A függvény második deriváltja	– ⇨ levezeti a deriválás egyszerű szabályait a derivált definíciója segítségével,
⇨ A függvény inflexiós pontja, konvex és konkáv függvény	– ⇨ levezeti a függvény deriváltját a deriválási szabályok segítségével,
⇨ A derivált függvények folytonossága	– deriválja az elemi függvényeket és az összetett (kompozítum) függvényeket,
Szélsőérték-problémák	– ⇨ kiszámítja az implicit módon megadott függvény deriváltját,
⇨ A valós problémák modellezése és ezek megoldása a differenciálszámítási módszerek segítségével	– a grafikonból megállapítja azokat a pontokat, amelyekben a függvény deriválálható (nem deriválható),
	– összekapcsolja a függvények tulajdonságait a függvény deriváltjával (előrejelzi a tulajdonságokat, ábrázolja a grafikont, …),
	– felírja az érintő egyenletét és a normálegyenletet a görbe adott pontjában,
	– kiszámítja két görbe hajlásszögét,
	– elemzi a deriválható függvényt (megmagyarázza a szélsőértékeket, meghatározza a növekedési és csökkenési intervallumokat) és megrajzolja a grafikont,
	– ⇨ összeköti a függvény folytonossága és deriválhatósága fogalmakat az adott intervallumon,
	– megold egyszerű szélsőérték-problémákat,
	– ⇨ megold a mindennapi életből vett szélsőérték-problémákat és megfelelően értelmezi a megoldást.

4.14 Integrálszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
Határozatlan integrál (primitív függvény)	– megmagyarázza a függvény deriváltja és a határozatlan integrál közti kapcsolatot,
A határozatlan integrál jellegzetességei	– ismeri az elemi integrálok táblázatát és ezek kapcsolatát a deriváltak táblázatával,
⇨ Helyettesítéses módszer	– alkalmazza a határozatlan integrál jellegzetességeit,
⇨ A parciális integrálás	– ⇨ integrál helyettesítéses módszerrel,
⇨ A racionális törtfüggvények integrálása	– ⇨ alkalmazza a parciális integrálás módszerét,
Határozott integrál	– ⇨ integrálja a racionális törtfüggvényeket (résztörtekre való bontással),
A határozott integrál jellegzetességei	

A határozatlan és határozott integrál közti kapcsolat	– ismeri a határozott integrál geometriai jelentését,
A határozott integrál alkalmazása (területek, ⇨ forgástestek térfogata, …)	– alkalmazza a határozott integrál jellegzetességeit,
	– alkalmazza a határozatlan és határozott integrál közti kapcsolatot,
	– megold egyszerű matematikai és valós problémákat.

4.15 Kombinatorika

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A szorzat-szabály, fadiagram	– kiszámítja az $n!$-t,
Az összeg-szabály	– megkülönbözteti az egyes kombinatorikai fogalmakat,
Permutációk	– kiszámítja a binomiális együttható értékét,
Ismétléses permutációk	– levezeti a kéttagú kifejezés hatványait.
Variációk	
Ismétléses variációk	
Kombinációk	
Binomiális tétel	
Pascal-háromszög	

4.16 Valószínűségszámítás

Tartalmak	Célok
	A jelölt
A valószínűségszámítás alapfogalmai: kísérlet, esemény, eseménytér (mintatér)	– felírja az eseményeket és számol velük,
Számítás eseményekkel	– megkeresi egy kísérlet összes eseményét,
Szubjektív valószínűség, tapasztalati valószínűség, a matematikai valószínűség, az esemény valószínűsége	– megkülönbözteti a szubjektív, tapasztalati és matematikai valószínűséget,
Az ellentett események valószínűségének kiszámítása, az eseményösszeg valószínűségének kiszámítása	– megérti és összekapcsolja a tapasztalati és a matematikai valószínűséget,
⇨ Feltételes valószínűség	– ismeri és alkalmazza a matematikai valószínűség definícióját,
⇨ Az események szorzatának valószínűsége, független események	– az egyes események adott valószínűségeiből kiszámítja egyéb események valószínűségeit,
⇨ Független kísérletek sorozata	– ⇨ megkülönbözteti az egymást kizáró és független események fogalmait,
Normális eloszlás	– alkalmazza az eseményteret (mintateret).

4.17 Statisztika

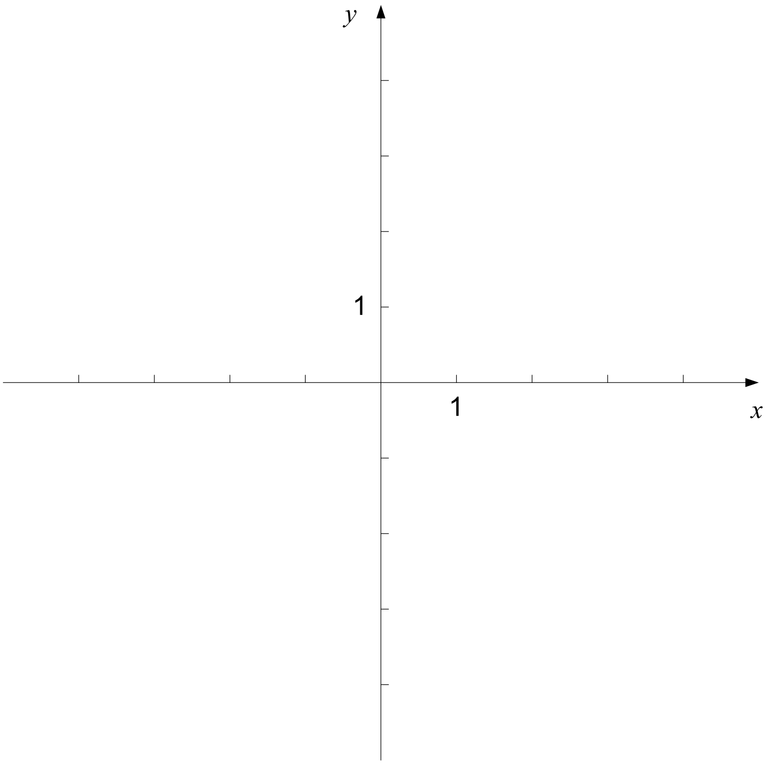
Tartalmak	Célok
	A jelölt
Statisztikai alapfogalmak Az adatok fajtái Az adatok gyűjtése Az adatok rendezése és strukturálása Az adatok bemutatása (oszlopdiagram, pozíciódiagram, kördiagram, hisztogram, sugárdiagram, vonal- és görbegrafikon, dobozdiagram) Számtani közép, medián, módusz Szórási terjedelem, szórás, interkvartilis terjedelem Statisztika-feladatok	– megkülönbözteti a tanulmányozott jellegzetességet (változót), egységet, a változó értékét, mintát, populációt, – felismeri az egység tanulmányozott jellegzetességét, – megkülönbözteti a leíró vagy minőségi adatokat, sorozat vagy ordinális, valamint a numerikus vagy mennyiségi adatokat, – összegyűjti az adatokat, ezeket rendezi és strukturálja, – kiválasztja a megfelelő diagramot az adatok bemutatására, – olvassa, elkészíti és interpretálja a statisztikai diagramokat, – kifejleszt egy kritikus viszonyt az eredmények interpretálása során, – ismeri és alkalmazza az adatok különböző összefoglalási módjait, – kiválaszt egy megfelelő módot az adatok összefoglalására az adatok fajtája szempontjából, – kiszámítja, megbecsüli és értelmezi a számtani közepet, a móduszt és a médiánt az adatok középértékeként, – megbecsüli az egyszerű kapcsolatokat a valószínűségi változók közt, – kiszámítja, megbecsüli és értelmezi a szórási terjedelmet, a szórást és az interkvartilis terjedelmet az adatok szóródásának méreteként, – a teljes tapasztalati kutatás eljárásában alkalmazza az adatokkal végzett munkáról tanultakat (kiválasztja a témát, felállítja a kutatási kérdést, összegyűjti az adatokat, azokat rendezi és strukturálja, majd elemzi, bemutatja és a kapott eredményeket értelmezi).

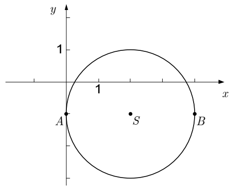
5 AZ ÍRÁSBELI VIZSGA PÉLDAFELADATAI

5.1 Feladat rövid válaszokkal

1. Ábrázolja az $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ egyenletű körvonalat a megadott koordináta-rendszerben! Számítással mutassa meg, hogy az $A(0,-1)$ pont illeszkedik a megadott körvonalra! Írja fel a B pont mindkét koordinátáját, ha az AB húr a körvonal átmérője! A feladatot számológép használata nélkül oldja meg!

(8 pont)



Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	3	◆ Az adott egyenlet $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ alakra hozása.	Minden tag 1 pont.
	2	◆ Kép 	Ha a jelölt a körvonalat a hibásan átalalakított egyenlet alapján helyesen rajzolja le, *1 pontot kap.
	2	◆ Az A pont koordinátáinak behelyettesítése az egyenletbe és az egyenlőség bizonyítása.	*1 + 1
	1	◆ A $B(4,-1)$ pont felírása.	
Összesen	**8**		

5.2 Strukturált feladat

1. Adott az $f(x)=\dfrac{2\sin x+\tan x}{\cos x}$ hozzárendelési szabályú függvény.

   1.1. Határozza meg az f függvény értelmezési tartományát, és számítsa ki a zérushelyeit!

   (5 pont)

   1.2. Bizonyítsa be, hogy az f függvény páratlan!

   (2 pont)

   1.3. Növekvő vagy csökkenő a függvény az $x_0=\dfrac{2\pi}{3}$ abszcisszájú pontban? Válaszát indokolja meg!

   (3 pont)

   1.4. Számítsa ki az $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ -t!

   (4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.1	1	◆ $D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z} \right\}$	
	1	◆ $\frac{\sin x(2\cos x + 1)}{\cos^2 x} = 0$ szorzattá alakítás	Elegendő a számláló szorzattá alakítása.
	3	◆ A zérushelyek megadása, pl. $x_1 = k\pi,\ \ x_2 = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi,\ \ x_3 = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi,\ \ k \in \mathbb{Z}$	1 + 1 + 1 Az összes parciális zérushelyre ($0, \frac{2\pi}{3}, -\frac{2\pi}{3}$) a jelölt 1 pontot kap.
Összesen	**5**		Ha a jelölt sehol sem írja fel, hogy $k \in \mathbb{Z}$, elveszít 1 pontot.
1.2	2	◆ $f(-x) = \frac{2\sin(-x) + \tan(-x)}{\cos(-x)} = -\frac{2\sin x + \tan x}{\cos x} = -f(x)$	1 + 1
Összesen	**2**		
1.3	1	◆ Az $f'(x)$ derivált kiszámítása, pl. $f'(x) = \frac{\sin^2 x + 2\cos x + 1}{\cos^3 x}$	
	*1	◆ $f'\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -6$ kiszámítása.	
	1	◆ Indoklás, pl. $f'(x_0) < 0$, a függvény az x_0 pontban csökkenő.	
Összesen	**3**		
1.4	1	◆ új ismeretlen bevezetése: $u = \cos x,\ \ \mathrm{d}u = -\sin x\,\mathrm{d}x$	
	3	◆ $-2\ln\lvert\cos x\rvert + \frac{1}{\cos x} + C$ megoldás	$\int \frac{2}{u}\mathrm{d}u = 2\ln\lvert u\rvert + C$ kiszámítása … 1 pont. $\int \frac{\mathrm{d}u}{u^2} = -\frac{1}{u} + C$ kiszámítása … 1 pont.
Összesen	**4**		

6 SZÓBELI VIZSGA

A jelölt a szóbeli vizsgát az iskolai vizsgabizottság előtt teszi le, a vizsga szabályos lebonyolításáról a bizottság gondoskodik, valamit a jelölt eredményeit pontozza és gondoskodik a pontok helyes kiszámításáról.

A jelölt válaszol a szóbeli vizsgalapján szereplő kérdésekre. Az említett vizsgalap három kérdésből áll, melyeket az Országos Tantárgyi Bizottság a matematika általános érettségire készít elő. Az elméleti kérdéshez a szabályoknak megfelelően feladat is tartozik.

A vizsgáztató a jelöltnek egyéb kérdéseket is feltehet, melyekkel elemzi a vizsgalap kérdéseit, ennél pedig nem terjeszti ki a felírt kérdést vagy feladatot.

A jelölt a szóbeli vizsgán 15 perces felkészülési időt kap, továbbá egy alkalommal új vizsgalapot kérhet. A szóbeli vizsga maximum 20 percig tart.

► Az ASZ vizsgalap példája

1. Mi a tört? Mikor ábrázolja két tört ugyanazt a racionális számot? Definiálja a törtekkel való műveleteket, és sorolja fel a tulajdonságaikat!

   (3 pont)

   Feladat: Egyszerűsítse a $\frac{3}{x^2-9}:\left(\frac{x}{x+3}-1\right)$, $x \neq \pm 3$ kifejezést! *(1 pont)*

2. Definiálja a természetes (páros, páratlan) kitevőjű hatványfüggvényt!

   (1 pont)

   Ábrázolja az $n=2, n=3$ kitevőjű hatványfüggvény grafikonjait, és írja le alapvető tulajdonságaikat! *(3 pont)*

3. Magyarázza el az egyszerű kamatszámítás és a kamatos kamatszámítás alapfogalmait, és írja fel a képleteit!

   (3 pont)

   Feladat: A bankba betettünk 500 €-t. Mekkora lesz az összegünk két év kamatos kamatozás után, ha az éves kamatláb 4%, és a kamatjóváírásunk is éves. *(1 pont)*

► Az ESZ vizsgalap példája

1. Definiálja a páros és a páratlan számokat! *(1 pont)*

   Bizonyítsa:
   a) két páratlan szám összege páros szám! *(1 pont)*
   b) páratlan szám négyzete páratlan szám! *(2 pont)*

2. ⇨ Bizonyítsa, hogy a tetszőleges ABC háromszögben érvényes a következő egyenlőség:
   $\frac{a}{\sin\alpha}=\frac{b}{\sin\beta}=\frac{c}{\sin\gamma}=2R$! (*3 pont*)

   Feladat: Az ABC háromszög α szöge $60°$, a γ szöge $75°$. Az a oldal hosszúsága 10 cm. Milyen hosszú a b oldal? *(1 pont)*

3. ⇨ A megadott példákon magyarázza el az új ismeretlen bevezetésének módszerét a határozatlan és a határozott integrálásban (helyettesítéses integrálás)!

   a) Számítsa ki a $\int \sqrt{2x+1}\,\mathrm{d}x$ határozatlan integrált! *(2 pont)*

   b) Számítsa ki a $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x \,\mathrm{d}x$ határozott integrált! *(2 pont)*

A továbbiakban a szóbeli kérdések szerepelnek. Az Országos Tantárgyi Bizottság a matematika általános érettségi szóbeli vizsgakérdéseit módosíthatja, kihagyhatja és kiegészítheti ezeket.
Ebben a fejezetben a ⇨ jel azokat a kérdéseket jelöli, amelyek csak az emelt szintű érettségi vizsgalapjain fordulhatnak elő.

6.1 A logika alapjai

1. Mi a kijelentés? Mi a kijeletés tagadása (negációja)? Mit értünk a kijelnetések konjunkcióján, és mit a diszjunkcióján? Írja fel a kijelentés tagadásának (negáció), a konjunkciónak és a diszjunkciónak az igazságtáblázatát!
2. Mi a kijelentés? Mit értünk a kijelentések implikációján és a kijelentések ekvivalenciáján? Írja fel az implikáció és az ekvivalencia igazságtáblázatát!

6.2 Halmazok

1. Mit értünk üres halmazon? Mit értünk alaphalmazon? Mit értünk kiegészítő halmazon? Mit értünk két halmaz különbségén?
2. Mikor egyenlő két halmaz? Mit értünk egy adott halmaz részhalmazán? Mit értünk a halmazok unióján (egyesítésén), és mit a metszetén?
   ⇨ Az A halmazban n elem van, a B halmazban pedig m. Hány eleme lehet az $A \cup B$-nek és az $A \cap B$-nek? Válaszát indokolja meg!
3. Mi a halmazok Descartes-féle szorzata? Hogyan mutatjuk be grafikus módon a Descartes-féle szorzatot?
   ⇨ Az A halmaznak n elem van, a B halmaznak pedig m. Hány eleme van az $A \times B$-nek? Válaszát indokolja meg!
4. Mit értünk egy adott halmaz hatványhalmazán?
   ⇨ Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak? Válaszát indokolja meg!

6.3 Számhalmazok

6.3.1 Természetes számok és egész számok

1. Sorolja fel az $\mathbb{N}$ és $\mathbb{Z}$ halmazokban levő alapvető számtani műveleteket és ezek jellegzetességeit!
2. Definiálja a páros és a páratlan számokat!
   Bizonyítsa:
   a) két páratlan szám összege páros szám!
   b) páratlan szám négyzete páratlan szám!
3. Definiálja a prímszám és az összetett szám fogalmát! Írja fel mindazon prímszámok halmazát, melyek kisebbek 20-nál! Írja le a természetes szám prímtényezős felbontásának folyamatát!
4. ⇨ Magyarázza meg a teljes indukció elvét!
5. Definiálja az $(a|b)$ oszthatósági relációt a $\mathbb{N}$-ban, és sorolja fel a tulajdonságait!
6. Definiálja két egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét! Hogyan számítjuk ki őket? Mikor relatív prím két szám?
7. ⇨ Magyarázza el, hogyan határozzuk meg az euklideszi algoritmus segítségével az a és b természetes számok legnagyobb közös osztóját!
8. Fogalmazza meg a maradékos osztás tételét! Mit mondhat el az a és b számokról, ha az a szám b számmal való osztásánál a maradék 0?
9. Sorolja fel a 2-es, 3-as, 4-es, 5-ös, 6-os, 8-as, 9-es és 10-es számmal való osztás oszthatósági szabályait!
   ⇨ Vezesse le a 2-es és a 4-es számmal való osztás oszthatósági szabályait!

6.3.2 Racionális számok

10. Mi a tört? Mikor ábrázolja két tört ugyanazt a racionális számot? Definiálja a törtekkel való műveleteket, és sorolja fel a tulajdonságaikat!
11. ⇨ Hogyan rendezett a $\mathbb{Q}$ halmaz? Mutassa be, hogy két tetszőleges racionális szám között van legalább még egy racionális szám!
12. Hogyan írjuk fel a racionális számot tizedesvesszővel felírt tizedes tört alakban? Mikor véges ez az alak?
13. Magyarázza meg a következő fogalmakat: arány, alap, rész, relatív rész és százalék!

6.3.3 Valós számok

14. Mely valós számokat nevezzük racionális és melyeket irracionális számoknak? Mit tud mondani ezen számok tizedes tört alakjairól?
15. Írja fel az irracionális számok néhány példáját! Milyen ezen számok tizedes tört alakja?
    ⇨ Bizonyítsa be, hogy a $\sqrt{2}$ nem racionális szám!
16. Definiálja a számegyenest! Hogyan ábrázoljuk a racionális és a valós számokat a számegyenesen?
17. Definiálja az intervallumot! Sorolja fel az intervallum fajtákat, írja fel őket és ábrázolja őket számegyenesen!
18. Definiálja a valós szám abszolút értékét, és sorolja fel az alapvető jellegzetességeit!
19. ⇨ Mi a közelítő érték abszolút és relatív hibája?

6.3.4 Komplex számok

20. Adja meg a komplex számok bevezetésének okát, és definiálja a $\mathbb{C}$ halmazt!
21. Sorolja fel a számtani műveleteket a $\mathbb{C}$-ben, és magyarázza el a tulajdonságaikat!
22. Definiálja a komplex szám abszolút értékét, és sorolja fel a tulajdonságait!
23. Definiálja a $\overline{z}$ komplex szám konjugáltját, és sorolja fel a konjungálás tulajdonságait!
24. ⇨ Mutassa be, hogy két komplex szám összegének konjugáltja egyenlő azok konjugáltjainak összegével!
25. ⇨ Mutassa be, hogy két komplex szám szorzatának konjugáltja egyenlő azok konjugáltjainak szorzatával!
26. Hogyan ábrázoljuk a komplex számokat a komplex számsíkban? Ábrázolja a következő műveleteket a $\mathbb{C}$ komplex számsíkban: összeadás, szorzás (-1)-gyel, szorzás pozitív valós számmal, konjugálás!
27. ⇨ A komplex számsíkban ábrázolja azoknak a komplex számoknak a halmazát, melyeknek:
    a) adott az abszolút értéke,
    b) adott a valós része,
    c) adott a képzetes része,
    d) a valós része egyenlő a képzetes részükkel!

6.4 Algebrai kifejezések, egyenletek és egyenlőtlenségek

1. ⇨ Bontsa tényezőkre az $a^n - b^n$ $(n \in \mathbb{N},\ n > 1)$ kifejezést, és győződjön meg arról, hogy a felbontás helyes!
2. ⇨ Bontsa tényezőkre az $a^{2n+1} + b^{2n+1}$ $(n \in \mathbb{N})$ kifejezést, és győződjön meg arról, hogy a felbontás helyes!
   Írja fel a tényezőkre bontást $n = 1$ és $n = 2$ esetén!
3. Mi az egyenlet megoldása? Mikor ekvivalens (egyenértékű) két egyenlet? Írja le azokat az eljárásokat, melyek egy adott egyenletet ekvivalens egyenletté alakítanak át!

6.5 Hatványok és gyökök

1. Sorolja fel és indokolja a természetes kitevőjű hatványok számítására vonatkozó szabályokat!
2. Definiálja a negatív egész kitevőjű hatványt, és sorolja fel az egész kitevőjű hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!
3. Definiálja az n -edik gyököt ($n \in \mathbb{N}$)! Sorolja fel a gyökvonás szabályait!
4. Definiálja a pozitív alapú és racionális kitevőjű hatványt, és sorolja fel az ilyen hatványokra vonatkozó számítási szabályokat!

