Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 0 5 2 4 0 2 1 1 M

JESENSKI ROK
ŐSZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap
Višja raven
Emelt szint

Ponedeljek, 29. avgust 2005 / 90 minut
2005. augusztus 29., hétfő / 90 perc

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko,
žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja,
šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát,
radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2
háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelöt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.*

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

*Ta pola ima 20 strani, od tega 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 3 üres.*

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 4 in 5 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldala jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg, éspedig azon az oldalon, ahol a feladat található. ***Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.***

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! A rossz válaszait húzza át! A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a közbeeső számításokkal és következtetésekkel együtt.

A 4. és 5. oldalon található azon képletek standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de amelyeknek egy része talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.

A ceruzával írt, valamint a zavaros és olvashatatlan válaszokat nulla (0) ponttal értékeljük. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bízzon önmagában és képességeiben!

Összesen 80 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk.

Scientia Est Potentia Scientia Est Scienti

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\operatorname{tg}(x+y)=\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\operatorname{tg}x\pm\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\operatorname{ctg}x\pm\operatorname{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$;

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$;

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos.
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^{2}-\ldots.+a^{2}b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*

  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*

  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*

  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\operatorname{tg}(x+y)=\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}$
- *Tényezőkre bontás:*

  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\operatorname{tg}x\pm\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\operatorname{ctg}x\pm\operatorname{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*

  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$;

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$;

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0,y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$ *csúcsú háromszög területe:*

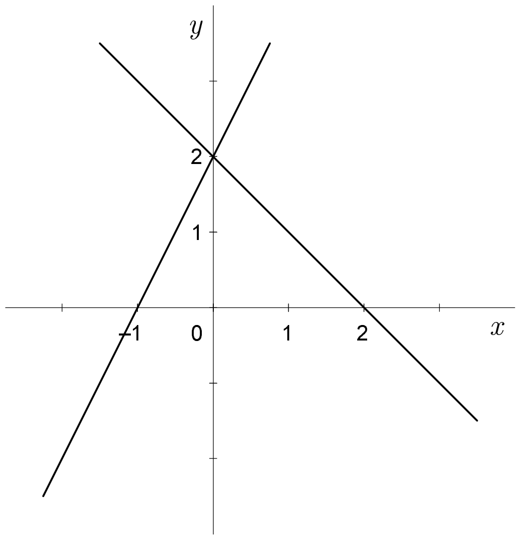
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- *Integrálok:*

  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$

01. V koordinatnem sistemu sta narisani dve premici. Zapišite njuni enačbi in izračunajte ploščino trikotnika, ki ga oklepata premici z osjo x .

Az adott koordináta-rendszerbe két egyenest rajzoltunk. Írja fel az egyenletüket, majd számítsa ki azon háromszög területét, amelyet e két egyenes az x *-tengellyel zár körül!*

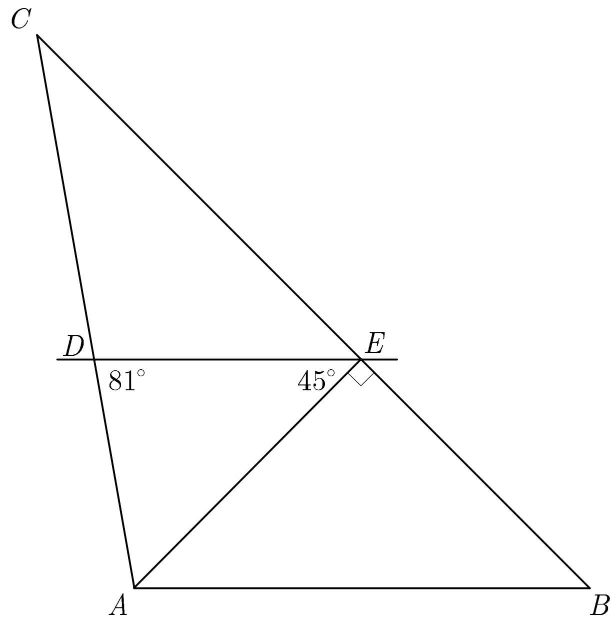
(6 točk/pont)



02. Na sliki je $DE \parallel AB$, $\sphericalangle DEA = 45^\circ$, $\sphericalangle ADE = 81^\circ$ in daljica AE višina na stranico BC trikotnika ABC. Izračunajte notranje kote α, β in γ trikotnika ABC. Izračunajte tudi dolžino stranice AB, če je $|BE| = 3\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$.

Az ábrán látható a $DE \parallel AB$, $\sphericalangle DEA = 45^\circ$, $\sphericalangle ADE = 81^\circ$ és az ABC háromszögben levő AE szakasz, amely a BC oldal magasságvonala. Számítsa ki az ABC háromszög belső szögeit! Számítsa ki még az AB oldal hosszúságát is, ha $|BE| = 3\sqrt{2}\ \mathrm{cm}$!

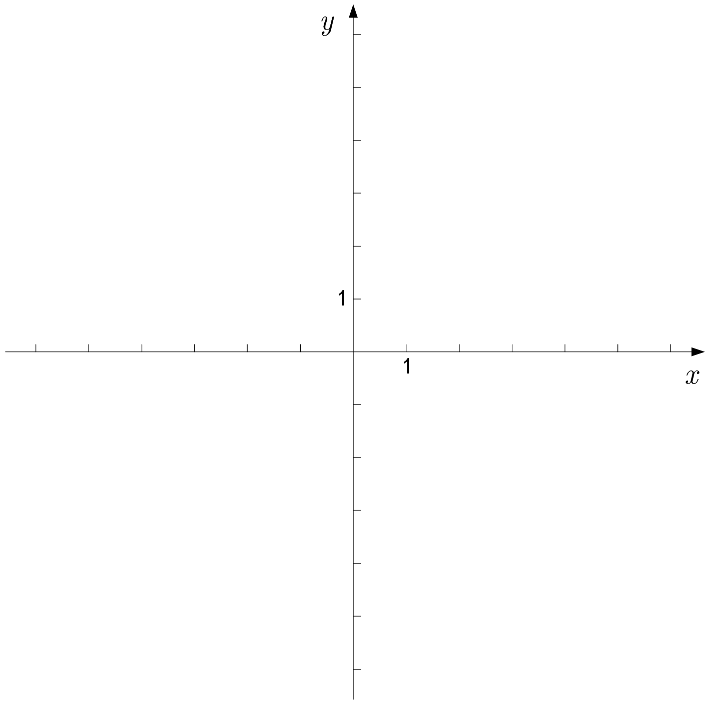
(8 točk/pont)



03. Narišite graf funkcije $f(x) = -x^2 - 2x + 3$. Zapišite interval, na katerem je funkcija padajoča.

Rajzolja meg az $f(x) = -x^2 - 2x + 3$ *függvény grafikonját! Írja fel a függvény fogyási intervallumát!*

(8 točk/pont)



04. Naj bosta x_1 in x_2 rešitvi enačbe $\sqrt{2}x^2 - 4x - 2\sqrt{2} = 0$. Izračunajte vrednost izraza $(x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2$.

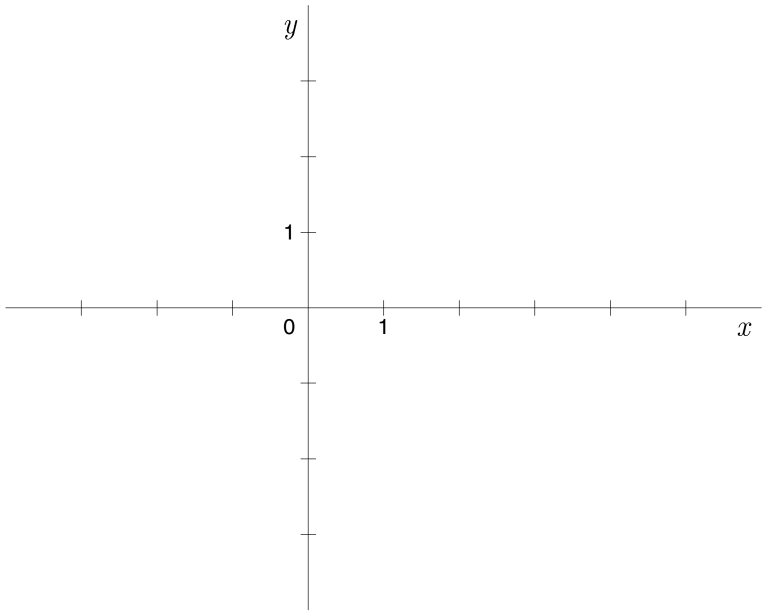
Legyenek x_1 *és* x_2 *a* $\sqrt{2}x^2 - 4x - 2\sqrt{2} = 0$ *egyenlet megoldásai. Számítsa ki az* $(x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2$ *kifejezés értékét!*

(6 točk/pont)

05. Kvadratu z oglišči $A(0,-2)$, $B(4,-2)$, $C(4,2)$ in $D(0,2)$ včrtamo in očrtamo krožnico. Za vsako od krožnic zapišite središče, polmer in enačbo krožnice. Narišite skico v dani koordinatni sistem.

Az $A(0,-2)$, $B(4,-2)$, $C(4,2)$ *és* $D(0,2)$ *csúcsú négyzetbe és a négyzet köré kört írunk. Írja fel mindkét kör középpontját, sugarát és egyenletét! Az adott koordináta-rendszerben rajzolja meg az ábrát!*

(6 točk/pont)



06. Zapišite prve tri člene zaporedja s splošnim členom $a_n = 100 - 2n$. Dokažite, da je zaporedje aritmetično, in izračunajte vsoto prvih 5000 členov.

Írja fel az $a_n = 100 - 2n$ *általános tagú sorozat első három tagját! Bizonyítsa, hogy a sorozat számtani sorozat, majd számítsa ki az első* 5000 *tag összegét!*

(7 točk/pont)

07. Kompleksno število $(5-10\mathrm{i})^2 \cdot (2+\mathrm{i})^{-1}$ zapišite v obliki $a+b\mathrm{i}$; $a,b \in \mathbb{R}$.

Az $(5-10\mathrm{i})^2 \cdot (2+\mathrm{i})^{-1}$ *komplex számot írja fel* $a+b\mathrm{i}$ *alakban;* $a,b \in \mathbb{R}$*!*

(7 točk/pont)

08. Zapišite enačbo tangente na graf funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$ v točki z absciso $x = -1$.

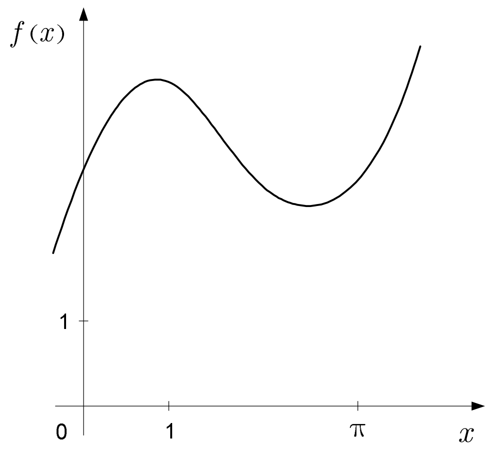
Írja fel az $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$ *függvény azon érintőjét, amely az* $x = -1$ *abszciszájú pontban van!*

(6 točk/pont)

09. Izračunajte ploščino lika med grafom funkcije $f(x) = 2x + 3\cos x$ (na sliki), abscisno osjo in premicama $x = 0$ in $x = \pi$.

Számítsa ki azon síkidom területét, amelyet az $f(x) = 2x + 3\cos x$ függvény grafikonja (az ábrán), az abszcisszatengely, az $x = 0$ és az $x = \pi$ egyenesek határolnak!

(6 točk/pont)



10. Izračunajte presečišče grafov funkcij $f(x) = 2^x$ in $g(x) = 65 \cdot 2^x - 1$.

Számítsa ki az $f(x) = 2^x$ *és a* $g(x) = 65 \cdot 2^x - 1$ *függvény grafikonjainak metszéspontját!*

(6 točk/pont)

11. Dana je funkcija $f(x)=\tan\left(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{6}\right)$. Zapišite definicijsko območje, izračunajte ničle in presečišče grafa z ordinatno osjo.

Adott az $f(x)=\tan\left(\frac{2x}{3}-\frac{\pi}{6}\right)$ *függvény. Írja fel az értelmezési tartományát, számítsa ki a zérushelyeit és a grafikon metszéspontját az ordinátatengellyel!*

(8 točk/pont)

12. Kot med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$ meri 60°. Skalarni produkt vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{b}$ je enak 15, skalarni produkt vektorjev $\vec{a}$ in $\vec{a}+\vec{b}$ pa 51. Izračunajte dolžino vektorja $\vec{a}$ in dolžino vektorja $\vec{b}$.

    Az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok által közbezárt szög 60°. Az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok skaláris szorzata 15, az $\vec{a}$ és az $\vec{a}+\vec{b}$ vektorok skaláris szorzata pedig 51. Számítsa ki az $\vec{a}$ és a $\vec{b}$ vektorok hosszúságát!

(6 točk/pont)

PRAZNA STRAN

ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL