



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 0 6 1 4 0 2 1 1

SPOMLADANSKI ROK

# MATEMATIKA

Izpitna pola 1

Višja raven

Četrtek, 1. junij 2006 / 90 minut

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:*

*kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo. Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

SPLOŠNA MATURA

## NAVODILA KANDIDATU

**Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!**

**Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

**Rešitev nalog v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.**

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

01. Rešite enačbe:

a)  $4^x = \frac{1}{2}$

b)  $\log_4 x = \frac{1}{2}$

c)  $\cos x = \frac{1}{2}$

(7 točk)

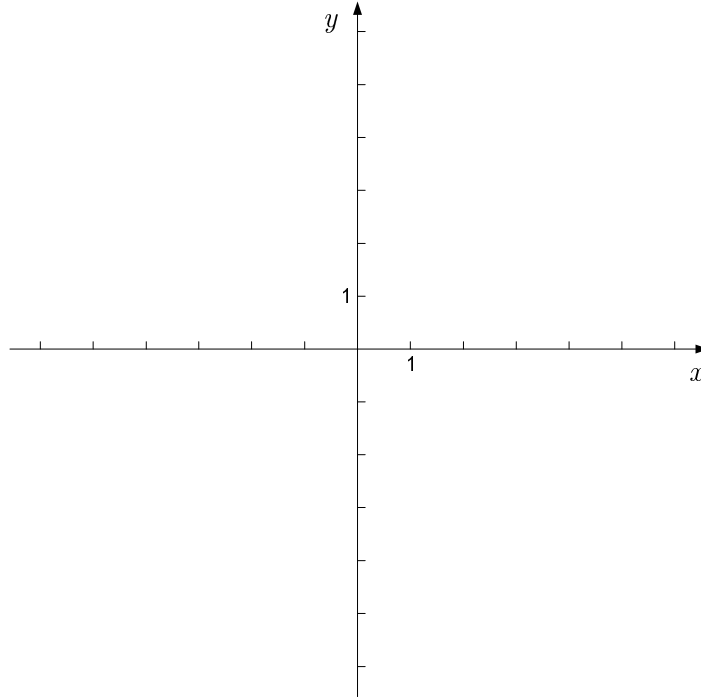
02. V spodnjih treh vrsticah imamo zapisane člene treh aritmetičnih zaporedij. V prazne okvirčke zapišite manjkajoče člene teh zaporedij. Na koncu vsake vrstice zapišite diferenco  $d$  zaporedja te vrstice.

(7 točk)

$$\begin{array}{rcccccc} 2, & 5, & 8, & 11, & \square & \dots & d = \square \\ -5, & \square, & 3, & 7, & 11 & \dots & d = \square \\ 11, & \square, & 1, & \square, & -9 & \dots & d = \square \end{array}$$

03. Narišite graf funkcije  $f(x) = \frac{2x-1}{x+2}$ . Zapišite ničlo, pol, vodoravno asimptoto in presečišče grafa z ordinatno osjo.

(6 točk)

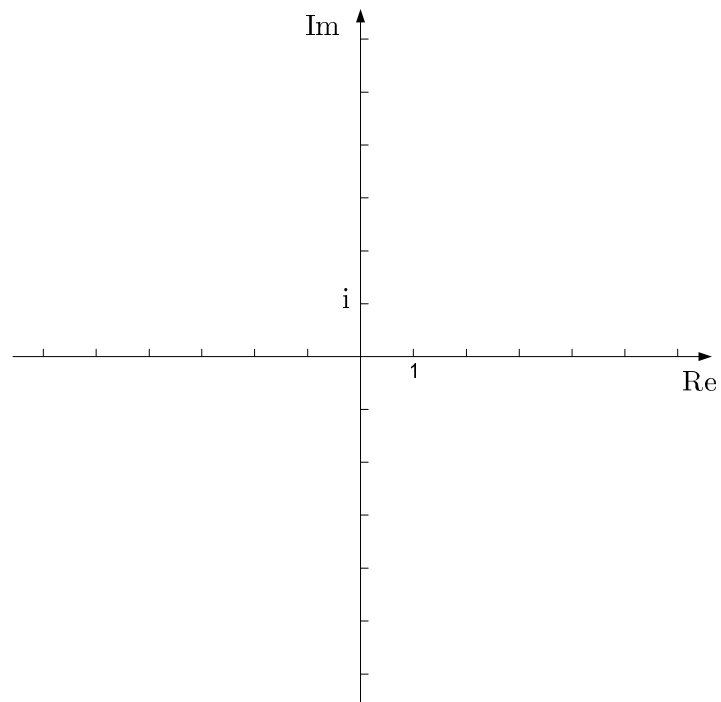


04. Izračunajte določeni integral  $\int_0^{\frac{\pi}{6}} (6 \cos x + 1) dx$ . Zapišite točen rezultat.

*(7 točk)*

05. Narišite število  $z = 10i^{2006} (1 - 2i)^{-1}$  v kompleksni ravnini.

(8 točk)



06. Zapišite enačbi tistih dveh tangent na graf funkcije  $f(x) = x^3 - x$ , ki sta vzporedni premici  $2x - y - 3 = 0$ .

(8 točk)

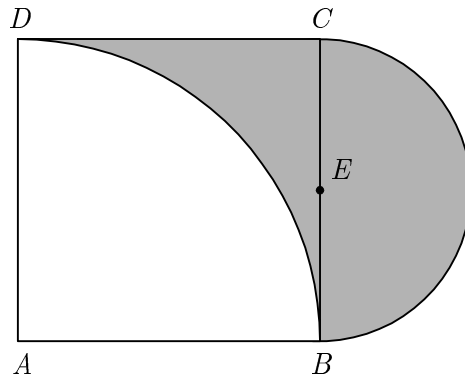


07. Marko je v cvetličarni za nakup 7 vrtnic in 3 orhidej plačal 4700 SIT . Sandi je v isti cvetličarni za nakup 3 vrtnic in 5 orhidej plačal 4800 SIT . Koliko stane ena vrtnica in koliko ena orhideja?

*(5 točk)*

08. Stranica  $a$  kvadrata  $ABCD$  meri 4 enote. Narisana sta dva krožna loka (glejte sliko). En krožni lok ima središče v točki  $A$ , drugi pa v razpolovišču  $E$  stranice  $BC$ . Izračunajte natančno ploščino osenčenega lika na sliki.

(6 točk)



09. Črke imena HUBERT naključno razporedimo v ravno vrsto, vsako črko uporabimo natanko enkrat. Izračunajte verjetnost dogodkov:

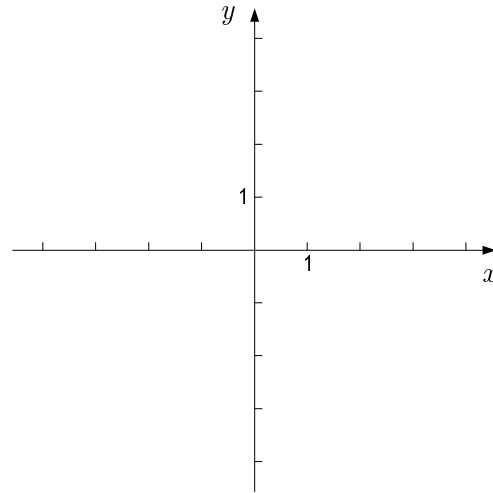
A – sestavljena beseda se začne s črko T in

B – sestavili smo besedo TREBUH.

*(5 točk)*

10. Funkcija  $f$  je dana s predpisom  $f(x) = \begin{cases} 1; & x \leq 1 \\ x; & x > 1 \end{cases}$ . Narišite graf in izračunajte ploščino lika med grafom in abscisno osjo na intervalu  $[0, 2]$ .

(8 točk)



11. Dana sta vektorja  $\vec{a} = (2, -1, 3)$  in  $\vec{b} = (1, -2, 5)$ . Izračunajte njun skalarni produkt. Izračunajte vektor  $\vec{x} = 2\vec{a} - \vec{b}$ . Izračunajte točno vrednost dolžine vektorja  $\vec{x}$ .

(6 točk)

12. Kvadratna funkcija ima vodilni koeficient  $a = 1$ , eno od ničel  $x_1 = 3$  in ekstremno vrednost za  $x = 1$ . Zapišite to funkcijo.

*(7 točk)*

PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN