



Codice del candidato:

Državni izpitni center



II SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

≡ Prova d'esame 1 ≡

Livello base

Lunedì 30 agosto 2004 / 120 minuti

Al candidato è consentito l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o simbolico, del compasso e di due squadretti e un righello. Al candidato va consegnato il fascicolo con allegate due schede di valutazione e due fogli per la minuta.

ESAME DI MATURITÀ LICEALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non tralasciate nulla!

Non voltate pagina e non iniziate a risolvere gli esercizi prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto a destra e sulle schede di valutazione.

Questa prova d'esame comprende 12 esercizi, vanno risolti tutti nello spazio sotto il testo dell'esercizio. **I valutatori non terranno conto dei fogli per la minuta.**

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o a sfera. Se ritenete di aver sbagliato tracciate una barra sulle soluzioni errate. Disegnate i grafici delle funzioni con la matita. Fate attenzione che le risoluzioni siano scritte in modo chiaro e leggibile. Nelle risoluzioni mettete ben in evidenza il procedimento, i calcoli intermedi e le vostre deduzioni.

A pagina 2 trovate un elenco delle formule più impegnative che non è necessario sapere a memoria. Forse qualcuna vi potrà essere utile.

Il punteggio totale massimo conseguibile è di 72 punti. **Gli esercizi risolti a matita e le risoluzioni non chiare e illeggibili verranno valutati con zero (0) punti. Se avete risolto l'esercizio con più versioni, indicate in modo inequivocabile la risoluzione da correggere.**

Leggete attentamente ogni esercizio, risolvete con ponderazione. Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Buon lavoro.

Questa prova d'esame ha 16 pagine, di cui 2 vuote.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
, $\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$;
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$;
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

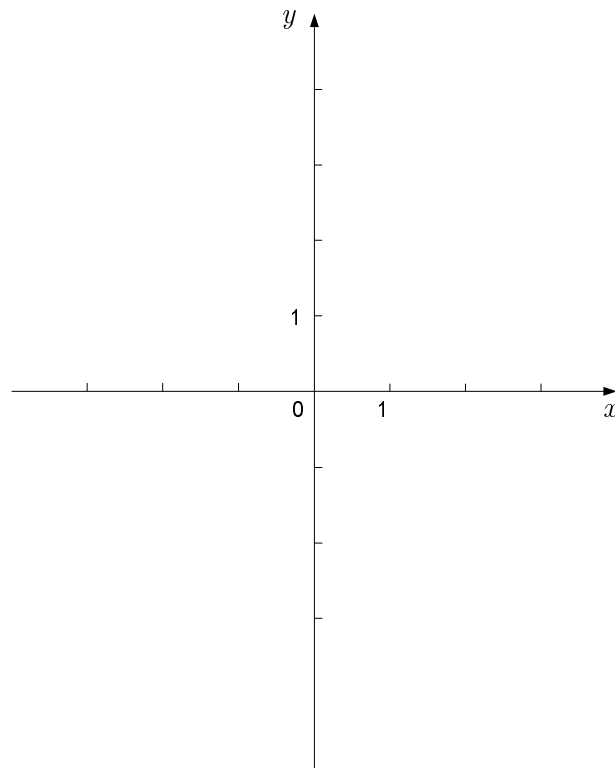
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$
, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$

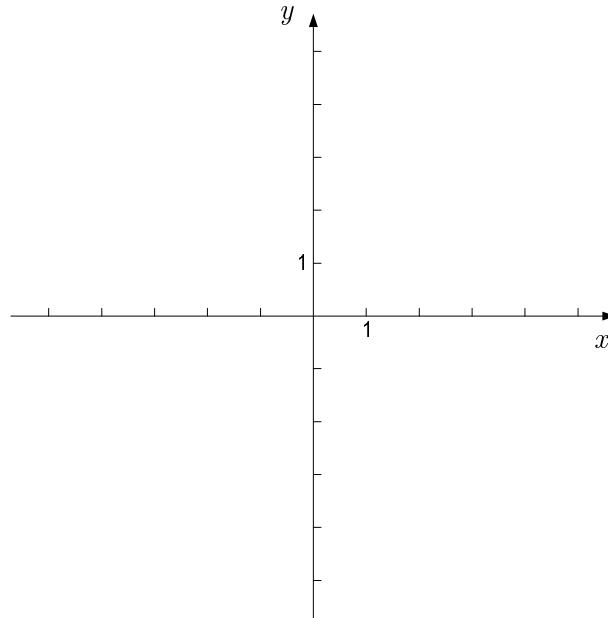
01. Disegnate nel piano coordinato i punti $A(0, 1)$, $B(3, 0)$, $C(3, 4)$ e $D(0, 4)$; calcolate inoltre l'area del quadrilatero $ABCD$.

(5 punti)



02. Calcolate gli zeri, il vertice, il punto d'intersezione con l'asse delle ordinate e tracciate il grafico della funzione quadratica $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - x - \frac{3}{2}$.

(7 punti)



03. La retta p passa per i punti $A(-1, 3)$ e $B(3, 5)$. Calcolate, con l'esattezza al centesimo di grado, l'ampiezza dell'angolo α , che la retta racchiude con l'asse x , e l'ampiezza dell'angolo β , che la retta racchiude con l'asse y .

(5 punti)

04. Risolvete l'equazione $\frac{2x+1}{3(x-1)} - \frac{x+2}{3(x+1)} = \frac{1}{x-1}$.

(5 punti)

05. Semplificate l'espressione $\frac{\sqrt{a}\sqrt{a} (a^{-\frac{1}{2}}b)^{\frac{3}{2}}}{(a^0 + b^0)b\sqrt{b}}$; $a, b > 0$.

(6 punti)

06. Risolvete l'equazione: $\cos x + \cos 2x = 0$.

(6 punti)

07. Scrivete l'equazione della circonferenza che passa per l'origine del sistema coordinato ed ha il centro nel punto d'intersezione delle rette $2x - 3y - 9 = 0$ e $y + 1 = 0$.

(6 punti)

08. Risolvete l'equazione $\log_8(x^2 - 3x) = \frac{2}{3}$.

(6 punti)

09. Scrivete i primi dieci termini della successione $a_n = n^2 + 1$. Quant' è la probabilità che, scegliendo a caso un numero tra i dieci termini della successione, questo sia divisibile per 5?

(6 punti)

10. Calcolate il numero reale x in modo che anche il numero $z = 5i^3 + 3xi^2 + (x-1)i + 1$ sia reale (i è l'unità immaginaria).

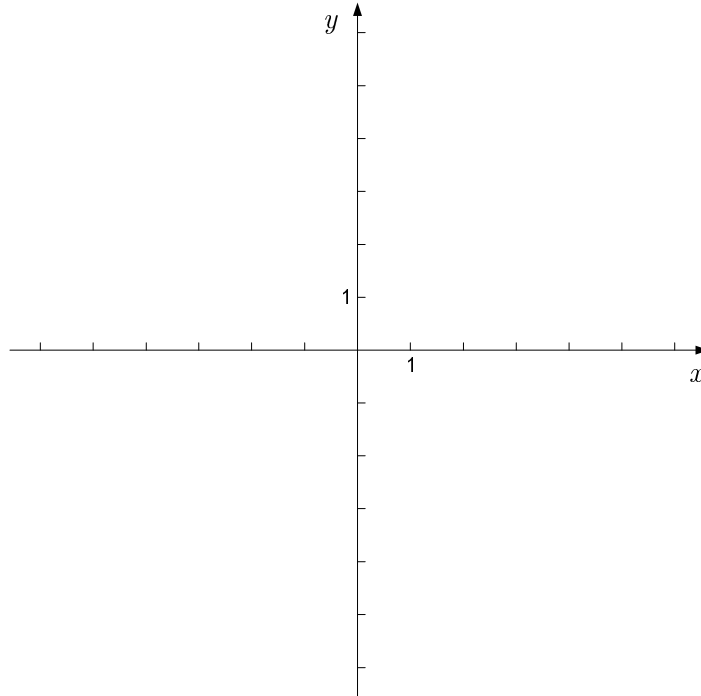
(6 punti)

11. Il polinomio $p(x) = x^3 + 4x^2 + ax + 20$ ha un estremo relativo nel punto $A(-1, y_1)$.
Calcolate il numero reale a e l'ordinata y_1 .

(7 punti)

12. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = 3\sqrt{x}$ nel sistema coordinato dato e calcolate l'area della figura, che nell'intervallo $[0, 4]$, il grafico della funzione f racchiude con l'asse delle ascisse.

(7 punti)



PAGINA VUOTA

PAGINA VUOTA