



Šifra kandidata:  
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center



M 0 5 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI ROK  
ŐSZI IDŐSZAK

# MATEMATIKA

≡ Izpitna pola 1 ≡

1. feladatlap

Osnovna raven

Alapszint

**Ponedeljek, 29. avgust 2005 / 120 minut**  
**2005. augusztus 29., hétfő / 120 perc**

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:*

*kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

*Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát,*

*radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.*

*A jelölt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.*

**SPLOŠNA MATURA**

**ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA**

Navodila kandidatu so na naslednji strani.  
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

*Ta pola ima 20 strani, od tega 3 prazne.  
A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 3 üres.*

## NAVODILA KANDIDATU

**Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!**

**Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 4 in 5 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

**Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.**

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

## ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

**Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!**

**Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!**

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg, és pedig azon az oldalon, ahol a feladat található. **Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.**

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! A rossz válaszait húzza át! A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt.

A 4. és 5. oldalon található azon képletek standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de amelyeknek egy része talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.

**A ceruzával írt, valamint a zavaros és olvashatatlan válaszokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljük!**

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bizzon önmagában és képességeiben!

Összesen 80 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk.



## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

## Képletek

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:*  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:*  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}$$
; 
$$\cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$$
; 
$$\operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$$
, 
$$\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- *Addíciós tételek:*  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$
  

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$
  

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- *Tényezőkre bontás:*  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$
, 
$$\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$
  

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$$
, 
$$\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$
  

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
, 
$$\operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$
  

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$
  

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- *A  $T_0(x_0, y_0)$  pont távolsága az  $ax + by - c = 0$  egyenestől:*  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- *Az  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  csúcsú háromszög területe:*  

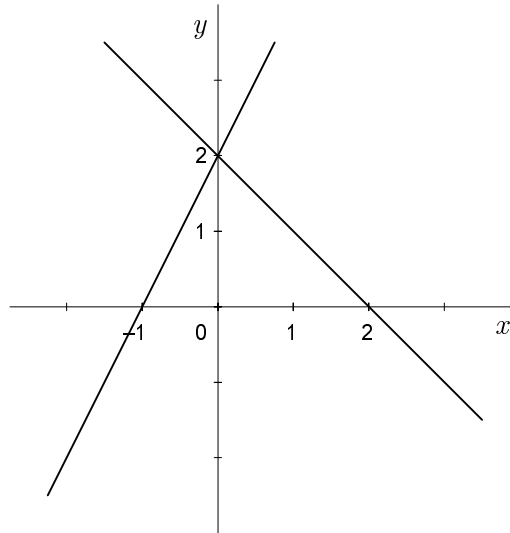
$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- *Ellipszis:*  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- *Hiperbola:*  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ , az a valós féltengely
- *Parabola:*  $y^2 = 2px$ , fókuszpont  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:*  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C$$
, 
$$\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

01. V koordinatnem sistemu sta narisani dve premici. Zapišite njuni enačbi in izračunajte ploščino trikotnika, ki ga oklepata premici z osjo  $x$ .

*Az adott koordináta-rendszerbe két egyenest rajzoltunk. Írja fel az egyenletüket, majd számítsa ki azon háromszög területét, amelyet e két egyenes az  $x$ -tengellyel zár körül!*

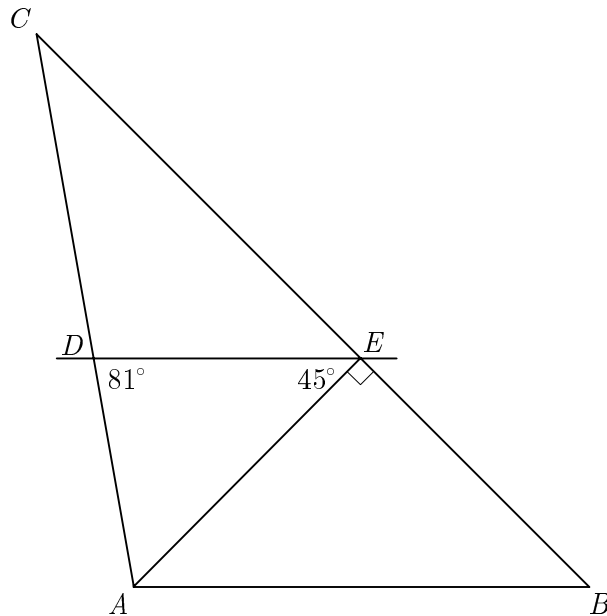
*(6 točk/pont)*



02. Na sliki je  $DE \parallel AB$ ,  $\sphericalangle DEA = 45^\circ$ ,  $\sphericalangle ADE = 81^\circ$  in daljica  $AE$  višina na stranico  $BC$  trikotnika  $ABC$ . Izračunajte notranje kote  $\alpha$ ,  $\beta$  in  $\gamma$  trikotnika  $ABC$ . Izračunajte tudi dolžino stranice  $AB$ , če je  $|BE| = 3\sqrt{2}$  cm.

*Az ábrán látható a  $DE \parallel AB$ ,  $\sphericalangle DEA = 45^\circ$ ,  $\sphericalangle ADE = 81^\circ$  és az  $ABC$  háromszögben levő  $AE$  szakasz, amely a  $BC$  oldal magasságvonala. Számítsa ki az  $ABC$  háromszög belső szögeit! Számítsa ki még az  $AB$  oldal hosszúságát is, ha  $|BE| = 3\sqrt{2}$  cm!*

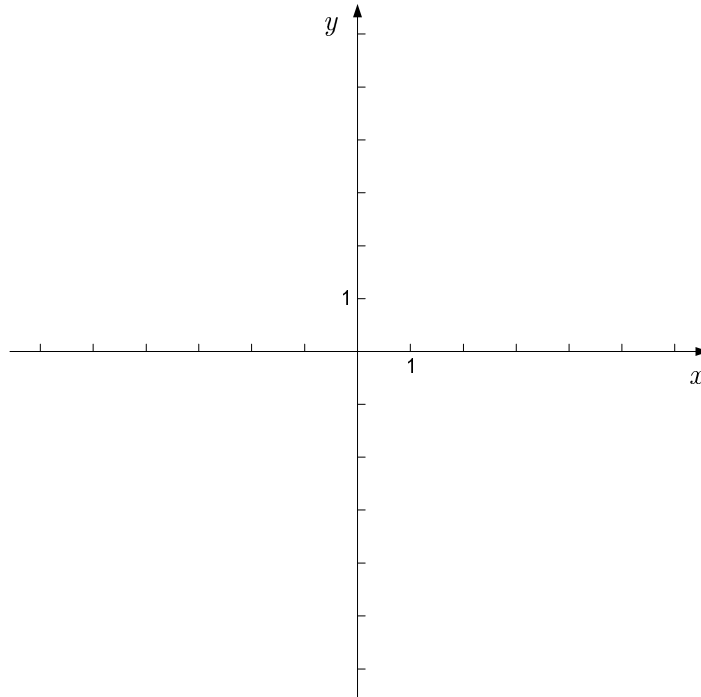
(8 točk/pont)



03. Narišite graf funkcije  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ . Zapišite interval, na katerem je funkcija padajoča.

*Rajzolja meg az  $f(x) = -x^2 - 2x + 3$  függvény grafikonját! Írja fel a függvény fogyási intervallumát!*

*(8 točk/pont)*





04. Naj bosta  $x_1$  in  $x_2$  rešitvi enačbe  $\sqrt{2}x^2 - 4x - 2\sqrt{2} = 0$ . Izračunajte vrednost izraza  $(x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2$ .

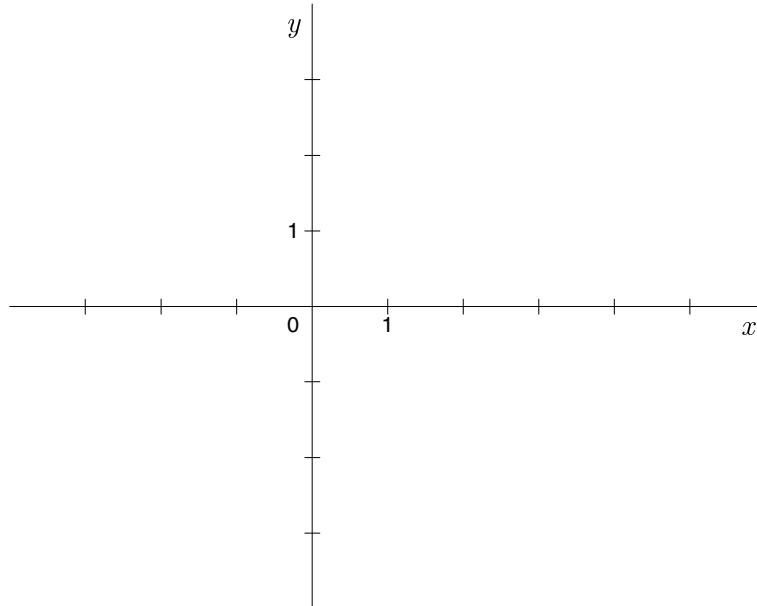
*Legyenek  $x_1$  és  $x_2$  a  $\sqrt{2}x^2 - 4x - 2\sqrt{2} = 0$  egyenlet megoldásai. Számítsa ki az  $(x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2$  kifejezés értékét!*

*(6 točk/pont)*

05. Kvadratu z oglišči  $A(0, -2)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(4, 2)$  in  $D(0, 2)$  včrtamo in očrtamo krožnico. Za vsako od krožnic zapišite središče, polmer in enačbo krožnice. Narišite skico v dani koordinatni sistem.

*Az  $A(0, -2)$ ,  $B(4, -2)$ ,  $C(4, 2)$  és  $D(0, 2)$  csúcsú négyzetbe és a négyzet köré kört írunk. Írja fel mindkét kör középpontját, sugarát és egyenletét! Az adott koordináta-rendszerben rajzolja meg az ábrát!*

(6 točk/pont)



06. Zapišite prve tri člene zaporedja s splošnim členom  $a_n = 100 - 2n$ . Dokažite, da je zaporedje aritmetično, in izračunajte vsoto prvih 5000 členov.

*Írja fel az  $a_n = 100 - 2n$  általános tagú sorozat első három tagját! Bizonyítsa, hogy a sorozat számtani sorozat, majd számítsa ki az első 5000 tag összegét!*

*(7 točk/pont)*

07. Komplexno število  $(5 - 10i)^2 \cdot (2 + i)^{-1}$  zapišite v obliki  $a + bi$ ;  $a, b \in \mathbb{R}$ .

*Az  $(5 - 10i)^2 \cdot (2 + i)^{-1}$  komplex számot írja fel  $a + bi$  alakban;  $a, b \in \mathbb{R}$ !*

*(7 točk/pont)*

08. Zapišite enačbo tangente na graf funkcije  $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$  v točki z absciso  $x = -1$ .

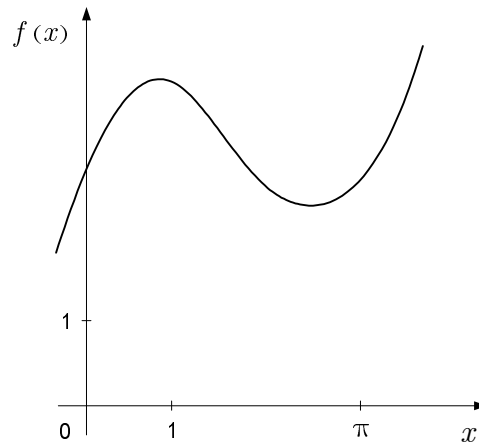
*Írja fel az  $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$  függvény azon érintőjét, amely az  $x = -1$  abszciszájú pontban van!*

*(6 točk/pont)*

09. Izračunajte ploščino lika med grafom funkcije  $f(x) = 2x + 3 \cos x$  (na sliki), abscisno osjo in premicama  $x = 0$  in  $x = \pi$ .

*Számítsa ki azon síkidom területét, amelyet az  $f(x) = 2x + 3 \cos x$  függvény grafikonja (az ábrán), az abszcisszatengely, az  $x = 0$  és az  $x = \pi$  egyenesek határolnak!*

*(6 točk/pont)*



10. Izračunajte presečišče grafov funkcij  $f(x) = 2^x$  in  $g(x) = 65 \cdot 2^x - 1$ .

*Számítsa ki az  $f(x) = 2^x$  és a  $g(x) = 65 \cdot 2^x - 1$  függvény grafikonjainak metszéspontját!*

*(6 točk/pont)*

11. Dana je funkcija  $f(x) = \tan\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$ . Zapišite definicijsko območje, izračunajte ničle in presečišče grafa z ordinatno osjo.

*Adott az  $f(x) = \tan\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$  függvény. Írja fel az értelmezési tartományát, számítsa ki a zérushelyeit és a grafikon metszéspontját az ordinátatengellyel!*

*(8 točk/pont)*



12. Kot med vektorjema  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  meri  $60^\circ$ . Skalarni produkt vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$  je enak 15, skalarni produkt vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{a} + \vec{b}$  pa 51. Izračunajte dolžino vektorja  $\vec{a}$  in dolžino vektorja  $\vec{b}$ .

*Az  $\vec{a}$  és a  $\vec{b}$  vektorok által közbezárt szög  $60^\circ$ . Az  $\vec{a}$  és a  $\vec{b}$  vektorok skaláris szorzata 15, az  $\vec{a}$  és az  $\vec{a} + \vec{b}$  vektorok skaláris szorzata pedig 51. Számítsa ki az  $\vec{a}$  és a  $\vec{b}$  vektorok hosszúságát!*

*(6 točk/pont)*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*