



Codice del candidato:

Državni izpitni center



SECONDA SESSIONE D'ESAME

MATEMATICA

Prova d'esame 1

Livello base

Lunedì 29 agosto 2005 / 120 minuti

Al candidato è consentito l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile senza interfaccia grafica e senza possibilità di calcolo algebrico o simbolico, del compasso e di due squadretti e un righello. Al candidato va consegnato il fascicolo con allegate due schede di valutazione e due fogli per la minuta.

MATURITÀ GENERALE

INDICAZIONI PER I CANDIDATI

Leggete attentamente le seguenti indicazioni. Non tralasciate nulla!

Non voltate pagina e non iniziate a risolvere gli esercizi prima del via dell'insegnante preposto.

Incollate o scrivete il vostro numero di codice nello spazio apposito su questa pagina in alto a destra e sulle schede di valutazione.

Questa prova d'esame comprende 12 esercizi, vanno risolti tutti nello spazio sotto il testo dell'esercizio. **I valutatori non terranno conto dei fogli per la minuta.**

È d'obbligo l'uso della penna stilografica o a sfera. Se ritenete di aver sbagliato tracciate una barra sulle soluzioni errate. Disegnate i grafici delle funzioni con la matita. Fate attenzione che le risoluzioni siano scritte in modo chiaro e leggibile. Nelle risoluzioni mettete ben in evidenza il procedimento, i calcoli intermedi e le vostre deduzioni.

A pagina 2 trovate un elenco delle formule più impegnative che non è necessario sapere a memoria. Forse qualcuna vi potrà essere utile.

Gli esercizi risolti a matita e le risoluzioni non chiare e illeggibili verranno valutati con zero (0) punti. Se avete risolto l'esercizio con più versioni, indicate in modo inequivocabile la risoluzione da correggere.

Leggete attentamente ogni esercizio, risolvete con ponderazione. Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità.

Il punteggio totale massimo conseguibile è di 80 punti.

Buon lavoro.

Questa prova d'esame ha 16 pagine, di cui 2 vuote.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo: $R = \frac{abc}{4A}$, $r = \frac{A}{p}$, $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$, $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
, $\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$;
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$;
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto $T_0(x_0, y_0)$ dalla retta $ax + by - c = 0$:

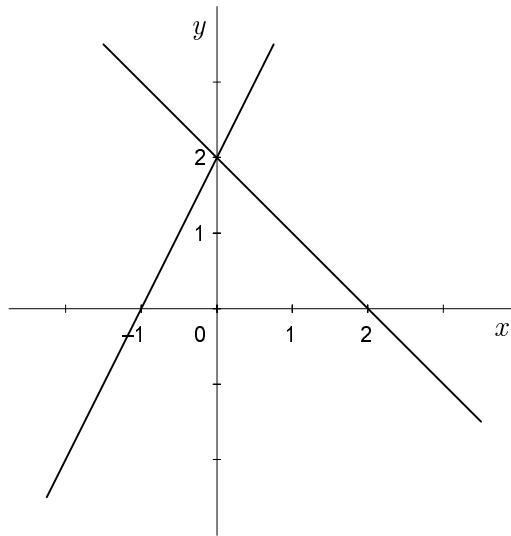
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Iperbole: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; a è il semiasse reale.
- Parabola: $y^2 = 2px$, fuoco $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$
, $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$

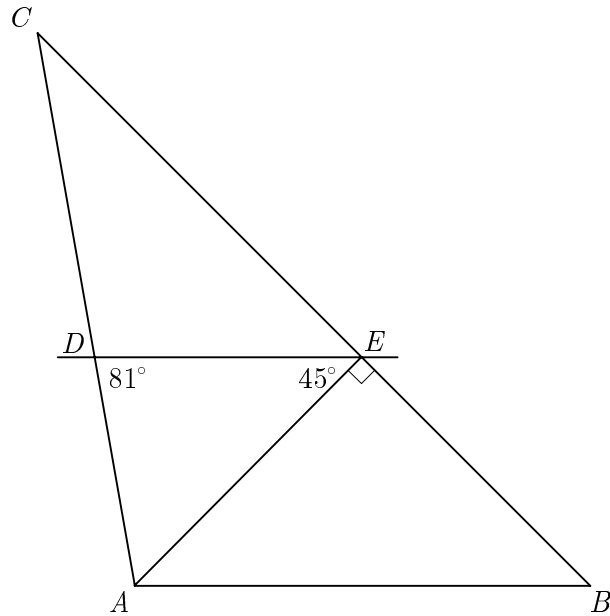
01. Nel sistema coordinato sono disegnate due rette. Scrivete le loro equazioni e calcolate l'area del triangolo delimitata dalle due rette e dall'asse x .

(6 punti)



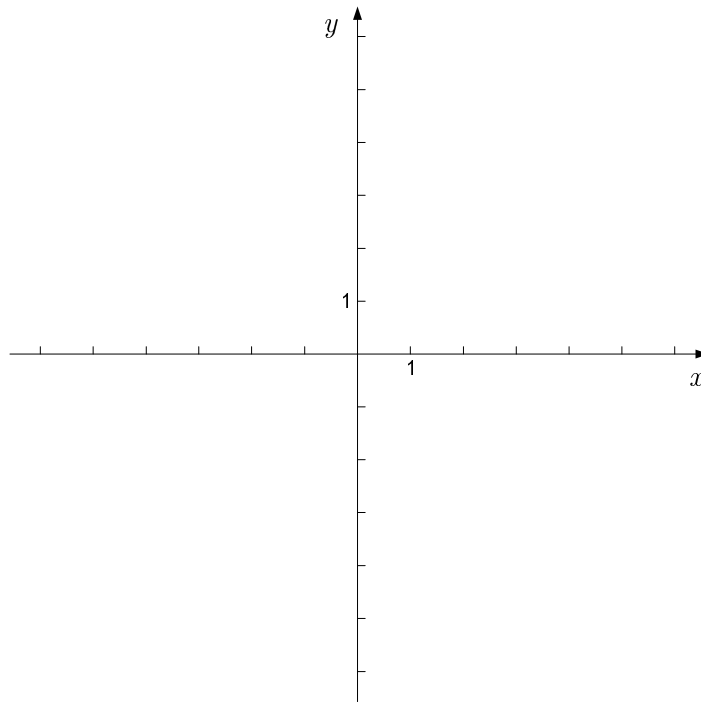
02. Nella figura $DE \parallel AB$, $\sphericalangle DEA = 45^\circ$, $\sphericalangle ADE = 81^\circ$ e la distanza AE è l'altezza sul lato BC del triangolo ABC . Calcolate gli angoli interni α , β e γ del triangolo ABC . Calcolate inoltre la lunghezza del lato AB se $|BE| = 3\sqrt{2}$ cm.

(8 punti)



03. Tracciate il grafico della funzione $f(x) = -x^2 - 2x + 3$. Scrivete l'intervallo dove la funzione decresce.

(8 punti)

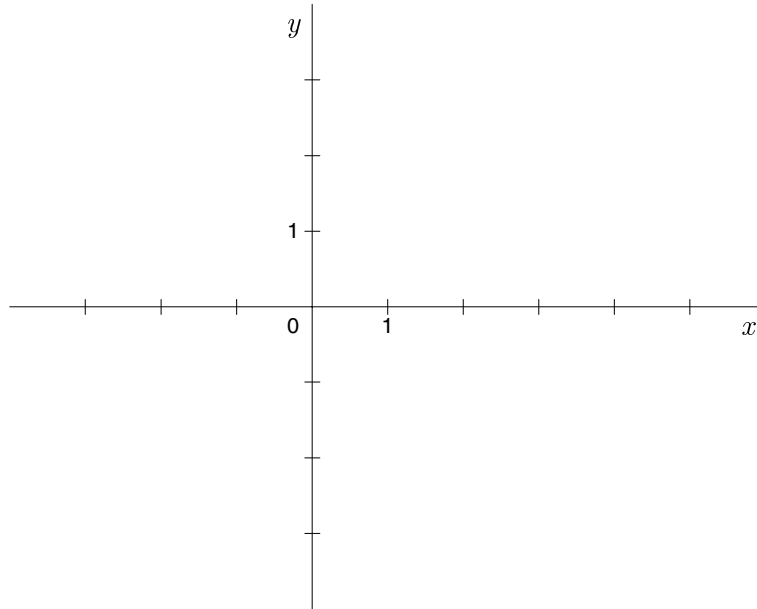


04. Siano x_1 e x_2 le soluzioni dell'equazione $\sqrt{2}x^2 - 4x - 2\sqrt{2} = 0$. Calcolate il valore dell'espressione $(x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2$.

(6 punti)

05. Al quadrato di vertici $A(0, -2)$, $B(4, -2)$, $C(4, 2)$ e $D(0, 2)$ inscriviamo e circoscriviamo due circonferenze. Per ogni circonferenza determinate il centro, il raggio e la sua equazione. Fate lo schizzo nel sistema coordinato dato.

(6 punti)



06. Scrivete i primi tre termini della successione il cui termine generale è $a_n = 100 - 2n$.
Dimostrate che la successione è aritmetica e calcolate la somma dei primi 5000 termini.

(7 punti)

07. Scrivete il numero complesso $(5 - 10i)^2 \cdot (2 + i)^{-1}$ nella forma $a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$.

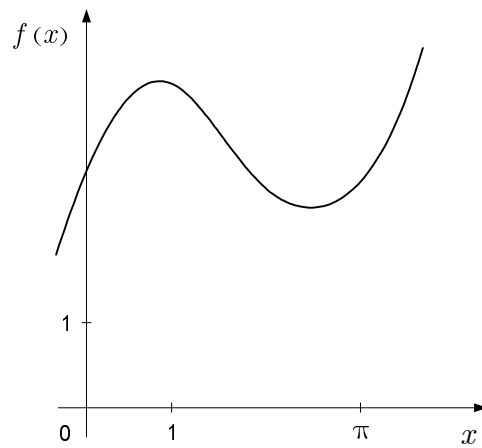
(7 punti)

08. Scrivete l'equazione della retta tangente al grafico della funzione $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$ nel punto di ascissa $x = -1$.

(6 punti)

09. Calcolate l'area della figura delimitata dal grafico della funzione $f(x) = 2x + 3 \cos x$ (vedi sotto), dall'asse delle ascisse e dalle rette $x = 0$ e $x = \pi$.

(6 punti)



10. Calcolate l'intersezione tra i grafici delle funzioni $f(x) = 2^x$ e $g(x) = 65 \cdot 2^x - 1$.

(6 punti)

11. È data la funzione $f(x) = \tan\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$. Scrivete il suo dominio, calcolate gli zeri e l'intersezione del grafico con l'asse delle ordinate.

(8 punti)

12. L'angolo tra i vettori \vec{a} e \vec{b} misura 60° . Il prodotto scalare dei vettori \vec{a} e \vec{b} è uguale a 15, il prodotto scalare dei vettori \vec{a} e $\vec{a} + \vec{b}$ invece 51. Calcolate il modulo del vettore \vec{a} e il modulo del vettore \vec{b} .

(6 punti)

PAGINA VUOTA

PAGINA VUOTA