6.6 A sík- és a térgeometria

1. Mikor párhuzamos két egyenes a térben? Milyen jellegzetességekkel rendelkezik az egyenesek párhuzamossága a síkban? Fogalmazza meg a párhuzamossági axiómát!
2. Definiálja:
   a) a pont merőleges vetületét egyenesre,
   b) a szakasz merőleges vetületét egyenesre, ha a szakasz és az egyenes ugyanabban a síkban van,
   c) a pont merőleges vetületét síkra,
   d) a szakasz merőleges vetületét síkra!
3. Az a egy pizitív valós szám. Mit értünk azon síkbeli pontok halmazán, amelyek:
   a) a sík egy adott pontjától a távolságra fekszenek?
   b) a sík adott egyenesétől a távolságra fekszenek?
   c) a sík két pontjától egyenlő távolságra fekszenek?
4. ⇨ Definiálja a sík távolságtartó transzformációit! Sorolja fel és ábrázolja ezeket példákkal!
5. Definiálja a szög fogalmát, és magyarázza el a következő kifejezéseket: szár, csúcs, nullszög, derékszög, egyenesszög és teljesszög, hegyesszög és tompaszög! Milyen egységeket ismer a szög mérésére?
6. Definiálja a szögek egybevágóságát! Mi érvényes a párhuzamos szárú szögpárokra, mi érvényes a merőleges szárú szögpárokra?
7. ⇨ Definiálja két egyenes hajlásszögét, az egyenes és sík hajlásszögét és két sík hajlásszögét! Mikor merőleges egymásra két sík?
8. Mit értünk háromszögön? Mikor lehet három szám egy háromszög oldalainak hossza? Milyen viszony lehet a háromszög oldalai és az ezekkel szemben fekvő szögek közt?
9. Definiálja a háromszög belső és külső szögét! Bizonyítsa be, hogy a háromszög belső szögeinek összege 180° ! Mekkora a háromszög külső szögeinek összege?
10. Definiálja a háromszög következő fogalmait: súlyvonal, magasság, oldalfelező merőleges, szögfelező, a háromszögbe írt kör középpontja, a háromszög köré írt kör középpontja, súlypont és magasságpont!
11. Írja le az alábbi eljárásokat:
    a) a háromszög köré írt körének szerkesztése!
    b) a háromszögbe írt kör szerkesztése!
12. A derékszögű háromszögben megrajzoljuk az átfogóhoz tartozó magasságot. Hány hasonló háromszög keletkezik? Válaszát indokolja meg!
    ⇨ Vezesse le az Euklidesz-tételt (befogótételt)!
13. Megrajzoljuk a derékszögű háromszögben az átfogóhoz tartozó magasságot. Hány hasonló háromszög keletkezik? Válaszát indokolja meg!
    ⇨ Vezesse le a magasságtételt!
14. Mikor mondjuk két háromszögről, hogy egybevágóak? Sorolja fel a háromszögek egybevágóságának tételeit!
15. Mikor hasonló két háromszög? Sorolja fel a háromszögek hasonlóságára vonatkozó tételeket! Mit tud a hasonló háromszögek kerületének, illetve területének arányáról?
16. Fogalmazza meg a koszinusztételt! Mikor alkalmazzuk? Mit kapunk, ha a derékszögű háromszög átfogójának kiszámításához a koszinusztételt alkalmazzuk? Válaszát indokolja meg!
17. ⇨ Bizonyítsa be a koszinusztételt! Mivé változik a koszinusztétel a derékszögű háromszögben?
18. Fogalmazza meg a szinusztételt! Mikor alkalmazzuk?
19. ⇨ Bizonyítsa, hogy a tetszőleges ABC háromszögben érvényes a következő egyenlőség: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$!

20. Definiálja a paralelogrammát, és írja le a tulajdonságait! Soroljon fel speciális paralelogrammákat!
21.⇨ Bizonyítsa be, hogy a paralelogramma átlói felezik egymást!
22.⇨ Bizonyítsa be, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!
23. Definiálja a trapézt és az egyenlő szárú trapézt, és sorolja fel a tulajdonságaikat! Mi a trapéz középvonala? Hogyan számítjuk ki a trapéz területét?
24. Mennyi egy tetszőleges n-szög ($n \in \mathbb{N},\ n \geq 3$) belső szögeinek összege? Mennyi a konvex n-szög átlóinak száma? Definiálja a szabályos n-szöget!
⇨ Vezesse le a konvex n-szög átlóinak számát megadó képletet!
25. Definiálja a körvonalat! Írja le két, azonos síkban fekvő körvonal kölcsönös helyzetét!
⇨ Minden kölcsönös helyzetnél adja meg a sugarak és a körvonalak középponti távolsága közötti összefüggéseket!
26. Írja le az azonos síkban fekvő egyenes és kör különböző kölcsönös helyzeteit! Minden kölcsönös helyzetnél adja meg az összefüggéseket a kör sugara és az egyenes és kör középpontjának távolsága között! Mi a kör érintője?
Hogyan szerkesztünk körhöz annak adott pontjában érintőt?
27. Hogyan szerkesztünk körhöz a körvonal egy adott pontjából érintőt?
⇨ Hogyan szerkesztünk körhöz egy külső pontból érintőt? A szerkesztést indokolja meg!
28. Definiálja a középponti és a kerületi szöget! Mi az összefüggés az azonos ívhez tartozó kerületi és középponti szög közt?
Fogalmazza meg a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!
⇨ Bizonyítsa be a félkörben levő szögre vonatkozó Thalész-tételt!

6.7 Mértani síkidomok és testek

1. Fogalmazza meg a paralelogramma, a háromszög, a deltoid és a trapéz területképletét!
2. ⇨ Vezesse le a paralelogramma és a trapéz területképletét!
3. ⇨ Vezesse le a háromszög és a deltoid területképletét!
4. Adja meg a négyzet, a téglalap, a rombusz, a szabályos háromszög és a derékszögű háromszög területképletét!
5. Adja meg a kör terület- és kerületképletét! Hogyan számítjuk ki a körív hosszát és a körcikk területét?
6. ⇨ Adott az R-sugarú körbe írt szabályos n szög, ahol $n \in \mathbb{N},\ n \geq 3$. Fejezze ki az n szög oldalát és területét az adott sugár segítségével!
7. Írja le a hasábot! Mikor mondjuk, hogy a hasáb:
a) egyenes,
b) egyenlő élű,
c) n-oldalú ($n \in \mathbb{N},\ n \geq 3$),
d) szabályos?
Adja meg az egyenes hasáb térfogat- és felszínképletét!
8. Írja le az egyenes körhengert! Milyen idom az ilyen körhenger tengelymetszete? Adja meg az egyenes körhenger felszín- és térfogatképletét!
9. Írja le a gúlát! Mikor mondjuk egy gúláról, hogy
a) egyenlő élű,
b) n-oldalú ($n \in \mathbb{N},\ n \geq 3$),
c) szabályos gúla?
Adja meg a szabályos gúla felszín- és térfogatképletét!
10. Írja le az egyenes körkúpot! Adja meg a felszín- és térfogatképletét!
⇨ Mit tud a körkúpok nevezetes metszeteiről az alaplappal párhuzamos síkkal? Mi az ilyen kúp metszete azzal a síkkal, amely tartalmazza a kúp tengelyét?
11.⇨ Milyen geometriai testet kapunk, ha $360°$-kal megforgatunk:
a) egy téglalapot az egyik oldala körül?
b) egy derékszögű háromszöget az egyik befogója körül?
c) egy félkört az átmérője körül?
12. Mi a gömb? Írja fel a gömb felszín- és térfogatképletét!

6.8 A sík- és a térbeli vektorok

1. Hogyan adunk össze vektorokat és mi a vektorok összege? Definiálja a nullvektort és egy adott vektor ellentett vektorát! Hogyan vonunk ki vektorokat?
2. Definiálja a vektor szorzatát számmal, és sorolja fel e művelet tulajdonságait! Mikor kollineáris két vektor? Mi az egységvektor?
3. Definiálja a vektorok lineáris kombinációját! Mi az $\mathbb{R}^2$ sík ($\mathbb{R}^3$ tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort az adott bázisvektorok lineáris kombinációjaként? Mi az $\mathbb{R}^3$ tér ortonormált bázisa?
4. ⇨ Definiálja a vektorok lineáris kombinációját! Mikor lineárisan függetlenek a $\mathbb{R}^2$ síkbeli ($\mathbb{R}^3$ térbeli) vektorok? Mi a sík (tér) bázisa? Hányféle módon lehet felírni a vektort a sík (tér) adott bázisvektorainak lineáris kombinációjaként?
5. Írja le a térbeli derékszögű koordináta-rendszert! Mi az A pont helyvektora? Írja fel az $A(a_1,\ a_2,\ a_3)$ pont $\vec{r}_A$ helyvektorát a standard ortonormált bázisban!
6. Fejezze ki az AB (térbeli) szakasz felezőpontjának koordinátáit az A és B végpontok koordinátáival!
   ⇨ A képletet vezesse le vektorok segítségével!
7. ⇨ Fejezze ki az ABC (térbeli) háromszög súlypontjának koordinátáit az $A,\ B$ és C pont koordinátáival.
   A képletet vezesse le vektorok segítségével!
8. Definiálja a skaláris szorzatot, és sorolja fel a tulajdonságait! Adja meg két vektor merőlegességének kritériumát!
9. Hogyan számítjuk ki két vektor skaláris szorzatát a standard ortonormált bázisban? Hogyan számítjuk ki a vektor hosszát és a két vektor által közbezárt szöget az ortonormált bázisban?

6.9 Derékszögű koordináta-rendszer a síkban

1. Írja le a derékszögű koordináta-rendszert a síkban, és vezesse le a két pont távolságát megadó képletet!
2. Mit ábrázol mindazon $T(x,\ y)$ síkbeli pontok halmaza, melyek megfelelnek az egyes feltételeknek:
   a) $y = 0$,
   b) $x > 0$,
   c) $x \le 0$ és $y \ge 0$,
   d) $x = -2$,
   e) $2 \le y \le 4$,
   f) $x^2 + y^2 \le 4$?

6.10 Függvények

1. Definiálja az $f : A \to B$ függvény (leképezés, transzformáció) fogalmát és a függvény értelmezési tartományát és értékkészletét! Mi a függvény grafikonja?
2. ⇨ Mikor injektív, szürjektív, bijektív az $f : A \to B$ függvény?
3. Mikor növekvő, csökkenő, korlátos, korlátlan a valós-valós függvény?
4. Mikor páros és mikor páratlan egy valós-valós függvény? Hogyan határozzuk meg a függvény grafikonjából, hogy egy függvény páros vagy páratlan-e?
5. ⇨ Határozza meg az inverz függvény fogalmát! Mikor létezik az inverz függvény? Soroljon fel legalább két pár inverz függvényt!

6. ⇨ Legyen a c és a k két tetszőleges valós szám. Írja le, hogyan kapjuk meg az alábbi grafikonokat az $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ grafikonjából, ha $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$:

a) $g(x)=f(x)+c,$

b) $g(x)=-f(x),$

c) $g(x)=f(-x),$

d) $g(x)=f(x-c),$

e) $g(x)=k\cdot f(x).$

7. ⇨ Jellemezze a $g\circ f$ összetett függvényt, ha $f:A\to B,\ g:B\to C.$

8. ⇨ Mit értünk az f függvény $\lim\limits_{x\to x_0} f(x)$ határértékén? Adja meg a két függvény összegének, különbségének, szorzatának és hányadosának határértékére vonatkozó számítási szabályokat!

9. ⇨ Magyarázza el a függvény folytonosságát!
Adjon példát olyan függvényre, amely csak egy pontban nem folytonos!

10. ⇨ Mire következtethet az f függvény grafikonjáról, ha:

a) $\lim\limits_{x\to\infty} f(x)=a$ vagy $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=a,\ \ a\in\mathbb{R},$

b) $\lim\limits_{x\to b} f(x)=\infty$ vagy $\lim\limits_{x\to b} f(x)=-\infty,\ \ b\in\mathbb{R},$

c) $\lim\limits_{x\to c} f(x)=f(c)$, $c\in D_f$?

6.10.1 Lineáris függvény

11. Definiálja a lineáris függvényt! Mi a grafikonja? Hogyan függ a grafikon az iránytényezőjétől? Milyenek a grafikonok, ha két lineáris függvény iránytényezője egyenlő?

12. Írja fel az egyenes egyenletét implicit, explicit és tengelymetszetes alakban! Mely egyenesek egyenletét írhatjuk fel az előbbi alak valamelyikében?

13. Hogyan számítjuk ki két egyenes hajlásszögét a sík egy adott koordináta-rendszerében? Mikor párhuzamos és mikor merőleges két egyenes?

14. Írja fel azoknak az egyeneseknek az egyenletét, amelyek

a) párhuzamosak az $y=3x+5$ egyenletű egyenessel,

b) illeszkednek a $T_0\left(x_0,y_0\right)$ pontra!

15. ⇨ Oldja meg az $ax+b=0,\ \ a,\ b\in\mathbb{R}$ lineáris egyenletet! Vizsgáljon meg minden lehetőséget!

16. Hogyan oldunk meg egyismeretlenes lineáris egyenlőtlenségeket $\mathbb{R}$-ben? Mik a megoldáshalmazok?

17. ⇨ Oldja meg az $ax+b\geq 0\ \left(ax+b\leq 0\right),\ \ a,\ b\in\mathbb{R}$ lineáris egyenlőtlenséget! Vizsgáljon meg minden lehetőséget!

18. Jellemezze a kétismeretlenes lineáris egyenletrendszert! Írja le a megoldási eljárásokat! Hány megoldása lehet egy ilyen egyenletrendszernek? Adja meg a geometriai jelentését!

6.10.2 Hatványfüggvény

19. Definiálja a természetes (páros, páratlan) kitevőjű hatványfüggvényt! Ábrázolja az $n=2$, $n=3$ kitevőjű hatványfüggvény grafikonjait, és írja le alapvető tulajdonságaikat!
⇨ Mely hatványfüggvények párosak, illetve páratlanok? Válaszát indokolja meg! Derivált segítségével keresse meg ezen függvények növekedési és csökkenési intervallumait!

20. Azonos koordináta-rendszerben ábrázolja az n kitevőjű hatványfüggvények grafikonjait, ha $n=-1,-2,-3$.
Sorolja fel az alapvető tulajdonságaikat! Mi a negatív kitevőjű hatványfüggvények közös tulajdonsága?

6.10.3 Gyökfüggvény

21. Definiálja az $f(x)=\sqrt[n]{x}\ \ (n\in\mathbb{N})$ hozzárendelési szabállyal megadott f gyökfüggvényt! Ábrázolja $n=2, n=3$ esetén a gyökfüggvények grafikonját, és adja meg az értelmezési tartományukat és az értékkészletüket!

6.10.4 Másodfokú függvény

22. Definiálja a másodfokú függvényt! Mi az értelmezési tartománya? Sorolja fel a másodfokú függvény hozzárendelési szabályának három leggyakoribb alakját, és magyarázza el az egyes paraméterek (együtthatók) jelentését!
23. Írja fel a másodfokú függvény hozzárendelési szabályának általános alakját! Mi a jelentése egy másodfokú függvény esetében a másodfokú tag együtthatójának, a konstans tagnak és a diszkriminánsnak? Ábrázolja az $f(x)=ax^2,\ a\neq 0$ hozzárendelési szabállyal megadott f függvény grafikonját!
24. Mi a másodfokú függvény tengelypontja, és hogyan számítjuk ki? Írja fel a másodfokú függvény hozzárendelési szabályának tengelyponti alakját!
    ⇨ Vezesse le a másodfokú függvény hozzárendelési szabályának tengelyponti alakját!
25. Írja fel a másodfokú egyenletet! Hogyan oldjuk meg? Mit tud mondani a megoldhatóságáról az $\mathbb{R}$-ben és a $\mathbb{C}$-ben?
26. ⇨ Fogalmazza meg és bizonyítsa az $ax^2+bx+c=0$ másodfokú egyenletre vonatkozó Viète-képleteket!
27. Hogyan oldunk meg másodfokú egyenlőtlenségeket? Mi a megoldáshalmaz? Segítségül rajzoljon ábrát!
28. ⇨ Melyik x-ek esetén éri el a másodfokú függvény a szélsőértékét? Mekkora ez az érték, és mikor minimum, ill. maximum?

6.10.5 Exponenciális függvény

29. Írja fel az exponenciális függvényt, adja meg az értelmezési tartományát és értékkészletét! Ábrázolja a grafikonját, és írja le az alapvető tulajdonságait!

6.10.6 Logaritmusfüggvény

30. Definiálja az $a(a>0,\ a\neq 1)$ alapú logaritmusfüggvényt, és adja meg az értelmezési tartományát és értékkészletét! Ábrázolja a grafikonját, és írja le az alapvető tulajdonságait!
31. Adja meg a logaritmus azonosságait!
32. ⇨ Legyen $a>0,\ a\neq 1,\ x>0,\ y>0$. Bizonyítsa be:
    a) $\log_a x^m = m\log_a x$,
    b) $\log_a x+\log_a y=\log_a xy$.
33. ⇨ Adja meg az új alapra történő áttérés képletét a logaritmusoknál, és bizonyítsa azt!

6.10.7 Polinomfüggvény

34. Definiálja a polinomot. Hogyan kell polinomokat összeadni és szorozni? Mikor egyenlő két polinom?
35. Fogalmazza meg a polinomok maradékos osztására vonatkozó tételt! Írja le a lineáris polinommal való osztás menetét!
36. Írja le (indoklás, bizonyítás nélkül) a Horner-féle elrendezést, és magyarázza el az alkalmazását!
37. Mi a polinom zérushelye? Hány zérushelye van az n-ed fokú polinomnak? Hogyan írjuk fel a polinomot, ha ismerjük az összes zérushelyét?
38. Hány valós gyöke lehet a harmadfokú és a negyedfokú valós együtthatós polinomnak? Soroljon fel minden lehetőséget! Válaszát indokolja!
39. Hogyan keressük meg az egész együtthatós polinom egész zérushelyeit? Hogyan keressük meg az egész együtthatós polinom racionális zérushelyeit?
    ⇨ Válaszát indokolja meg!
40. ⇨ Magyarázza el a biszekció módszert a polinom valós zérushelyei keresésénél, illetve az egyenletek megoldásánál!
41. Magyarázza el a polinom grafikonja ábrázolásának eljárását! Mi a szerepe a grafikon ábrázolásánál a legmagasabb fokú tag együtthatójának, és mi a konstans tagnak? Hogyan viselkedik a polinom grafikonja a zérushelyek közelében?
42. Hol változtatja meg a polinomfüggvény az előjelét? Hogyan oldunk meg polinom-egyenlőtlenséget?

6.10.8 Racionális törtfüggvény

43. Definiálja a racionális törtfüggvényt! Mi a racionális törtfüggvény zérushelye, és mi a pólusa? Hogyan viselkedik a racionális törtfüggvény grafikonja a zérushelyek közelében és a pólusok közelében?
44. Definiálja a racionális törtfüggvényt! Mi a racionális törtfüggvény zérushelye, és mi a pólusa? Hogyan viselkedik a racionális törtfüggvény grafikonja távol az origótól? Mikor van a racionális törtfüggvény grafikonjának vízszintes aszimptotája, és hogyan határozzuk meg?

⇨ Mikor van a racionális törtfüggvény grafikonjának ferde aszimptotája, és hogyan számítjuk ki?

45. Hol változtatja meg a racionális törtfüggvény az előjelét?

⇨ Hogyan oldunk meg racionális egyenlőtlenségeket?

6.10.9 Szögfüggvények

46. Definiálja a szinuszfüggvényt ($\mathbb{R} \to \mathbb{R}$) és sorolja fel a tulajdonságait!
47. Definiálja a koszinuszfüggvényt ($\mathbb{R} \to \mathbb{R}$), és sorolja fel a tulajdonságait!
48. Rajzolja meg a szinuszfüggvény grafikonját! Írja fel e függvény zérushelyeit és a szélsőértékeit!
49. ⇨ Ábrázolja az szinuszfüggvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes a szinuszfüggvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!
50. Ábrázolja a koszinuszfüggvény grafikonját! Írja fel ezen függvény zérushelyeit és az szélsőértékeit!
51. ⇨ Ábrázolja az koszinuszfüggvény grafikonját! Mely $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes a koszinuszfüggvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!
52. Definiálja a tangensfüggvényt és sorolja fel a tulajdonságait!
53. Ábrázolja a tangensfüggvény grafikonját! Írja fel e függvény értelmezési tartományát és a zérushelyeit!
54. ⇨ Ábrázolja a tangensfüggvény grafikonját! Melyik $a \in \mathbb{R}$ esetén metszi az $y = a$ egyenes a függvény grafikonját? Írja fel a metszéspontokat!
55. Adja meg, és bizonyítsa be a pótszögek, a kiegészítő szögek és az ellentett szögek közti összefüggéseket mind a négy szögfüggvényre!
56. Definiálja a hegyesszögek szögfüggvényeit a derékszögű háromszögben. Vezesse le a köztük levő alapvető összefüggéseket!
57. Adja meg a szinusz és a koszinusz addíciós tételét! Vezesse le a kétszeres szög szinusz- és koszinuszképletét!
58. Ábrázolja a szinusz- és a koszinuszfüggvény grafikonját azonos koordináta-rendszerben! Számítsa ki a metszéspontok koordinátáit!
59. ⇨ Írja le, hogyan ábrázoljuk a következő hozzárendelési szabállyal megadott függvények grafikonjait:
    a) $f(x) = a\sin x,\ a \in \mathbb{R}$,
    b) $f(x) = \sin kx,\ k \in \mathbb{Q}$,
    c) $f(x) = \sin\,(x - b),\ b \in \mathbb{R}$,
    d) $f(x) = \sin x + c,\ c \in \mathbb{R}$.
60. ⇨ Definiálja az arkusz szinusz függvényt! Mi az értelmezési tartománya és az értékkészlete? Ábrázolja e függvény grafikonját!
61. ⇨ Definiálja az arkusz koszinusz függvényt! Mi az értelmezési tartománya és az értékkészlete? Ábrázolja e függvény grafikonját!
62. ⇨ Definiálja az arkusz tangens függvényt! Mi az értelmezési tartománya és az értékkészlete? Ábrázolja e függvény grafikonját!

6.11 Kúpszeletek

1. Adja meg a körvonal geometriai definícióját! Írja fel az $S(p,\ q)$ középpontú és r sugarú körvonal egyenletét!
2. ⇨ Adja meg a kör geometriai definícióját! Vezesse le azon kör egyenletét, melynek középpontja a koordináta-rendszer origójában van, és a sugara r ! Írja fel az $S(p,\ q)$ középpontú és r sugarú kör egyenletét! Melyik feltétel szükséges ahhoz, hogy az $x^2+y^2+2ax+2by+c=0$ egyenlet egy kör egyenlete legyen?
3. Adja meg az ellipszis geometriai definícióját, és írja fel annak az ellipszisnek az egyenletét, melyben a tengelyek a koordinátatengelyekre illeszkednek! Készítse el az ellipszis ábráját! Írja fel annak az ellipszisnek az egyenletét, melynek a középpontja az $S(p,\ q)$ pont, és melynek a tengelyei párhuzamosak a koordinátatengelyekkel!
4. Adja meg a hiperbola geometriai definícióját, és írja fel annak a hiperbolának az egyenletét, melyben a féltengelyek a koordinátatengelyekre illeszkednek! Készítse el a hiperbola ábráját!
   ⇨ Írja fel az $S(p,\ q)$ középpontú hiperbola egyenletét!
5. Mondja meg a parabola geometriai definícióját, és írja fel az egyenletét! Határozza meg a parabola fókuszpontjának a koordinátáit és a vezéregyenesének az egyenletét, ha a csúcspontja az origóban van! Készítse el a parabola ábráját!
6. Mondja meg a parabola geometriai definícióját, és írja fel az egyenletét! Határozza meg a parabola fókuszpontjának koordinátáit és vezéregyenesének az egyenletét!
   ⇨ Írja fel a $T(r,d)$ csúcspontú parabola egyenletét!
7. ⇨ Milyen síkbeli ponthalmazokat ír le az $Ax^2+Cy^2+2Dx+2Ey+F=0$, $A,\ C,\ D,\ E,\ F\in\mathbb{R}$, egyenletű görbe, ha az A és C paraméterek közül legalább az egyik értéke nem 0?

6.12 Sorozatok és sorok

1. ⇨ Mi a pont ε-környezete a számegyenesen? Írja fel annak a feltételét, hogy az adott x szám az a szám ε-környezetében van!
2. Mi a sorozat? Mikor növekvő (csökkenő), mikor korlátos?
3. ⇨ Mi a sorozat határértéke?
   Sorolja fel a konvergens sorozatok határértékeivel elvégezhető műveletek szabályait!
4. Mikor számtani a sorozat? Írja fel az általános n-edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két szám számtani közepén?
5. Mikor mértani a sorozat? Írja fel az általános n-edik tagot és az első n tag összegét megadó képletet! Mit értünk két pozitív szám mértani közepén?
6. ⇨ Bizonyítsa be, hogy két pozitív szám mértani közepe kisebb vagy egyenlő ugyanazon két szám számtani közepével! Melyik feltételnél egyenlő mindkét közép?
7. ⇨ Mi a sor, és mikor konvergens? Mi a mértani sor?
8. Mi a mértani sor? Mikor mondjuk egy mértani sorra, hogy konvergens és mennyi ez esetben az összege?
9. Magyarázza el a kamatszámítás alapfogalmait: tőke, kamatok, kamattényező és futamidő! Írja le az egyszerű és a kamatos kamatozást! Hogyan számoljuk el a kamatokat az első és hogyan a második esetben?

6.13 Differenciálszámítás

1. Definiálja az f függvény deriváltját egy adott pontban! Mi a geometriai jelentése?
2. Határozza meg azokat a szabályokat, amelyek megadják két függvény összegének, szorzatának, hányadosának és a függvény számszorosának deriváltját!
   ⇨ Vezesse le a deriválható függvény számszorosára vonatkozó képletet!
3. Definiálja a függvény lokális szélsőértékeit és a függvény globális szélsőértékét az adott környezetben! Hogyan határozzuk meg a deriválható függvény globális szélsőértékeit az adott zárt intervallumban?

4. Mi a stacionárius pont? Hogyan állapítjuk meg a derivált segítségével, hogy a deriválható függvény mely intervallumon növekvő vagy csökkenő? Hogyan állapítjuk meg a derivált segítségével, hogy szélsőérték van-e a stacionárius pontban?
5. Sorolja fel az

   $f(x)=ax^n+b,\quad g(x)=c\cdot\sqrt[n]{x^m},\quad h(x)=\cos ax,\quad u(x)=e^x\ln x;\quad a,\ b,\ c\in\mathbb{R},\ \ n,\ m\in\mathbb{N}$

   hozzárendelési szabállyokkal megadott $f,\ g,\ h$ és u függvények deriváltjait!
6. Hogyan számítjuk ki a függvénygörbe és az abszcisszatengely hajlásszögét? Hogyan számítjuk ki az f és a g függvény grafikonjának hajlásszögét?
7. Mi a stacionárius pont?

   ⇨ Hogyan állapítjuk meg a függvény második deriváltjából, hogy szélsőérték van-e a stacionárius pontban? Hogyan állapítjuk meg a függvény második deriváltjából, hogy a függvény konvex (konkáv)-e?

6.14 Integrálszámítás

1. Definiálja az f függvény határozatlan integrálját! Hogyan számítjuk ki két függvény összegének, ill. különbségének határozatlan integrálját és a függvény számszorosának határozatlan integrálját?
2. Fogalmazza meg a folytonos függvény határozott integráljának geometriai jelentését az adott intervallumon és az integrálszámítás alapképletét (Newton-Leibniz-képlet)!
3. Sorolja fel az

   $f(x)=ax+b,\quad g(x)=mx^n,\quad h(x)=\sin x,\quad u(x)=e^{kx};\ \ a,b,m,n,k\in\mathbb{R}$ hozzárendelési szabállyokkal megadott $f,\ g,\ h$ és u függvények határozatlan integráljait!
4. ⇨ Adja meg és magyarázza el a forgástest térfogatát megadó képletet!
5. Hogyan számítjuk ki határozott integrál segítségével annak a síkidomnak a területét, amelyet két függvény grafikonja határol?
6. ⇨ A megadott példákon magyarázza el az új ismeretlen bevezetésének módszerét a határozatlan és a határozott integrálszámításban (helyettesítéses integrálás)!
7. ⇨ Írja fel a parciális integrálás képletét!

6.15 Kombinatorika

1. Fogalmazza meg a szorzatszabályt és az összegszabályt! Mi a fadiagram?
2. Mik az ismétlés nélküli permutációk, és mennyi a számuk? Mik az ismétléses permutációk, és mennyi a számuk?
3. Mi az ismétlés nélküli variáció, és mi az ismétléses variáció? Írja fel a számukat!
4. Mik a kombinációk? Írja fel a számukat megadó képletet! Mi a binomiális együttható, és hogyan számítjuk ki? Sorolja fel a binomiális együttható tulajdonságait!
5. Fogalmazza meg a binomiális tételt! Hány részhalmaza van egy n elemű halmaznak?

   ⇨ Az utolsó választ indokolja!
6. Írja le a Pascal-háromszöget, és magyarázza meg, milyen kapcsolatban van a binomiális együtthatókkal! Sorolja fel a binomiális együtthatók tulajdonságait!
7. ⇨ Hasonlítsa össze az ismétlés nélküli variációkat a kombinációkkal! Mi az összefüggés a V_n^r és C_n^r számok közt?

6.16 Valószínűségszámítás

1. Írja le a valószínűség-számítás alapfogalmait: kísérlet, esemény (lehetetlen, biztos, véletlen, elemi, összetett), és definiálja az esemény valószínűségét!
2. Mi az események összege, és mi az ellentett esemény? Hogyan számítjuk ki az ellentett esemény valószínűségét és az események összegének a valószínűségét?
3. ⇨ Mi az események szorzata? Hogyan számítjuk ki az események szorzatának valószínűségét? Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki a függetlenek események szorzatának valószínűségét?

4. ⇨ Definiálja a feltételes valószínűséget! Mikor függetlenek az események? Hogyan számítjuk ki a független események szorzatának valószínűségét?

5. ⇨ Írja le a Bernoulli-féle kísérletsorozatot! Hogyan számítjuk ki az esemény valószínűségét a Bernoulli-féle kísérletsorozatban?

6.17 Statisztika

1. Írja le a statisztikai alapfogalmakat: alapsokaság, minta, statisztikai elem, statisztikai jellemző, statisztikai paraméter!
2. Magyarázza el a következő statisztikai fogalmakat: számtani közép, medián, módusz. Hogyan számítjuk ki ezeket?
3. Írja le a statisztika adatok bemutatásának három különböző módját!
4. Magyarázza meg a következő fogalmakat: variációs távolság, standard eltérés, interkvartilis terjedelem!

7 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény és az annak alapján elfogadott szabályzatok értelmében minden jelölt egyenlő feltételek alatt tesz érettségi vizsgát. A sajátos nevelési igényű jelöltek részére, akiket megfelelő végzéssel irányítottak az adott képzési programba, indokolt esetben pedig más (sérült vagy beteg) jelöltek számára is − hiányosságuk, korlátaik, zavaruk mértékének megfelelően − módosítani kell az érettségi vizsga lebonyolításának, valamint tudásuk értékelésének módját.[5]

A következő módosítások lehetségesek:

1. az érettségi vizsgát két részben, két egymást követő vizsgaidőszakban teljesíthetik;
2. meghosszabbíthatják számukra az érettségi vizsga idejét (beleértve a szüneteket is, illetve több rövidebb szünetet iktathatnak be) és szükség esetén meg is szakíthatják a vizsgát;
3. módosíthatják számukra a vizsgaanyag formáját (pl. Braille-írás; nagyítás; a vizsgaanyag szövegének lemezre írása, a vizsgaanyag lemezre vétele);
4. külön helyiséget biztosíthatnak számukra;
5. megfelelően módosítják a munka körülményeit (erősebb világítás, az asztal megemelésének lehetősége ...);
6. speciális segédeszközöket biztosítanak számukra (számítógép, Braille-írógép, megfelelő írószerek, fóliák domború rajz készítéséhez);
7. a vizsgán más személy is segítségükre lehet (pl. az írásban vagy olvasásban, jelnyelvi tolmács, vakok és gyengén látók segítője);
8. számítógépet használhatnak az olvasáshoz és/ vagy íráshoz;
9. módosíthatják számukra a szóbeli vizsgát és a hallás utáni értést mérő vizsgarészt (felmentés, szájról olvasás, jelnyelvre való fordítás);
10. módosíthatják az értékelést (pl. a jelölt betegségéből eredő hibákat nem tekintjük hibának; az értékeléskor a külső értékelők együttműködnek a sajátos nevelési igényű jelöltekkel történő kommunikáció szakembereivel).

[5] A szöveg az általános érettségi vizsga minden tantárgyára vonatkozik, és értelemszerűen kell alkalmazni az egyes vizsgák esetében.

8 IRODALOMJEGYZÉK

Az általános érettségi vizsgára való felkészülésben a jelöltek a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található meg, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján (www.zrss.si) olvasható.

9 MELLÉKLET

9.1 Matematikai jelek

► **Logika**

$\wedge$, &	konjunkció
$\vee$	diszjunkció
$\Rightarrow$	implikáció
$\Leftrightarrow$	ekvivalencia
$\neg A, \overline{A}$	az A kijelentés negáltja (tagadása)
$\forall$	mindegyik
$\exists$	létezik

► **Halmazok**

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\{x_1, x_2, ...\}$	az x_1, x_2 ... elemek halmaza
$\{x; ...\}$, $\{x \mid ...\}$	minden olyan x -ek halmaza, amelyre …
$m(A)$, $\lvert A \rvert$	az A halmaz elemeinek száma (a halmaz számossága)
$\mathcal{P}A$, $\mathcal{P}(A)$	az A halmaz hatványhalmaza
$\varnothing$, $\{\ \}$	üres halmaz
$\mathcal{U}$	alaphalmaz
A^C, A'	az A halmaz komplementuma
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+$	a nemnegatív valós számok halmaza
$\mathbb{R}^-$	a negatív valós számok halmaza
$\mathbb{C}$	a komplex számok halmaza

$\subset$, $\subseteq$	részhalmaz
$\not\subset$	nem részhalmaz
$\cup$	egyesítés, unió
$\cap$	metszet
$\times$	Descartes-szorzat (direkt szorzat)
\ , –	a halmazok különbsége
$[a,b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x \le b\}$
$[a,b)$	intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x < b\}$
$(a,b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a < x \le b\}$
(a,b)	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

► **Relációk és műveletek**

(a,b)	rendezett pár
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq$, $\approx$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\le$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\ge$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz
$-$	minusz
$\cdot$, $\times$	-szor, -szer, -ször
: , $\div$	osztás
$a \mid b$	a osztója b -nek
$D(a,b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a,b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
$\sum$	összegzés (szumma) jele
$\lvert a \rvert$	az a szám abszolút értéke

► **Komplex számok**

i	képzetes egység
Re z	a z komplex szám valós része
Im z	a z komplex szám képzetes része
$\lvert z \rvert$	a z komplex szám abszolút értéke
$\overline{z}$, z^*	a z komplex szám konjugáltja

► Geometria. Vektorok

$d(A,B)$	az A és B pont távolsága
$\lvert AB \rvert$	az AB szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\parallel$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$\overrightarrow{AB}, \vec{a}$	az $\overrightarrow{AB}$ vektor, az $\vec{a}$ vektor
$s\vec{a}$	a $\vec{a}$ vektor szorzása az s számmal
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzata
$\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}$	a standard ortonormált bázis vektorai
$\vec{a} = (a_1,\, a_2,\, a_3)$	az a_1, a_2, a_3 koordinátájú (komponensű) $\vec{a}$ vektor
$\lvert \vec{a} \rvert$	az $\vec{a}$ vektor hossza
$\vec{r}_A$	az A pont helyvektora
$A(x,y)$	az x és y koordinátájú A pont a síkban
$A(x,y,z)$	az x, y és z koordinátájú A pont a térben
S, p	síkidom területe
V	mértani test térfogata
P	mértani test felszíne

► Függvények

f	az f függvény
$f : A \to B$	az A halmazt a B halmazba leképező f függvény (leképezés)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$-t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
f^{-1}	az f függvény inverze
$f \circ g$	az f és a g függvények összetett (kompozítum) függvénye
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	az f függvény határértéke, amikor x tart a – hoz
$\lim\limits_{n \to \infty} a_n$	az a_n általános tagú sorozat határértéke
$f',\ \dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	az f függvény (első) deriváltja

$\int f(x)\,\mathrm{d}x$	az f függvény határozatlan integrálja
$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	az f függvény a -tól b -ig vett határozott integrálja

► Kombinatorika. Valószínűségszámítás. Statisztika

P_n	n elem ismétlés nélküli permutációnak száma
$P_n^{m_1,m_2,\ldots,m_k}$	n elem ismétléses permutációinak száma
$n!$	n faktoriális
V_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	n elem r -ed osztályú ismétléses variációinak száma
$\binom{n}{r}$	binomiális együttható (n alatt az r)
C_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény
N	lehetetlen esemény
$E_1, E_2, E_3,\ldots$	elemi események
$A', \overline{A}$	az A esemény ellentett eseménye
$A \cup B$, $A + B$	az A és a B események összege
$A \cap B$, $A \cdot B$	az A és a B események szorzata
$A \setminus B$, $A - B$	az A és a B események különbsége
$A \subset B$	az A esemény maga után vonja a B esemény bekövetkezését
$P(A)$	az A esemény valószínűsége
$P(A / B)$	az A esemény B-re vonatkoztatott feltételes valószínűsége (feltételes valószínűség)
$\overline{x}$, μ	középérték
σ^2	diszperzió vagy szórásnégyzet
σ	szórás

9.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, ha n páratlan természetes szám

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, ha $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin^2\frac{x}{2} = \frac{1-\cos x}{2}$, $\cos^2\frac{x}{2} = \frac{1+\cos x}{2}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő átalakításának képletei:

$\sin x \pm \sin y = 2\sin\frac{x \pm y}{2}\cos\frac{x \mp y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő átalakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ pont távolsága az $ax + by - c = 0$ egyenletű egyenestől: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1,y_1),\ B(x_2,y_2),\ C(x_3,y_3)$ csúcsú háromszög területe:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2, \varepsilon = \frac{e}{a}$, ha $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$ Parabola: $y^2 = 2px$, $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ a parabola fókuszpontja

Összetett (kompozítum) függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n,p,k) = \binom{n}{k}p^k(1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int\frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C$