



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



JESENSKI ROK

MATEMATIKA

Izpitna pola 1

Višja raven

Ponedeljek, 29. avgust 2005 / 90 minut

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:

kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo. Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Naloge, pisane z navadnim svinčnikom, nejasne in nečitljive rešitve se ovrednotijo z nič (0) točkami. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)];$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)];$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

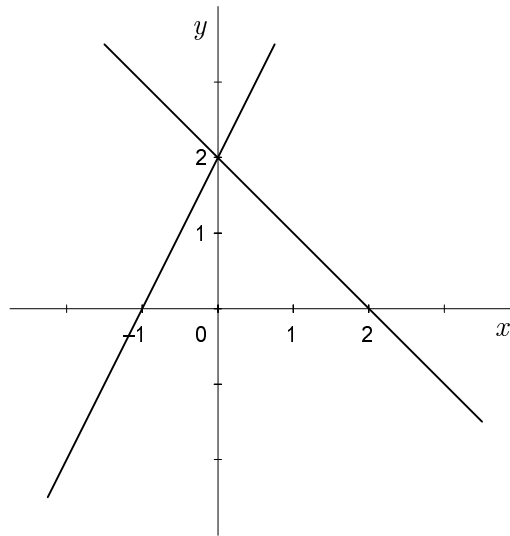
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos.
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

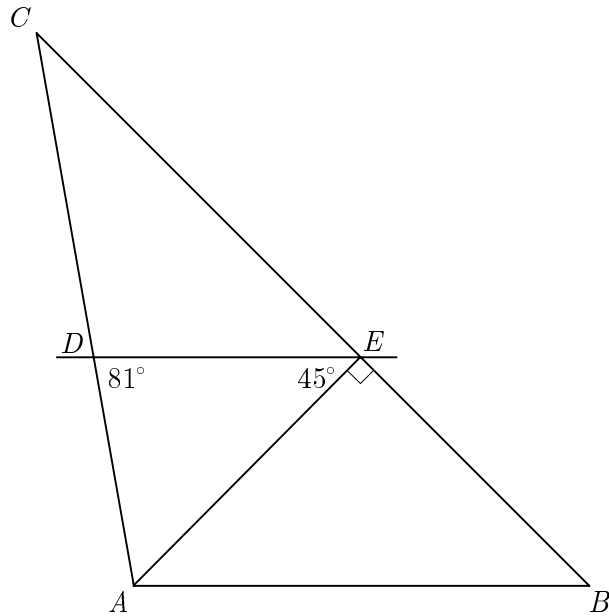
01. V koordinatnem sistemu sta narisani dve premici. Zapišite njuni enačbi in izračunajte ploščino trikotnika, ki ga oklepata premici z osjo x .

(6 točk)



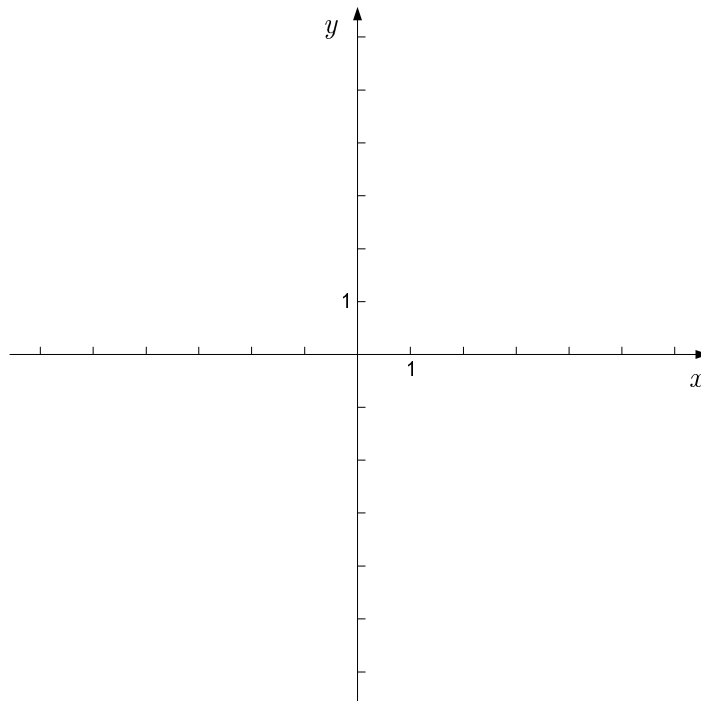
02. Na sliki je $DE \parallel AB$, $\sphericalangle DEA = 45^\circ$, $\sphericalangle ADE = 81^\circ$ in daljica AE višina na stranico BC trikotnika ABC . Izračunajte notranje kote α , β in γ trikotnika ABC . Izračunajte tudi dolžino stranice AB , če je $|BE| = 3\sqrt{2}$ cm.

(8 točk)



03. Narišite graf funkcije $f(x) = -x^2 - 2x + 3$. Zapišite interval, na katerem je funkcija padajoča.

(8 točk)

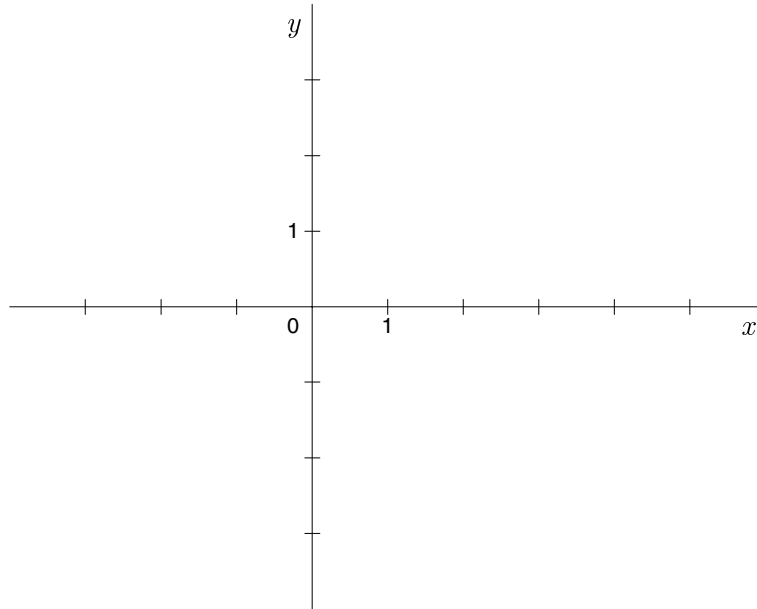


04. Naj bosta x_1 in x_2 rešitvi enačbe $\sqrt{2}x^2 - 4x - 2\sqrt{2} = 0$. Izračunajte vrednost izraza $(x_1 + x_2)^2 + 2x_1x_2$.

(6 točk)

05. Kvadratu z oglišči $A(0, -2)$, $B(4, -2)$, $C(4, 2)$ in $D(0, 2)$ včrtamo in očrtamo krožnico. Za vsako od krožnic zapišite središče, polmer in enačbo krožnice. Narišite skico v dani koordinatni sistem.

(6 točk)



06. Zapišite prve tri člene zaporedja s splošnim členom $a_n = 100 - 2n$. Dokažite, da je zaporedje aritmetično, in izračunajte vsoto prvih 5000 členov.

(7 točk)

07. Komplexno število $(5 - 10i)^2 \cdot (2 + i)^{-1}$ zapišite v obliki $a + bi$; $a, b \in \mathbb{R}$.

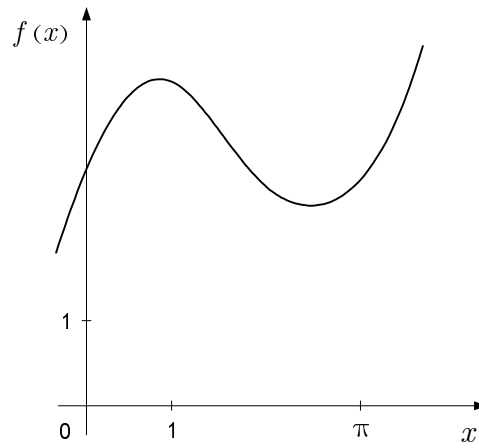
(7 točk)

08. Zapišite enačbo tangente na graf funkcije $f(x) = \sqrt[3]{x} + 2$ v točki z absciso $x = -1$.

(6 točk)

09. Izračunajte ploščino lika med grafom funkcije $f(x) = 2x + 3 \cos x$ (na sliki), abscisno osjo in premicama $x = 0$ in $x = \pi$.

(6 točk)



10. Izračunajte presečišče grafov funkcij $f(x) = 2^x$ in $g(x) = 65 \cdot 2^x - 1$.

(6 točk)

11. Dana je funkcija $f(x) = \tan\left(\frac{2x}{3} - \frac{\pi}{6}\right)$. Zapišite definicijsko območje, izračunajte ničle in presečišče grafa z ordinatno osjo.

(8 točk)

12. Kot med vektorjema \vec{a} in \vec{b} meri 60° . Skalarni produkt vektorjev \vec{a} in \vec{b} je enak 15, skalarni produkt vektorjev \vec{a} in $\vec{a} + \vec{b}$ pa 51. Izračunajte dolžino vektorja \vec{a} in dolžino vektorja \vec{b} .

(6 točk)

PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN