



Šifra kandidata:  
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI ROK  
TAVASZI IDŐSZAK

# MATEMATIKA

≡ Izpitna pola 2 ≡

2. feladatlap

Višja raven

Emelt szint

**Sreda, 2. junij 2004 / 90 minut**  
**2004. június 2., szerda / 90 perc**

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:  
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko,  
žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja,  
šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.  
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát,  
radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2  
háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.  
A jelölt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.*

**SPLOŠNA MATURA**  
**ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA**

Navodila kandidatu so na naslednji strani.  
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne.  
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék.*

## NAVODILA KANDIDATU

**Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!**

**Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 12, 13 in 14 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 4 in 5 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

**Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se točkujejo z nič (0) točkami. Če ste naloge reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.**

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Želimo Vam veliko uspeha.

## ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

**Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!**

**Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!**

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

*Ez a feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg! A megoldást a szöveg alá és a következő oldalra írja! A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon!*

**Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.**

*Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! A rossz válaszait húzza át! A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt.*

*A 4. és 5. oldalon található a képletek standard gyűjteménye, amelyet nem kell fejből tudnia, de amely egy része talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.*

**A ceruzával írt, valamint a zavaros és olvashatatlan válaszokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljük.**

*Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bízson önmagában és képességeiben!*

*Eredményes munkát kívánunk.*



## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

**KÉPLETEK**

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:*  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:*  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

- *A félszögek szögfüggvényei:*

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$

- *Addíciós tételek:*

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$

- *Tényezőkre bontás:*

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$

- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$

- *A  $T_0(x_0, y_0)$  pont távolsága az  $ax + by - c = 0$  egyenestől:*

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$

- *Az  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  csúcsú háromszög területe:*

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

- *Ellipszis:*  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$

- *Hiperbola:*  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ , az  $a$  a valós féltengely

- *Parabola:*  $y^2 = 2px$ , fókuszpont  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

- *Integrálok:*

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

01. Dani sta funkciji  $f(x) = \ln \frac{x-3}{2} + 1$  in  $g(x) = 2e^{x-1} + 3$ .

Adott két függvény:  $f(x) = \ln \frac{x-3}{2} + 1$  és  $g(x) = 2e^{x-1} + 3$ .

a) V tabelo zapišite definicijski območji in zaloga vrednosti funkcij  $f$  in  $g$ .

*A táblázatba írja be az  $f$  és a  $g$  függvény értelmezési tartományát és értékkészletét!*

*(6 točk/pont)*

b) Izračunajte koordinati točke na grafu funkcije  $f$ , v kateri je tangenta na graf vzporedna premici  $x - 2y - 4 = 0$ .

*Határozza meg az  $f$  függvény grafikonján levő azon pont koordinátáit, ahol a grafikon érintője párhuzamos az  $x - 2y - 4 = 0$  egyenessel!*

*(6 točk/pont)*

c) Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujejo abscisna os, premici  $x = 1$  in  $x = 2$  ter graf funkcije  $g$ .

*Számítsa ki azon síkidom területét, amelyet az abszcisszatengely, az  $x = 1$  és  $x = 2$  egyenesek és a  $g$  függvény grafikonja határolnak!*

*(8 točk/pont)*

d) Dokážite, da sta funkciji  $f$  in  $g$  druga drugi inverzni funkciji.

*Bizonyítsa be, hogy az  $f$  és a  $g$  függvények egymás inverz függvényei!*

*(4 točk/pont)*

	Definicijsko območje Értelmezési tartomány	Zaloga vrednosti Értékkészlet
$f$		
$g$		



02. Rešite naslednje naloge.

*Oldja meg a következő feladatokat!*

a) Naj bosta  $A = \{x \in \mathbb{R}; 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = 0\}$  in  $B = \{x \in \mathbb{R}; 3|x - 2| - x = 6\}$ .

Napišite množico  $C = A \times B$  tako, da naštejete vse njene elemente.

*Adottak az  $A = \{x \in \mathbb{R}; 8x^3 + 12x^2 + 6x + 1 = 0\}$  és a  $B = \{x \in \mathbb{R}; 3|x - 2| - x = 6\}$ .*

*Írja fel a  $C = A \times B$  halmazt úgy, hogy felsorolja az összes elemeit!*

*(7 točk/pont)*

b) Naj bosta  $D = \{x \in [0, 2\pi]; \cos x - \sin x = 0\}$  in  $E$  množica abscis točk, v katerih funkcija  $f(x) = \sin 2x$  doseže maksimum na intervalu  $[0, \pi]$ . Zapišite množico  $F = D \cup E$ . Koliko elementov ima potenčna množica množice  $F$ ?

*Adottak a  $D = \{x \in [0, 2\pi]; \cos x - \sin x = 0\}$  és az  $E$  halmazok. Az  $E$  halmaz elemei*

*azon pontok abszcisszáiból áll, ahol az  $f(x) = \sin 2x$  függvény a  $[0, \pi]$  intervallumon*

*maximumot ér el! Írja fel az  $F = D \cup E$  halmazt! Hány eleme van az  $F$  halmaz*

*hatványhalmazának?*

*(8 točk/pont)*

c) Dane so množice točk v ravnini:  $K = \{(x, y); 9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0\}$ ,

$L = \{(x, y); y - x + 3 \geq 0\}$  in  $M = \{(x, y); y > -2\}$ . V dani koordinatni sistem narišite

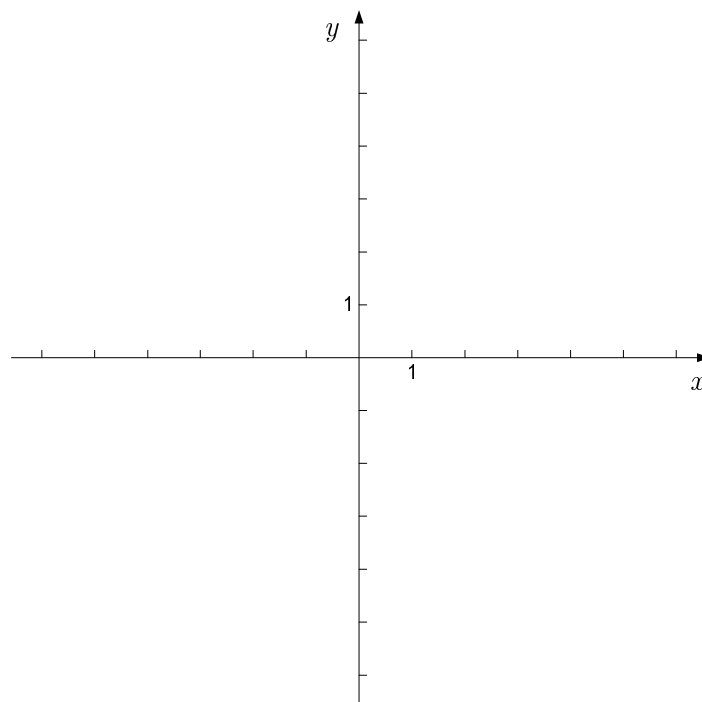
množico točk  $N = (K \cap L) \setminus M$ .

*Adottak a következő síkbeli ponthalmazok:  $K = \{(x, y); 9x^2 + 4y^2 - 18x + 16y - 11 = 0\}$ ,*

*$L = \{(x, y); y - x + 3 \geq 0\}$  és  $M = \{(x, y); y > -2\}$ . Ábrázolja az adott*

*koordináta-rendszerben az  $N = (K \cap L) \setminus M$  ponthalmazt!*

*(8 točk/pont)*







03. Imamo štiri trapeze  $ABCD$ . V vsakem izmed njih merita osnovnici  $|AB| = a = 16$  cm in  $|CD| = c = 2$  cm.

*Adott négy  $ABCD$  trapéz. Az alapélek méretei mindegyikben  $|AB| = a = 16$  cm és  $|CD| = c = 2$  cm.*

- a) V prvem trapezu tvorijo dolžine stranic  $c, d, b, a$  aritmetično zaporedje. Izračunajte dolžini krakov  $b = |BC|$  in  $d = |AD|$ .

*Az első trapéz  $c, d, b, a$  éleinek hosszúsága számtani sorozatot alkot. Számítsa ki a  $b = |BC|$  és  $d = |AD|$  szárak hosszát!*

*(5 točk/pont)*

- b) V drugem trapezu se nosilki krakov sekata v točki  $E$ . Izračunajte dolžino kraka  $b$ , če merita daljici  $|CE| = 2$  cm in  $|DE| = 1$  cm.

*A második trapézban az  $E$  pont a szárak hordozó egyenesének a metszéspontja. Számítsa ki a  $b$  szár hosszát, ha a szakaszok méretei a következők:  $|CE| = 2$  cm és  $|DE| = 1$  cm!*

*(5 točk/pont)*

- c) V tretjem trapezu kot  $\sphericalangle DAB$  meri  $\alpha = 70^\circ$ , kot  $\sphericalangle ABC$  pa  $\beta = 60^\circ$ . Izračunajte dolžino kraka  $d$ .

*A harmadik trapézban a  $\sphericalangle DAB$  szög  $\alpha = 70^\circ$ , az  $\sphericalangle ABC$  szög pedig  $\beta = 60^\circ$ . Számítsa ki a  $d$  szár hosszát!*

*(6 točk/pont)*

- d) V četrtem trapezu je krak  $b$  za 2 cm daljši od kraka  $d$ , ploščina trapeza pa meri  $108$  cm<sup>2</sup>. Izračunajte dolžini krakov  $b$  in  $d$ .

*A negyedik trapézban a  $b$  szár 2 cm-rel hosszabb, mint a  $d$  szár, a trapéz területe pedig  $108$  cm<sup>2</sup>. Számítsa ki a  $b$  és a  $d$  szár hosszát!*

*(9 točk/pont)*



REZERVNA STRAN  
*PÓTOLDAL*

REZERVNA STRAN  
*PÓTOLDAL*

REZERVNA STRAN  
*PÓTOLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*