



Državni izpitni center



SPOMLADANSKI ROK

MATEMATIKA

Osnovna in višja raven

REŠITVE NALOG
IN NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Ponedeljek, 6. junij 2005

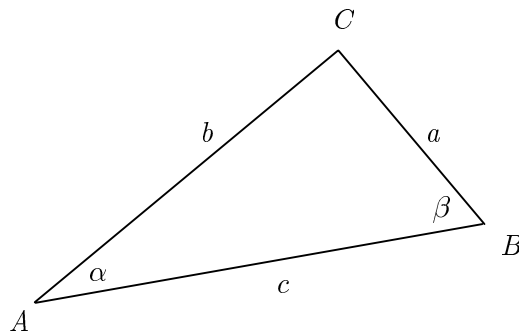
SPLOŠNA MATURA

IZPITNA POLA 1 – OSNOVNA IN VIŠJA RAVEN

01. Skupaj: 7 točk

- Ugotovitev smernega koeficienta dane premice $k = -2$ 1 točka
 Smerni koeficient vzporednice $k_v = k = -2$ *1 točka
 Enačba vzporednice, npr. $y = -2x + 2$ (1+*1+1) 3 točke
 (Le splošna enačba premice ... 1 točka.)
 Presečišče z osjo y je npr. $P(0, 2)$ (*1+1) 2 točki

02. Skupaj: 6 točk



- Skica (najmanj z oznakama a in c) 1 točka
 Pitagorov izrek ali uporaba kotnih funkcij za izračun stranice b 1 točka
 Izračunana stranica $b = 3\sqrt{3}$ cm ali $b = \sqrt{27}$ cm 1 točka
 Rezultat $\alpha = 30^\circ$ in $\beta = 60^\circ$ (2+1) 3 točke
 (Le izračun, npr. $\sin \alpha = \frac{a}{c}$... 1 točka.)

03. Skupaj: 6 točk

- Zapis ali upoštevanje $a_1 = 1$ 1 točka
 Zapis ali upoštevanje $d = 6$ 1 točka
 Izračun $a_{1000} = 5995$ 2 točki
 (Le formula za splošni člen ... 1 točka.)
 Izračun $s_{1000} = 2998000$ 2 točki
 (Le formula za vsoto ... 1 točka.)

04. Skupaj: 5 točk

- Upoštevanje $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ 1 točka
 Poenostavitev $\cos 2x + 1 = 2 \cos^2 x$ 3 točke
 (Uporaba $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$... 1 točka; uporaba $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$... 1 točka.)
 Sklep 1 točka

05. Skupaj: 5 točk1. način

Zapisana enačba, npr. $\frac{3}{4}x + \frac{1}{5}x + 2 = x$ (1+1+1+1) 4 točke

Rešitev 40 gob.....1 točka

2. način

Ugotovitev, da je lisičk in jurčkov npr. 95 % ali $\frac{19}{20}$ vseh gob..... (*1+1) 2 točki

Ugotovitev, da je sirovk npr. 5 % ali $\frac{1}{20}$ vseh gob1 točka

Rešitev 40 gob..... (*1+1) 2 točki

06. Skupaj: 8 točk

Zapis enačbe $x^2 + 2x - 2 = 0$ 1 točka

Rešitvi enačbe $x_{1,2} = -1 \pm \sqrt{3}$ (1+1+1) 3 točke

(Formula za reševanje kvadratne enačbe ... 1 točka; točni rešitvi ... 1 točka; poenostavitev ... 1 točka.)

Izračun $D = a^2 - 4a$ 1 točka

Zapisan ali uporabljen pogoj $D = 0$ *1 točka

Rešitvi $a = 0$, $a = 4$ (1+1) 2 točki

07. SKUPAJ: 7 točk1. način

Rešitev $z = \frac{-1 + 7i}{2}$ 3 točke

(Deljenje ... 1 točka; razširitev s konjugirano vrednostjo ... *1 točka.)

$\operatorname{Re} z = -\frac{1}{2}$, $\operatorname{Im} z = \frac{7}{2}$ (*1+*1) *2 točki

Uporabljen obrazec za $|z|$ *1 točka

Delno korenjen rezultat, npr. $|z| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ali $|z| = \frac{5}{\sqrt{2}}$ 1 točka

2. način

Vstavitev $z = x + iy$ v enačbo1 točka

Nastavek sistema, npr. $x + y = 3$, $-x + y = 4$ *1 točka

Rešitev $x = -\frac{1}{2}$, $y = \frac{7}{2}$ 1 točka

$\operatorname{Re} z = -\frac{1}{2}$, $\operatorname{Im} z = \frac{7}{2}$ (*1+*1) *2 točki

Uporabljen obrazec za $|z|$ *1 točka

Delno korenjen rezultat, npr. $|z| = \frac{5\sqrt{2}}{2}$ ali $|z| = \frac{5}{\sqrt{2}}$ 1 točka

08. Skupaj: 8 točk

- Zapisana vektorja $\overline{AB} = (-4, 2)$ in $\overline{AC} = (1, -3)$ (1+1) 2 točki
 Izračunan skalarni produkt $\overline{AB} \cdot \overline{AC} = -10$ (*1+1) 2 točki
 Izračunani dolžini $|\overline{AB}| = \sqrt{20}$ in $|\overline{AC}| = \sqrt{10}$ (*1+1) 2 točki
 Izračunan kot $\sphericalangle BAC = 135^\circ$ (*1+1) 2 točki

09. Skupaj: 7 točk

- Zapisano ali upoštevano $b = 1$ in $e = \sqrt{3}$ (1+1) 2 točki
 Izračunana polos $a = 2$ (*1+1) 2 točki
 Zapisana enačba elipse, npr. $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$ 2 točki
 (Splošna enačba, npr. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$... 1 točka.)
 Narisana elipsa *1 točka

10. Skupaj: 7 točk1. način

Zapis $\log_2 \frac{4a^2}{\sqrt{2} 2a^2}$ (*1+*1+1) 3 točke

Poenostavitev do oblike $\log_2 \frac{2}{\sqrt{2}}$ 1 točka

Upoštevanje $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2} \log_2 2$ 1 točka

Upoštevanje $\log_2 2 = 1$ 1 točka

Rezultat $\frac{1}{2}$ 1 točka

2. način

Upoštevanje $\log_2 4a = \log_2 4 + \log_2 a$ 1 točka

Upoštevanje $\log_2 4 = 2$ 1 točka

Upoštevanje $\log_2 \sqrt{2} = \frac{1}{2} \log_2 2$ 1 točka

Upoštevanje $\log_2 2a^2 = \log_2 2 + 2 \log_2 a$ (1+1) 2 točki

Upoštevanje $\log_2 2 = 1$ 1 točka

Rezultat $\frac{1}{2}$ 1 točka

11. Skupaj: 6 točk

Dogodek C – vsaj ena izbrana oseba ima voziško dovoljenje.

1. način

- Vseh izidov je $n = 10 \cdot 10$ 2 točki
 Ugodnih izidov za C je $m = 7 \cdot 2$ 2 točki
 Verjetnost nasprotnega dogodka $P(C') = \frac{14}{100}$ 1 točka
 Verjetnost dogodka $P(C) = \frac{86}{100}$ 1 točka

2. način

- Vseh izidov je $n = 10 \cdot 10$ 2 točki
 Ugodni izidi za C : $m = 3 \cdot 8 + 3 \cdot 2 + 7 \cdot 8$ (1+1+1) 3 točke
 Izračunana verjetnost $P(C) = \frac{86}{100}$ 1 točka

3. način

- Dogodek A – izbrani fant ima voziško dovoljenje.
 Dogodek B – izbrano dekle ima voziško dovoljenje.
 Zapis ali uporaba $C = A \cup B$ 1 točka
 Verjetnost vsote $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$ 1 točka
 Verjetnosti $P(A) = 0,8$ in $P(B) = 0,3$ (1+1) 2 točki
 Verjetnost produkta $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B) = 0,24$ 1 točka
 Rezultat $P(C) = 0,86$ 1 točka

12. Skupaj: 8 točk

- Izračunano presečišče $T(-1, -3)$ ali $x = -1, y = -3$ (*1+1+1) 3 točke
 Izračunan odvod, npr. $y' = \frac{4x(x+3) - (2x^2 - 8)}{(x+3)^2}$ 2 točki
 (Le poznavanje formule za odvod kvocienta ... 1 točka.)
 Izračunan $k_{i_1} = -\frac{1}{2}$ in $k_{i_2} = 2$ (*1+1) 2 točki
 Ugotovitev, da je kot med krivuljama 90° 1 točka

IZPITNA POLA 2 – VIŠJA RAVEN

01. Skupaj: 15 točk

a) (6 točk)

- Narisana grafa funkcij f in g (na skici naj bodo razvidni presečišči obeh grafov z ordinatno osjo in vodoravna asimptota).....(1+2) 3 točke
 Zapisan odvod $g'(x) = -2e^{-x}$ 1 točka
 Izračunan smerni koeficient tangente $k_t = -2$ 1 točka
 Rezultat $\varphi = 26^\circ 34'$ ali $\varphi = 153^\circ 26'$ 1 točka

b) (3 točke)

- Reševanje enačbe, npr. $e^x = \frac{2}{e^x}$ (npr. logaritmiranje, uvedba nove neznanke ...)..... 1 točka
 Rešitev, npr. $x = \frac{1}{2} \ln 2 = \ln 2^{\frac{1}{2}} = \ln \sqrt{2}$, $y = e^{\ln \sqrt{2}} = \sqrt{2}$ (1+1) 2 točki

c) (3 točke)

- Zapisana ploščina z določenim integralom, npr. $\int_0^{\ln \sqrt{2}} (2e^{-x} - e^x) dx$ 1 točka
 Izračunan nedoločeni integral $-2e^{-x} - e^x + C$ (tudi brez C)..... 1 točka
 Izračunana ploščina $3 - 2\sqrt{2}$ 1 točka

d) (3 točke)

- Zapisana funkcija, npr. $g^{-1}(x) = -\ln \frac{x}{2}$ ali $g^{-1}(x) = \ln 2 - \ln x$ 2 točki
 (Le zamenjava spremenljivk ali logaritmiranje ... 1 točka.)
 Vstavitev in izračun, npr. $g^{-1}(f(x)) = \ln 2 - \ln e^x = \ln 2 - x$ 1 točka

02. Skupaj: 12 točk**a) (4 točke)**

Zapisana vsota, npr. $\vec{a} + \vec{b} = (3 + 2t, t + 4, -6)$ 1 točka

Zapis, npr. $|\vec{a} + \vec{b}|^2 = 11^2 = (3 + 2t)^2 + (t + 4)^2 + (-6)^2$ ali skalarni produkt

$a^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{b} + b^2 = 9 + t^2 + 25 + 2(6t + 4t + 5) + 4t^2 + 16 + 1 = 11^2$ (*1+1) 2 točki

Izračunani števili $t_1 = -6$ in $t_2 = 2$ 1 točka

b) (4 točke)

Zapisana vektorja, npr. $\vec{CA} = (-3, t - 8, -12)$ in $\vec{CB} = (2t - 6, -4, -8)$ 1 točka

Zapisan ali upoštevan skalarni produkt $\vec{CA} \cdot \vec{CB} = 0$ ali uporaba Pitagorovega

izreka (*1+1) 2 točki

Izračunan $t = 14, 6 = \frac{73}{5}$ 1 točka

c) (4 točke)

Zapisana linearna kombinacija vektorjev, npr. $m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c} = 0$ 1 točka

Zapisan sistem treh enačb *1 točka

Izračunana rešitev, npr. $m = 2p$ in $n = -3p$ (1+1) 2 točki

(Reševanje z linearno kombinacijo, npr. $\vec{c} = m\vec{a} + n\vec{b}$, točkujemo na enak način; rešitev je

$m = -2$ in $n = 3$.)

(Če kandidat dokaže, da sta vektorja \vec{AB} in \vec{BC} kolinearna, dobi 2 točki.)

03. Skupaj: 13 točk**a) (2 točki)**

Zapisana zveza, npr. $\sin \frac{\varphi}{2} = \frac{|MN|}{2r}$ 1 točka

Izračunan kot 120° ali 240° 1 točka

b) (2 točki)

Izračunana višina trikotnika MNS , $v = 1$ cm *1 točka

Izračunana ploščina $(\sqrt{3} + 2)$ cm² 1 točka

c) (4 točke)

Izračunana ploščina kroga $S_O = 4\pi$ cm² ali približek, npr. 12,57 cm² 1 točka

Zapisana ali upoštevana formula za ploščino odseka,

npr. $S_{OD} = \frac{\pi r^2}{3} - \frac{|MN|v}{2}$ 1 točka

Izračunana ploščina odseka $\left(\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}\right)$ cm² ali približek, npr. 2,46 cm² *1 točka

Zapisan rezultat, npr. 19,6 % (zadošča 20 %) 1 točka

d) (5 točk)

Izračunan obodni kot 60° *1 točka

1. način

Zapis ali uporaba kosinusnega izreka 1 točka

Nastavek enačbe, npr. $|MN|^2 = 5|NP|^2 - 4|NP|^2 \cos 60^\circ$ *1 točka

Izračunani stranici $|MP| = 4$ cm in $|NP| = 2$ cm (*1+1) 2 točki

2. način

Zapis ali uporaba sinusnega izreka 1 točka

Nastavek enačbe, npr. $\frac{|NP|}{\sin \alpha} = \frac{2|NP|}{\sin (120^\circ - \alpha)}$ ($\alpha = \sphericalangle NMP$) *1 točka

Izračunani stranici (*1+1) 2 točki

(Če kandidat nikjer v nalogi, razen v podatkih, ne napiše dolžinskih ali ploščinskih enot, izgubi 1 točko.)