TARTALOMJEGYZÉK

1 BEVEZETŐ

A matematika általános érettségi tantárgyi vizsgakatalógus (a továbbiakban katalógus) *Az érettségi vizsgáról* szóló törvény és a megfelelő jogszabályok, valamint *A vizsgák és tantárgyi vizsgakatalógusok szerkezetéről szóló* tanácsi határozatok értelmében leírja a tantárgyból teendő vizsgát, amelyek az érvényes Érettségi vizsgakatalógusban vannak rögzítve. A matematika az általános érettségi vizsga kötelező tantárgya. A vizsga tartalma és a célja a gimnáziumi[1] matematika tanmenet tartalmát és céljait követi, amelyek meghatározzák az elemi, magasabb szintű és választható tartalmakat. Matematikából az általános érettségi vizsga alapszinten (ASZ), illetve emelt szinten (ESZ) végezhető el. Alapszinten az elemi szintű ismeretek ellenőrizhetők, emelt szinten pedig az elemi és a magasabb szintű ismeretek. A ⇨ jel azokat a tartalmakat és célokat jelöli, amelyeket csak ESZ-en ellenőriznek.

[1] *Učni načrt. Matematika* [Elektronski vir]: gimnazija: splošna, klasična in strokovna gimnazija: obvezni predmet in matura (560 ur)/predmetna komisija Amalija Žakelj ... [et al.]. - Ljubljana: Ministrstvo za šolstvo in šport: Zavod RS za šolstvo, 2008. http://portal.mss.edus.si/msswww/programi2012/programi/gimnazija/ucni_nacrti.htm.

2 A VIZSGA CÉLJAI

Az általános érettségi vizsga felméri, hogy a jelölt[2] képes-e:

- matematikai szövegeket olvasni, és az ilyen szöveget értelmezni;
- pontosan bemutatni a matematikai tartalmakat írásban, táblázatok, grafikonok vagy diagramok formájában;
- számítási feladatokat végezni, meghatározott pontossággal felírni az eredményt, és képes annak érvényességét megítélni;
- a számításnál alkalmazni a megfelelő módszert;
- alkalmazni a megfelelő technológiát matematikai problémák megoldásakor;
- az alapvető eszközöket alkalmazni a szerkesztésnél;
- értelmezni, átalakítani és helyesen alkalmazni a szavakkal vagy szimbólumokkal bemutatott matematikai kijelentéseket;
- felismerni és alkalmazni a kölcsönös viszonyokat a sík- és a térgeometriai elemek között;
- logikusan következtetni az adott matematikai adatokból;
- felismerni a mintákat és a struktúrákat különböző helyzetekben;
- elemezni a problémákat, és kiválasztani a megoldás meghatározásának megfelelő módjait;
- meglátni és felhasználni a különböző matematikai területek kölcsönösségét;
- alkalmazni a különböző matematikai technikák kombinációját a problémák megoldásában;
- logikusan és érthetően bemutatni a matematikai dolgozatot megfelelő szimbolika és terminológia alkalmazásával;
- a matematikát alkalmazni a mindennapi életben;
- a matematikát kommunikációs eszközként alkalmazni, hangsúlyozva a pontos kifejezés fontosságát.

[2] A tantárgyi vizsgakatalógusban hímnemű főneveket alkalmaztunk, melyek értelemszerűen kapcsolódnak az általános, közös megnevezésekhez (pl. a jelölt, a vizsgáztató). Ezek mind a női, mind pedig a férfi jelöltekre vonatkoznak.

3 A VIZSGA SZERKEZETE ÉS ÉRTÉKELÉSE

3.1 A vizsga szerkezete

A vizsga szerkezete az alapszinten és az emelt szinten megegyezik.

► Írásbeli vizsga – a vizsga külső része

Feladatlap	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök	Melléklet
1	90 perc	40%	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, faragó és geometriai eszközök[3]	A képletmelléklet a feladatlap része.
2	90 perc	40%	külső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, faragó, geometriai eszközök[3] és számológép[4]	A képletmelléklet a feladatlap része.
Összesen	**180 perc**	**80%**			

Az 1. feladatlap megírásának befejezése után, vagyis a 2. feladatlap írásának megkezdése előtt 30 perces szünet van.

► Szóbeli vizsga – a vizsga belső része

	Megoldási idő	Összesített osztályzat része	Értékelés	Engedélyezett eszközök
3 kérdés	Max. 20 perc	20%	belső	töltőtoll ill. golyóstoll, ceruza, radír, faragó és geometriai eszközök[3]
Összesen	**Max. 20 perc**	**20%**		

[3] Vonalzó, körző és háromszögvonalzó.

[4] A számológép olyan elektronikus számológép, amely lehetővé teszi az alapműveletek elvégzését és nem támogatja a következőket:
– kommunikációt a környezettel illetve a »külvilággal«,
– adatok elmentését a környezetből illetve külvilágból,
– előre elkészített adatok mentését,
– szimbólumos számításokat,
– új függvények beprogramozását,
– függvénygrafikonok rajzolását.

3.2 Feladattípusok és értékelés

ÍRÁSBELI VIZSGA

Az alapszintű és az emelt szintű írásbeli vizsga eltér egymástól mind a tartalom, mind a feladattípusok és a feladatok nehézsége alapján, valamint a taxonómiai szintek arányait tekintve is.

► Alapszint

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	A rövid feladatok	8	minden feladat max. 3 pontos összesen 20 pont
	B rövidebb strukturált feladatok	6	minden feladat 5-től 8 pontos összesen 40 pont
			Összesen 60 pont
2	A rövid feladatok	8	minden feladat max. 3 pontos összesen 20 pont
	B rövidebb strukturált feladatok	6	minden feladat 5-től 8 pontos összesen 40 pont
			Összesen 60 pont
Összesen			**120 pont**

► Emelt szint

Feladatlap	Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
1	B rövidebb strukturált feladatok	6	minden feladat 5-től 8 pontos összesen 40 pont
	C strukturált feladatok	2	minden feladat 9-től 11 pontos összesen 20 pont
			Összesen 60 pont
2	B rövidebb strukturált feladatok	6	minden feladat 5-től 8 pontos összesen 40 pont
	C strukturált feladatok	2	minden feladat 9-től 11 pontos összesen 20 pont
			Összesen 60 pont
Összesen			**120 pont**

SZÓBELI VIZSGA

Az alapszintű és az emelt szintű szóbeli vizsga tartalmuk alapján, a feladatok nehézsége alapján, valamint a taxonómiai szintek arányai alapján is eltér egymástól.

► Alapszint és emelt szint

Feladattípus	A feladatok száma	Értékelés
kérdés	3	minden kérdés 6 pontos
korrekt matematikai kifejezésód		2 pont
Összesen		**20 pont**

3.3 A vizsga és az egyes részek értékelésének kritériumai

3.3.1 A taxonómiai szintek arányai

A következő táblázatban található százalékok az I., II. vagy III. taxonómiai szinthez tartozó feladatok, feladatrészek vagy kérdések arányát mutatják be az egyes vizsgarészekben.

A taxonómiai szintek	1. és 2. feladatlap (ASZ)	1. és 2. feladatlap (ESZ)	Szóbeli vizsga (ASZ)	Szóbeli vizsga (ESZ)
I. ismeretanyag	legalább 30%	legalább 20%	legalább 30%	legalább 20%
II. megértés és alkalmazás	40–60%	40–60%	40–60%	40–60%
III. önálló interpretálás, értékelés, az új problémák önálló megoldása	maximum 30%	maximum 40%	maximum 30%	maximum 40%
Összesen	**100%**	**100%**	**100%**	**100%**

3.3.2 Az egyes vizsgarészek értékelésének kritériumai

► Írásbeli vizsga

A feladatokat az értékelési utasítások alapján értékelik. A megoldási folyamat egyes lépéseit pontozzák. A feladat megoldásában világosan és helyesen be kell mutatni a megoldásig vezető utat a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt. A szerkesztési feladatok megoldásakor a jelölteknek a geometriai eszközöket kell használniuk.

► Szóbeli vizsga

Az iskolai vizsgabizottság a vizsgalapon szereplő három feladat mindegyikét legalább 0 és legfeljebb 6 ponttal értékelheti az értékelési utasítások alapján.

A matematikailag korrekt kifejezésmódra a jelölt összesen legfeljebb 2 pontot kaphat.

3.3.3 Összesített osztályzat

A vizsga összesített osztályzatát az egyes vizsgarészek százalékpontjának összege alapján határozzák meg. Az 1. feladatlapnál a jelölt legfeljebb 40 százalékpontot kaphat, a 2. feladatlapnál is legfeljebb 40 százalékpontot, és a szóbeli résznél legfeljebb az érettségi vizsga 20 százalékpontját. Az Általános Érettségi Országos Bizottság az Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottság javaslatára meghatározza a százalékpontok osztályzatokra (1–5) való átváltásának kritériumait, emelt szinten pedig a százalékpontok szerinti pontozás (1–8) átváltásának kritériumait is. Ezek a kritériumok a tavaszi és az őszi vizsgaidőszakban azonosak.

4 A VIZSGA TARTALMA ÉS CÉLJAI

A folytatásban olvasható vizsgatartalmak és célok követik az érvényes matematika tantervet, amely a tudásanyagot elemi, magasabb szintű és választható tartalmakra osztja. Az általános érettségi alapszinten az elemi szintű tudásanyagot és célokat méri fel. Emelt szinten az elemi és magasabb szintű tudásanyagot ellenőrzik. Az érettségin a választható tartalmakat nem ellenőrizzük.

A ⇨ jel jelöli azokat a tartalmakat és célokat, melyeket csak az emelt szintű vizsgán ellenőriznek.

4.1 A logika alapjai

Tartalom	Célok
	A jelölt:
Kijelentések és kapcsolatok közöttük	– felírja a kijelentést,
Összetett kijelentések	– meghatározza a kijelentés logikai értékét,
A műveletek sorrendje	– szimbólumokkal felírja az összetett kijelentést,
Tautológia	– kiszámítja az összetett kijelentés logikai értékét az elemi kijelentések összes értékeinél,
Egyenértékű (ekvivalens) kijelentések	– megállapítja két kijelentés egyenértékűségét.

4.2 Halmazok

Tartalom	Célok
	A jelölt:
Alapfogalmak: elem, halmaz, az elem halmazba tartozása, részhalmaz, üres halmaz, alaphalmaz	– ismeri az alapfogalmakat, szimbólumokkal jelöli az elemek és a halmazok közti viszonyokat,
Szimbólumokkal való felírás	– különböző módokat alkalmaz a halmazok szemléltetésére,
Venn-diagram	– számít a halmazokkal,
Metszet, unió, különbség, a komplementer halmaz	– megkeresi egy véges halmaz hatványhalmazát,
⇨ A halmazműveletek jellegzetességei	– megrajzolja két halmaz Descartes-féle szorzatának grafikonját,
Hatványhalmaz	– alkalmazza két vagy három halmaz uniójának a számosságára vonatkozó képletét, valamint a véges halmazok Descartes-féle szorzatának képletét.
Descartes-féle szorzat	
A halmaz számossága	
⇨ A hatványhalmaz számossága	

4.3 Számhalmazok

Tartalom | **Célok**

4.3.1 Természetes számok és egész számok

Tartalom

- A számtani műveletek és tulajdonságaik
- Prímszámok és összetett számok
- ⇨ Matematikai indukció
- Decimális helyiértékes írásmód
- A 2-vel, 3-mal, 4-gyel, 5-tel, 6-tal, 8-cal, 9-cel és 10-zel való oszthatóság kritériumai
- Az oszthatósági reláció
- A legnagyobb közös osztó és a legkisebb közös többszörös
- A maradékos osztás alaptétele
- ⇨ Az euklideszi algoritmus, valamint a D és a v közti kapcsolat
- A tízes számrendszer
- ⇨ A kettes számrendszer

Célok

A jelölt:

– ismeri a természetes számok jelentését, és az egész számok bevezetésének az okát, valamint az alkalmazásuk néhány példáját,

– alkalmazza a számtani műveleteket a természetes és az egész számok halmazán, valamint példák alapján indokolja a műveletek tulajdonságát,

– szemlélteti a természetes és az egész számokat a számegyenesen,

– ⇨ induktív módon következtet, általánosít, az általánosítást bebizonyítja, illetve cáfolja, és matematikai indukció segítségével bizonyít,

– az egész számokra alkalmazza a decimális helyiértékes írásmódot,

– indokolja és alkalmazza az alapvető oszthatósági szabályokat,

– ismeri és alkalmazza az oszthatósági reláció jellegzetességeit,

– meghatározza két vagy több egész szám legnagyobb közös osztóját és legkisebb közös többszörösét,

– alkalmazza az egész számok maradékos osztásának alaptételét,

– ⇨ alkalmazza az euklideszi algoritmust a legnagyobb közös osztó keresésére,

– ⇨ nehezebb feladatokban alkalmazza a $Dv = ab$, kapcsolatot,

– ⇨ alkalmazza a tízes számrendszer és a kettes számrendszer közti átalakítást;

4.3.2 Racionális számok

Tartalom

- A számtani műveletek és ezek tulajdonságai
- A racionális számok tizedes törttel való felírása
- Részek és százalékok
- Százalékszámítás

Célok

– ismeri és indokolja a racionális számok bevezetésének okát,

– szemlélteti a racionális számokat a számegyenesen,

– számol racionális számokkal,

– indokolja és alkalmazza a racionális számok tizedes törttel való felírását, és megkülönbözteti a tizedes törteket és az egyéb törteket,

– számol tizedes törtekkel,

– alkalmazza a részeket és a százalékokat, valamint a százalékszámítást a mindennapi feladatokban, és ügyesen használja a számológépet;

Tartalom

Az ellentett események valószínűségének kiszámítása, az eseményösszeg valószínűségének kiszámítása

⇨ Feltételes valószínűség

⇨ Az események szorzatának valószínűsége, független események

⇨ Független kísérletek sorozata

Normális eloszlás

Célok

- ismeri és alkalmazza a matematikai valószínűség definícióját,
- az egyes események adott valószínűségeiből kiszámítja egyéb események valószínűségeit,
- ⇨ megkülönbözteti az egymást kizáró és független események fogalmait,
- alkalmazza az eseményteret (mintateret).

4.17 Statisztika

Tartalom

Statisztikai alapfogalmak

Az adatok fajtái

Az adatok gyűjtése

Az adatok rendezése és strukturálása

Az adatok bemutatása (oszlopdiagram, pozíciódiagram, kördiagram, hisztogram, sugárdiagram, vonal- és görbegrafikon, dobozdiagram)

Számtani közép, medián, módusz

Szórási terjedelem, szórás, interkvartilis terjedelem

Statisztika-feladatok

Célok

A jelölt:

- megkülönbözteti a tanulmányozott jellegzetességet (változót), egységet, a változó értékét, mintát, populációt,
- felismeri az egység tanulmányozott jellegzetességét,
- megkülönbözteti a leíró vagy minőségi adatokat, a sorozat vagy ordinális, valamint a numerikus vagy mennyiségi adatokat,
- összegyűjti az adatokat, ezeket rendezi és strukturálja,
- kiválasztja a megfelelő diagramot az adatok bemutatására,
- olvassa, elkészíti és interpretálja a statisztikai diagramokat,
- kifejleszt egy kritikus viszonyt az eredmények interpretálása során,
- ismeri és alkalmazza az adatok különböző összefoglalási módjait,
- kiválaszt egy megfelelő módot az adatok összefoglalására az adatok fajtája szempontjából,
- kiszámítja, megbecsüli és értelmezi a számtani közepet, a móduszt és a médiánt az adatok középértékeként,
- megbecsüli az egyszerű kapcsolatokat a valószínűségi változók közt,
- kiszámítja, megbecsüli és értelmezi a szórási terjedelmet, a szórást és az interkvartilis terjedelmet az adatok szóródásának méreteként,
- a teljes tapasztalati kutatás eljárásában alkalmazza az adatokkal végzett munkáról tanultakat (kiválasztja a témát, felállítja a kutatási kérdést, összegyűjti az adatokat, azokat rendezi és strukturálja, majd elemzi, bemutatja, és a kapott eredményeket értelmezi).

5 AZ ÍRÁSBELI VIZSGA PÉLDAFELADATAI

5.1 Az 1. feladatlap példafeladatai

Az 1. faladatlap feladatait számológép használata nélkül kell megoldani.

5.1.1 Példa rövid feladra

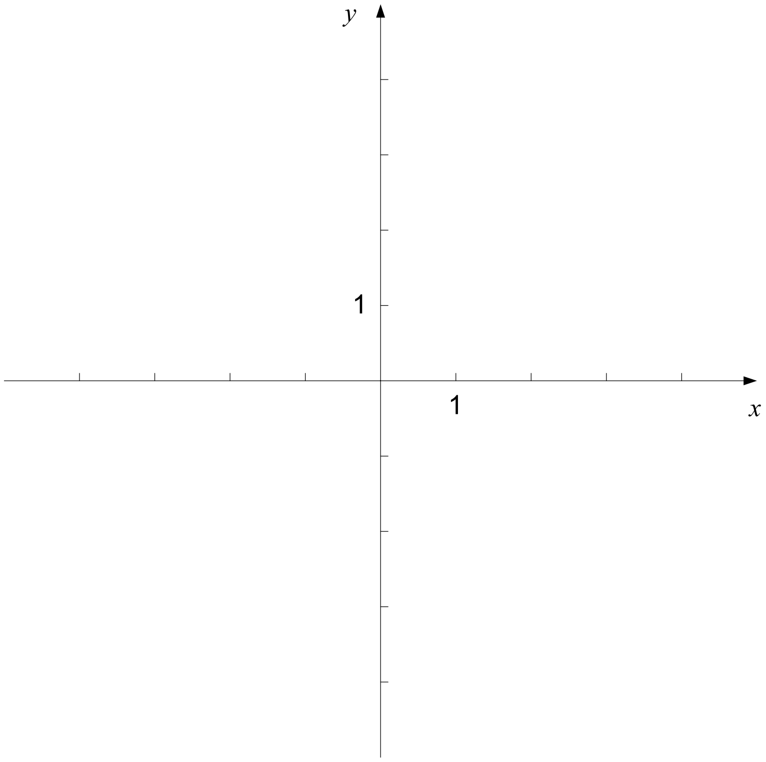
1. Oldja meg az $\ln x + \ln 1 = \ln e$ egyenletet!

(2 pont)

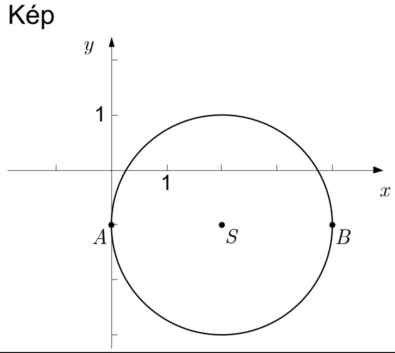
Feladat	Pontok	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	◆ az $x = e$ egyenlet felírása	Csak a $\ln 1 = 0$ vagy $\ln e = 1$ összefüggések felhasználása ... 1 pont.
Összesen	**2**		

5.1.2 Példa rövidebb struktúrált feladatra

1. Ábrázolja az $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ egyenletű körvonalat a koordináta-rendszerrel ellátott síkban! Számítással mutassa meg, hogy az $A(0,-1)$ pont illeszkedik a megadott körvonalra! Írja fel a B pont mindkét koordinátáját, ha az AB húr a körvonal átmérője!



(8 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	5	◆ Kép 	Ha az egyenletet csak $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 4$ alakra hozta ... 3 pont (minden tag 1 pont). Ha a jelölt a körvonalat a hibásan átalalakított egyenlet alapján helyesen rajzolja le, *1 pontot kap.
	2	◆ Az A pont koordinátáinak behelyettesítése az egyenletbe, és az egyenlőség bizonyítása.	*1 + 1
	1	◆ A $B(4,-1)$ pont felírása.	
Összesen	**8**		

5.1.3 Példa strukturált feladatra

1. Adott az $f(x) = 2\ln x$ hozzárendelési szabályú $f: (0,\infty) \to \mathbb{R}$ függvény.
   1.1. Oldja meg a $2f(x) = f(2x)$ egyenletet!

   (3 pont)

   1.2. Bizonyítsa be, hogy fennáll $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) = f\left(\frac{1}{3}\right)$!

   (3 pont)

   1.3. A teljes indukció módszerével mutassa be, hogy minden n természetes számra fennáll: $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{3}{4}\right) + \cdots + f\left(\frac{n}{n+1}\right) = f\left(\frac{1}{n+1}\right)$.

   (4 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.1	3	◆ $x = 2$ megoldás	Csak az átalakított egyenlet, pl. $4\ln x = 2\ln(2x)$ ... 1 pont. Csak az antilogaritmus visszakeresése, pl. $x^2 = 2x$ ... *1 pont Ha a jelölt a nem megfelelő megoldásokat nem zárja ki, ezt a pontot nem kapja meg.
Összesen	**3**		
1.2	1	◆ Pl. $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) = 2\left(\ln\frac{1}{2} + \ln\frac{2}{3}\right)$ felírás	
	1	◆ Pl. $2\left(\ln\frac{1}{2} + \ln\frac{2}{3}\right) = 2\ln\left(\frac{1}{2}\cdot\frac{2}{3}\right)$ átalakítás	
	1	◆ $2\ln\frac{1}{3} = f\left(\frac{1}{3}\right)$ megállapítás	
Összesen	**3**		
1.3	1	◆ Bebizonyítja az állítás igazságát $n = 1$-re, pl. $f\left(\frac{1}{2}\right) = f\left(\frac{1}{1+1}\right)$	
	*1	◆ Az $n+1$ tag összegének felírása vagy felhasználása, pl. $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{3}{4}\right) + \cdots$ $\cdots + f\left(\frac{n}{n+1}\right) + f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$	
	1	◆ Felhasználta az indukciós feltevést, pl. $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{3}{4}\right) + \cdots$ $\cdots + f\left(\frac{n}{n+1}\right) + f\left(\frac{n+1}{n+2}\right) =$ $= f\left(\frac{1}{n+1}\right) + f\left(\frac{n+1}{n+2}\right)$	
	1	◆ Végeredmény kiszámítása és a végkövetkeztetés, pl. $f\left(\frac{1}{n+1}\right) + f\left(\frac{n+1}{n+2}\right) = 2\ln\frac{1}{n+1} + 2\ln\frac{n+1}{n+2} =$ $= 2\ln\left(\frac{1}{n+1}\cdot\frac{n+1}{n+2}\right) = f\left(\frac{1}{n+2}\right)$	
Összesen	**4**		

5.2 A 2. feladatlap példafeladatai

A 2. faladatlap feladatainak megoldása során számológép is használható.

5.2.1 Példa rövid feladatra

1. A $\triangle ABC$ derékszögű háromszög AB átfogója 6,33 cm hosszúságú. A $\sphericalangle CAB$ szög mérete $\alpha = 33°33'$. Számítsa ki az AC oldal hosszúságát! Az eredményt kerekítse századcentiméterre!

(2 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1	2	◆ az $\lvert AC\rvert \doteq 5{,}28$ cm megoldás felírása	Csak a $\cos\alpha = \dfrac{\lvert AC\rvert}{\lvert AB\rvert}$ összefüggés felírása vagy felhasználása ... 1 pont.
Összesen	2		

5.2.2 Példa rövidebb strukturált feladatra

1. Adott két üres, egyenes henger alakú tartály, amelyek az alaplapjaikon állnak.

   1.1. Az első tartály egyenes henger alakú, és 3 dm a sugara. 120 liter almalét öntünk bele, és így a kétharmadáig töltjük meg. Számítsa ki a tartály magasságát! Az eredményt kerekítse tizeddeciméterre!

   (3)

   1.2. A másik tartály egyenlő oldalú henger alakú (a tengelymetszete négyzet). 120 liter almalét öntünk bele, és így teljesen megtöltjük. Számítsa ki a tartály sugarát! Az eredményt kerekítse tizeddeciméterre!

   (3)

(6 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.1	3	◆ a tartály magasság közelítő értékének kiszámítása, pl. $v \doteq 6{,}4$ dm	Csak a képlet felírása vagy felhasználása, pl. $V = \pi r^2 \cdot h$ ... 1 pont. Csak a 120 $\ell = \dfrac{2}{3}V$ vagy $h = \dfrac{2}{3}v$ felírása vagy felhasználása ... 1 pont.
1.2	3	◆ az egyenlő oldalú henger sugár közelítő értékének kiszámítása, pl. $r \doteq 2{,}7$ dm	Csak annak felírása vagy felhasználása, hogy az egyenlő oldalú henger átmérője egyenlő a magasságával ... 1 pont. Csak az egyenlet felírása, pl. $120 = 2\pi r^3$ ... 1 pont.
Összesen	6		Ha a jelölt az eredményeknél nem írja fel az egységeket 1 pontot elveszít.

5.2.3 Példa strukturált feladatra

1. A tanteremben 40 szék van, amelyeket úgy rendeztek öt sorba, hogy minden sorban egyenlő számú szék van. A székekre nyolc diák ül le tetszőlegesen: Maja, Éva, Ela, Jan, Tim, Nik, Luka és France.

   1.1. Számítsa ki a következő események valószínűségét:
   A – az első sor üresen marad,
   B – az első sorban pontosan három szék foglalt,
   C – minden diák ugyanabba a sorba ül le.

   (7 pont)

   Maja, Éva, Ela, Jan, Tim, Nik, Luka és France délutánonként társasjátékoznak. Mindegyikük pontosan egyszer dobta fel a szabályos játékkockát.

   1.2. Számítsa ki a következő események valószínűségét:
   D – senki sem dob hatost,
   E – pontosan ketten dobnak hatost.

   (3 pont)

Feladat	Pont	Megoldás	Kiegészítő utasítások
1.1	1	◆ az összes eset számának kiszámítása, pl. $n=\binom{40}{8}$	
	2	◆ a valószínűség kiszámítása, pl. $P(A)=\frac{10518300}{76904685}$	Csak a kedvező esetek száma $m_A=\binom{32}{8}$ ... 1 pont. Elfogadjuk a helyesen kerekített eredményt is, pl. $P(A)\doteq 0{,}13677$.
	2	◆ a valószínűség kiszámítása, pl. $P(B)=\frac{11277056}{76904685}$	Csak $m_B=\binom{8}{3}\binom{32}{5}=11277056$ ... 1 pont. Elfogadjuk a helyesen kerekített eredményt is, pl. $P(B)\doteq 0{,}146637$.
	2	◆ a valószínűség kiszámítása, pl. $P(C)=\frac{5}{76904685}$	Csak az $m_C=5$ ... megállapítás 1 pont. Elfogadjuk a helyesen kerekített eredményt is, pl. $P(C)\doteq 0{,}0000000650=6{,}50\cdot 10^{-8}$.
Összesen	7		A variációkkal végzett számítások egyenrangúan pontozódnak.
1.2	1	◆ $P(D)=\left(\frac{5}{6}\right)^8\doteq 0{,}233$	
	2	◆ $P(E)=\binom{8}{2}\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^6=$ $=28\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^6\doteq 0{,}260$	Csak a $\left(\frac{1}{6}\right)^2\left(\frac{5}{6}\right)^6$ felírás ... 1 pont.
Összesen	3		

6 SZÓBELI VIZSGA

A jelölt a szóbeli vizsgát az iskolai vizsgabizottság előtt teszi le, a vizsga szabályos lebonyolításáról a bizottság gondoskodik, valamit a jelölt eredményeit pontozza, és gondoskodik a pontok helyes kiszámításáról.

A jelölt válaszol a szóbeli vizsgalapján szereplő kérdésekre. Az említett vizsgalap három kérdésből áll, melyeket a Matematika Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottsága készít elő.

A vizsgáztató a jelöltnek pótkérdéseket is feltehet, melyekkel elmélyíti a vizsgalap kérdéseit, de nem lépi túl az adott kérdés kereteit.

A jelölt a szóbeli vizsgán 15 perces felkészülési időt kap, továbbá egy alkalommal új vizsgalapot kérhet. A szóbeli vizsga legfeljebb 20 percig tart.

► Alapszintű vizsgalap példája

1. Definiálja a prímszám és az összetett szám fogalmát! Soroljon fel három prímszámot és három összetett számot!

   (2 pont)

   Írja le az $n(n>1)$ természetes szám prímtényezős felbontásának folyamatát!
   Egyértelmű-e a prímtényezős felbontás? Magyarázza el!
   Hány prímszám van?

   (3 pont)

   Hogyan állapítjuk meg egy természetes számról, hogy prímszám-e?

   (1 pont)

2. Adja meg az ellipszis geometriai definícióját, és magyarázza el!

   (2 pont)

   Írja fel annak az ellipszisnek az általános egyenletét, melyben a tengelyek a koordinátatengelyekre illeszkednek! Írja fel annak az ellipszisnek az általános egyenletét, melynek a középpontja nem az origó, de amelynek a tengelyei párhuzamosak a koordinátatengelyekkel!

   (2 pont)

   Írja fel egy olyan ellipszis képletét, melyben a tengelyek a koordinátatengelyekre illeszkednek, az ellipszist ábrázolja is!

   (2 pont)

3. Definiálja az f függvény deriváltját egy adott pontban, és magyarázza el!

   (2 pont)

   Mi a geometriai jelentése az f függvény egy adott pontban vett deriváltjának?

   (1 pont)

   Sorolja fel azokat a szabályokat, amelyek megadják két függvény összegének, szorzatának és a függvény számszorosának deriváltját! Minden szabályra adjon példát is!

   (3 pont)

► Emelt szintű vizsgalap példája

1. Definiálja a prímszám és az összetett szám fogalmát! Soroljon fel három prímszámot és három összetett számot!

   (2 pont)

   Írja le az $n(n > 1)$ természetes szám prímtényezős felbontásának folyamatát! Egyértelmű-e a prímtényezős felbontás? Magyarázza el!

   (2 pont)

   Bizonyítsa be, hogy végtelen sok prímszám van!

   (2 pont)

2. Adja meg az ellipszis geometriai definícióját, és magyarázza el!

   (2 pont)

   Írja fel annak az ellipszisnek az általános egyenletét, melyben a tengelyek a koordinátatengelyekre illeszkednek! Írja fel annak az ellipszisnek az általános egyenletét, melynek a középpontja nem az origó, de amelynek a tengelyei párhuzamosak a koordinátatengelyekkel!

   (2 pont)

   Írja fel egy olyan ellipszis képletét, melyben a tengelyek a koordinátatengelyekre illeszkednek, az ellipszist ábrázolja is!

   (2 pont)

3. Definiálja az f függvény deriváltját egy adott pontban, és magyarázza el!

   (2 pont)

   Mi a geometriai jelentése az f függvény egy adott pontban vett deriváltjának?

   (1 pont)

   Válasszon egy példát $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ nemlineáris deriválható függvényre, és a definició szerint vezesse le a deriválját!

   (2 pont)

   Mondja el azt a szabályt, amely megadja két függvény hányadosának deriváltját!

   (1 pont)

A Matematika Általános Érettségi Országos Tantárgyi Bizottsága a szóbel vizsga kérdéseit megváltoztathatja, kihagyhatja vagy kiegészítheti őket.

A szóbeli kérdések listáját minden évben január végéig közzéteszik az Országos Vizsgaközpont honlapján (https://www.ric.si/splosna_matura/predmeti/matematika/).

7 A SAJÁTOS NEVELÉSI IGÉNYŰ JELÖLTEK

Az érettségi vizsgáról szóló törvény és az annak alapján elfogadott szabályzatok értelmében minden jelölt egyenlő feltételek alatt tesz érettségi vizsgát. A sajátos nevelési igényű jelöltek részére, akiket megfelelő végzéssel irányítottak az adott képzési programba, indokolt esetben pedig más (sérült vagy beteg) jelöltek számára is − hiányosságuk, korlátaik, zavaruk mértékének megfelelően − módosítani kell az érettségi vizsga lebonyolításának, valamint tudásuk értékelésének módját.[5]

A következő módosítások lehetségesek:

1. az érettségi vizsgát két részben, két egymást követő vizsgaidőszakban teljesíthetik;
2. meghosszabbíthatják számukra az érettségi vizsga idejét (beleértve a szüneteket is, illetve több rövidebb szünetet iktathatnak be) és szükség esetén meg is szakíthatják a vizsgát;
3. módosíthatják számukra a vizsgaanyag formáját (pl. Braille-írás; nagyítás; a vizsgaanyag szövegének lemezre írása, a vizsgaanyag lemezre vétele stb.);
4. külön helyiséget biztosíthatnak számukra;
5. megfelelően módosítják a munka körülményeit (erősebb világítás, az asztal megemelésének lehetősége stb.);
6. speciális segédeszközöket biztosítanak számukra (számítógép, Braille-írógép, megfelelő írószerek, fóliák domború rajz készítéséhez, hasonlók);
7. a vizsgán más személy is segítségükre lehet (pl. az írásban vagy olvasásban segítő, jelnyelvi tolmács, vakok és gyengén látók segítője);
8. számítógépet használhatnak az olvasáshoz és/vagy íráshoz;
9. módosíthatják számukra a szóbeli vizsgát és a hallás utáni értést mérő vizsgarészt (felmentés, szájról olvasás, jelnyelvre való fordítás);
10. módosíthatják az értékelést (pl. a jelölt betegségéből eredő hibákat nem tekintjük hibának; az értékeléskor a külső értékelők együttműködnek a sajátos nevelési igényű jelöltekkel történő kommunikáció szakembereivel).

[5] A szöveg az általános érettségi vizsga minden tantárgyára vonatkozik, és értelemszerűen kell alkalmazni az egyes vizsgák esetében.

8 IRODALOMJEGYZÉK

Az általános érettségi vizsgára való felkészülésben a jelöltek a Szlovén Köztársaság Közoktatási Szaktanácsa által jóváhagyott tankönyveket és taneszközöket használják. A jóváhagyott tankönyvek és taneszközök jegyzéke a Középiskolai tankönyvkatalógusban található meg, amely a Szlovén Köztársaság Oktatási Intézete honlapján (www.zrss.si) olvasható.

9 MELLÉKLET

9.1 Matematikai jelek

Ebben a fejezetben található néhány matematikai jel, amelyeket a matematika érettségi vizsgánál kell alkamazni. A lista nem tartalmazza az összes matematikai jelölést. Az alábbi listában szereplő jelölésekről a feladatlapokon nem feltétlenül lesz külön magyarázat. A vizsgán alkalmazott jelölésekről, amelyek nem szerepelnek ezen a listán, a feladatlapon külön lesz definíció és magyarázat.

► **Logika**

$\wedge$, &	konjunkció
$\vee$	diszjunkció
$\Rightarrow$	implikáció
$\Leftrightarrow$	ekvivalencia
$\neg A$, $\overline{A}$	az A kijelentés negáltja (tagadása)
$\forall$	mindegyik
$\exists$	létezik

► **Halmazok**

$\in$	eleme
$\notin$	nem eleme
$\{x_1, x_2, ...\}$	az x_1, x_2 ... elemek halmaza
$\{x; ...\}$, $\{x \mid ...\}$	minden olyan x-ek halmaza, amelyre …
$m(A)$, $\lvert A\rvert$	az A halmaz elemeinek száma (a halmaz számossága)
$\mathcal{P}A$, $\mathcal{P}(A)$	az A halmaz hatványhalmaza
$\varnothing$, $\{\ \}$	üres halmaz
$\mathcal{U}$	alaphalmaz
A^C, A'	az A halmaz komplementuma
$\mathbb{N}$	a természetes számok halmaza
$\mathbb{N}_0$	$\mathbb{N} \cup \{0\}$
$\mathbb{Z}$	az egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^+$	a pozitív egész számok halmaza
$\mathbb{Z}^-$	a negatív egész számok halmaza
$\mathbb{Q}$	a racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^+$	a pozitív racionális számok halmaza
$\mathbb{Q}^-$	a negatív racionális számok halmaza
$\mathbb{R}$	a valós számok halmaza
$\mathbb{R}^+$	a pozitív valós számok halmaza
$\mathbb{R}_0^+$	a nemnegatív valós számok halmaza

$\mathbb{R}^-$	a negatív valós számok halmaza
$\mathbb{C}$	a komplex számok halmaza
$\subset$, $\subseteq$	részhalmaz
$\not\subset, \not\subseteq$	nem részhalmaz
$\cup$	egyesítés, unió
$\cap$	metszet
$\times$	Descartes-szorzat (direkt szorzat)
$\setminus$, $-$	a halmazok különbsége
$[a,\ b]$	zárt intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x \le b\}$
$[a,\ b)$	intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a \le x < b\}$
$(a,\ b]$	intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a < x \le b\}$
$(a,\ b)$	nyílt intervallum $\{x \in \mathbb{R};\ a < x < b\}$

► **Relációk és műveletek**

$(a,\ b)$	rendezett pár
$=$	egyenlő
$\neq$	nem egyenlő
$\doteq$, $\approx$	közelítőleg egyenlő
$<$	kisebb
$\le$	kisebb vagy egyenlő
$>$	nagyobb
$\ge$	nagyobb vagy egyenlő
$+$	plusz
$-$	minusz
$\cdot$, $\times$	-szor, -szer, -ször
:, $\div$	osztás
$a \mid b$	a osztója b -nek
$D(a,\ b)$	az a és a b szám legnagyobb közös osztója
$v(a,\ b)$	az a és a b szám legkisebb közös többszöröse
$\sum$	összegzés (szumma) jele
$\lvert a \rvert$	az a szám abszolút értéke

► **Komplex számok**

i	képzetes egység
Re z	a z komplex szám valós része
Im z	a z komplex szám képzetes része
$\lvert z \rvert$	a z komplex szám abszolút értéke
$\overline{z}$, z*	a z komplex szám konjugáltja

► **Geometria. Vektorok**

$d(A, B)$	az A és B pont távolsága
$\lvert AB \rvert$	az AB szakasz hossza
$\sphericalangle$	szög
$\triangle$	háromszög
$\parallel$	párhuzamos
$\perp$	merőleges
$\cong$	egybevágó
$\sim$	hasonló
$\overrightarrow{AB}$, $\vec{a}$	az $\overrightarrow{AB}$ vektor, az $\vec{a}$ vektor
$s\vec{a}$	a $\vec{a}$ vektor szorzása az s számmal
$\vec{a} \cdot \vec{b}$	az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzata
$\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$	a standard ortonormált bázis vektorai
$\vec{a} = (a_1, a_2, a_3)$	az a_1, a_2, a_3 koordinátájú (komponensű) $\vec{a}$ vektor
$\lvert \vec{a} \rvert$	az $\vec{a}$ vektor hossza
$\vec{r}_A$	az A pont helyvektora
$A(x, y)$	az x és y koordinátájú A pont a síkban
$A(x, y, z)$	az x, y és z koordinátájú A pont a térben
S, p	síkidom területe
V	mértani test térfogata
P	mértani test felszíne

► **Függvények**

$f: A \to B$	az A halmazt a B halmazba leképező f leképezés (függvény)
$x \mapsto f(x)$	az x elemhez $f(x)$-t rendeljük
D_f	az f függvény értelmezési tartománya
Z_f	az f függvény értékkészlete
f^{-1}	az f függvény inverze
$f \circ g$	az f és a g függvények összetett (kompozítum) függvénye
$\lim\limits_{x \to a} f(x)$	az f függvény határértéke, amikor x tart a – hoz
(a_n), $\{a_n\}$	a_n általános tagú sorozat
$\lim\limits_{n \to \infty} a_n$	az a_n általános tagú sorozat határértéke
f', $\dfrac{\mathrm{d}f}{\mathrm{d}x}$	az f függvény (első) deriváltja

$\int f(x)\,\mathrm{d}x$, $\int f$	az f függvény határozatlan integrálja
$\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$	az f függvény a -tól b -ig vett határozott integrálja

► **Kombinatorika. Valószínűségszámítás. Statisztika**

P_n	n elem ismétlés nélküli permutációnak száma
$P_n^{m_1,m_2,\ldots,m_k}$	n elem ismétléses permutációinak száma
$n!$	n faktoriális
V_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli variációinak száma
${}^{(p)}V_n^r$	n elem r -ed osztályú ismétléses variációinak száma
$\binom{n}{r}$	binomiális együttható (n alatt az r)
C_n^r	n elem r -ed osztályú ismétlés nélküli kombinációinak száma
G	biztos esemény
N	lehetetlen esemény
$E_1, E_2, E_3, \ldots$	elemi események
A', $\overline{A}$	az A esemény ellentett eseménye
$A \cup B$, $A + B$	az A és a B események összege
$A \cap B$, $A \cdot B$	az A és a B események szorzata
$A \setminus B$, $A - B$	az A és a B események különbsége
$A \subset B$	az A esemény maga után vonja a B esemény bekövetkezését
$P(A)$	az A esemény valószínűsége
$P(A / B)$	az A esemény B-re vonatkoztatott feltételes valószínűsége (feltételes valószínűség)
$\overline{x}$, μ	középérték
σ^2	diszperzió vagy szórásnégyzet
σ	szórás

9.2 Képeletek és tételek

Ebben a fejezetben találhatók azok a képletek és tételek, amelyek a feladatlapok mellékletei. A jelöltektől elvárás, hogy ezeket a tételeket ismerjék, értsék, és tudják őket alkalmazni. Az emelt szintű mellékelt képletek és tételek lapja tartalmazza az alapszintű képleteket és tételeket, és még néhány további képletet is a magasabb szintű tudásanyagból, amelyeket elemi szinten nem ellenőriznek.

9.2.1 A feladatlaphoz mellékelt képletek és tételek, alapszint

(Köbök összege és különbsége) Tetszőleges $a,\ b \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $\boxed{a^3 \pm b^3 = (a \pm b)\left(a^2 \mp ab + b^2\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b, az átfogója c. Az átfogóhoz tartozó magasság v_c, az a befogó merőleges vetülete az átfogóra a_1, a b befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1. Ekkor fennáll: $\boxed{a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1}$, $\boxed{v_c^2 = a_1 b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a, b és c, a félkerület $s = \dfrac{a+b+c}{2}$, a területe S, az adott háromszög beírt körének sugara r és az adott háromszög körülírt körének sugara R. Ekkor fennáll: $\boxed{r = \dfrac{S}{s}}$ és $\boxed{R = \dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a, b és c, a félkerület $s = \dfrac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe $\boxed{S = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1,\ y_1)$, $B(x_2,\ y_2)$ és $C(x_3,\ y_3)$ síkbeli pontok. Az A, B és C csúcsú háromszög területe: $\boxed{S = \dfrac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|}$.

(**Gömb**) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $\boxed{P = 4\pi r^2,\ V = \dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$\boxed{\sin(x \pm y) = \sin x \cos y \pm \cos x \sin y}$, $\boxed{\cos(x \pm y) = \cos x \cos y \mp \sin x \sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R} \setminus \left\{\dfrac{\pi}{2} + k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\right\}$, amelyre $x + y \neq \dfrac{\pi}{2} + k\pi$ tetszőleges $k \in \mathbb{Z}$ és $\tan x \tan y \neq -1$, fennáll $\boxed{\tan(x \pm y) = \dfrac{\tan x \pm \tan y}{1 \mp \tan x \tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei)

Tetszőleges $x \in \mathbb{R}$ esetén fennáll $\boxed{\sin^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 - \cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2 \dfrac{x}{2} = \dfrac{1 + \cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x \in \mathbb{R} \setminus \{\pi + 2k\pi;\ k \in \mathbb{Z}\}$ esetén fennáll $\boxed{\tan \dfrac{x}{2} = \dfrac{\sin x}{1 + \cos x}}$.

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b $(a > b)$, a lineáris excentricitása e, a numerikus excentricitása ε. Ekkor fennáll: $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a, képzetes féltengelye b, a lineáris excentricitása e, a numerikus excentricitása ε. Ekkor fennáll: $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \dfrac{e}{a}}$.

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $\boxed{G\left(\dfrac{p}{2},\ 0\right)}$ fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete $\boxed{x = -\dfrac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$\boxed{S_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}}$, ha $q \neq 1$, és $\boxed{S_n = na_1}$, ha a $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1 + \frac{1}{n}\right)^n = \mathrm{e}}$ és $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(**Szórás**) Az $x_1, x_2, \ldots, x_N$ adatok esetén, amelyeknek $\overline{x}$ a számtani közepe fennáll:

$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \overline{x})^2 + (x_2 - \overline{x})^2 + \cdots + (x_N - \overline{x})^2}{N}}}$.

9.2.2 A feladatlaphoz mellékelt képletek és tételek, emelt szint

(A természetes kitevőjű hatványok összege és különbsége) Tetszőleges $a,\ b \in \mathbb{R}$ és tetszőleges n természetes számra fennáll

$\boxed{a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-\ldots+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)}$,

$\boxed{a^n-b^n=(a-b)\left(a^{n-1}+a^{n-2}b+a^{n-3}b^2+\ldots+a^2b^{n-3}+ab^{n-2}+b^{n-1}\right)}$.

(Euklidesz-tétel (befogótétel) és a magasságtétel) A derékszögű háromszög befogói a és b, az átfogója c. Az átfogóhoz tartozó magasság v_c, az a befogó merőleges vetülete az átfogóra a_1, a b befogó merőleges vetülete az átfogóra b_1. Ekkor fennáll: $\boxed{a^2=ca_1,\ b^2=cb_1}$, $\boxed{v_c^2=a_1b_1}$.

(A háromszög beírt és körülírt körének sugara) A háromszög oldalai a, b és c, a félkerület $s=\dfrac{a+b+c}{2}$, a területe S, az adott háromszög bert körének sugara r és az adott háromszög körülírt körének sugara R. Ekkor fennáll: $\boxed{r=\dfrac{S}{s}}$ és $\boxed{R=\dfrac{abc}{4S}}$.

(Héron-képlet) A háromszög oldalai a, b és c, a félkerület $s=\dfrac{a+b+c}{2}$. Ekkor a területe $\boxed{S=\sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}}$.

(A háromszög területe) Legyenek az $A(x_1,\ y_1),\ B(x_2,\ y_2)$ és $C(x_3,\ y_3)$ síkbeli pontok. Az $A,\ B$ és C csúcsú háromszög területe: $\boxed{S=\dfrac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|}$.

(**Gömb**) Az r sugarú gömb felszíne és térfogata $\boxed{P=4\pi r^2,\ V=\dfrac{4\pi r^3}{3}}$.

(**Pont és egyenes távolsága**) Legyenek $a,\ b,\ c,\ x_0,\ y_0 \in \mathbb{R}$ és a és b ne legyenek egyenlők 0-val. A $T_0(x_0,\ y_0)$ pont távolsága az $ax+by+c=0$ egyenletű p egyenestől $\boxed{d(T_0,\ p)=\dfrac{|\,ax_0+by_0+c\,|}{\sqrt{a^2+b^2}}}$.

(Logaritmus) Legyenek $a>0,\ a\neq 1,\ b>0,\ b\neq 1$. Akkor minden $x>0$ -re fennáll $\boxed{\log_a x=\dfrac{\log_b x}{\log_b a}}$.

(Addíciós tételek) Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$\boxed{\sin(x\pm y)=\sin x\cos y\pm\cos x\sin y}$, $\boxed{\cos(x\pm y)=\cos x\cos y\mp\sin x\sin y}$.

Tetszőleges $x,\ y\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\right\}$, amelyre $x+y\neq\dfrac{\pi}{2}+k\pi$ tetszőleges $k\in\mathbb{Z}$ és $\tan x\tan y\neq -1$, fennáll $\boxed{\tan(x\pm y)=\dfrac{\tan x\pm\tan y}{1\mp\tan x\tan y}}$.

(A félszögek szögfüggvényei) Tetszőleges $x\in\mathbb{R}$ esetén fennáll

$\boxed{\sin^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1-\cos x}{2}}$, $\boxed{\cos^2\dfrac{x}{2}=\dfrac{1+\cos x}{2}}$.

Tetszőleges $x\in\mathbb{R}\setminus\{\pi+2k\pi;\ k\in\mathbb{Z}\}$ esetén fennáll $\boxed{\tan\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}}$.

(Összegek szorzattá alakítása) Tetszőleges $x,\ y\in\mathbb{R}$ esetén fennáll

$\boxed{\sin x\pm\sin y=2\sin\dfrac{x\pm y}{2}\cos\dfrac{x\mp y}{2}}$,

$\boxed{\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}}$,

$\boxed{\cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}}$.

(A szorzatok összeggé alakítása) Tetszőleges $x,\ y \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$\boxed{\sin x \cdot \sin y = -\frac{1}{2}\left(\cos(x+y) - \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\cos x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\cos(x+y) + \cos(x-y)\right)}$,

$\boxed{\sin x \cdot \cos y = \frac{1}{2}\left(\sin(x+y) + \sin(x-y)\right)}$.

(Ellipszis) A síkbeli ellipszis féltengelyei a és b $(a > b)$, a lineáris excentricitása e, a numerikus excentricitása ε. Ekkor fennáll: $\boxed{e^2 = a^2 - b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Hiperbola) A síkbeli hiperbola valós féltengelye a , képzetes féltengelye b, a lineáris excentricitása e, a numerikus excentricitása ε. Ekkor fennáll: $\boxed{e^2 = a^2 + b^2}$, $\boxed{\varepsilon = \frac{e}{a}}$.

(Parabola) Az $y^2 = 2px$ egyenletű síkbeli parabola $\boxed{G\left(\frac{p}{2},\ 0\right)}$ fókuszponttal, az adott parabola vezéregyenesének egyenlete $\boxed{x = -\frac{p}{2}}$.

(Számtani sorozat) Az (a_n) számtani sorozat első n elemének összege $\boxed{S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)}$.

(Mértani sorozat) A $q \in \mathbb{R}$ hányadosú (a_n) mértani sorozat első n elemének összege

$\boxed{S_n = \frac{a_1\left(q^n - 1\right)}{q-1}}$, ha $q \neq 1$, és $\boxed{S_n = na_1}$, ha a $q = 1$.

(Határértékek) $\boxed{\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n = \mathrm{e}}$ és $\boxed{\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x} = 1}$.

(Határozatlan integrál) Legyen $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ ekkor minden $C \in \mathbb{R}$ esetén fennáll

$\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a} + C}$ és $\boxed{\int \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x + C}$.

(Parciális integrálás) Legyen $D \subseteq \mathbb{R}$ in $u,\ v : D \to \mathbb{R}$ deriválható függvény. Ekkor fennáll:

$\boxed{\int u\,\mathrm{d}v = uv - \int v\,\mathrm{d}u}$.

(Forgástest térfogata) Legyen $f : [a,\ b] \to \mathbb{R}$ folytonos függvény. Annak a testnek a térfogata, amelyet úgy kapunk, hogy az f függvény grafikonja, az abszcissza tengely és az $x = a$ és $x = b$ egyenesek által határolt síkidomot az abszcissza tengely körül 360° -kal megforgatunk, egyenlő lesz $\boxed{V = \pi\int_a^b \left(f(x)\right)^2 \mathrm{d}x}$.

(Bernoulli-képlet) Legyen p valószínűségű, hogy egy adott kísérletben bekövetkezik az A esemény. Annak valószínűsége, hogy az A esemény a kísérlet n egymást követő megismétlésénél pontosan k- szor következik be $\boxed{P(n,\ p,\ k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}}$.

(Szórás) Az $x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_N$ adatok esetén, amelyeknek $\overline{x}$ a számtani közepe fennáll:

$\boxed{\sigma = \sqrt{\frac{\left(x_1 - \overline{x}\right)^2 + \left(x_2 - \overline{x}\right)^2 + \cdots + \left(x_N - \overline{x}\right)^2}{N}}}$.