Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 0 6 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI ROK
ŐSZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola 1
1. feladatlap
Osnovna raven
Alapszint

Ponedeljek, 28. avgust 2006 / 120 minut
2006. augusztus 28., hétfő / 120 perc

*Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko,
žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja,
šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.*

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát,
radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2
háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelöt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.*

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani.
A feladatlap terjedelme 16 oldal.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte**. Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 3 in 4 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg, éspedig azon az oldalon, ahol a feladat található! ***Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át!***

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! ***A rossz válaszait húzza át!*** *A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a köztes számításokkal és következtetésekkel együtt!*

A 3. és 4. oldalon található azoknak a képleteknek a standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de egy részük talán segítségére lesz a feladatok megoldásában.

A feladatlapra nem szabad ceruzával írni a megoldásokat!. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bízzon önmagában és képességeiben!

Összesen 80 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\operatorname{tg}(x+y)=\dfrac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\operatorname{tg}x\pm\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\operatorname{ctg}x\pm\operatorname{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\dfrac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc\,sin}\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\operatorname{tg}\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\operatorname{tg}(x+y)=\frac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\operatorname{tg}x\pm\operatorname{tg}y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\operatorname{ctg}x\pm\operatorname{ctg}y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$;
  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$;
  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0, y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*
  $d\left(T_0, p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$ *csúcsú háromszög területe:*
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:*
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$

01. Izračunajte presečišči parabole $y=-x^2+2x+3$ in premice $y=x+1$.

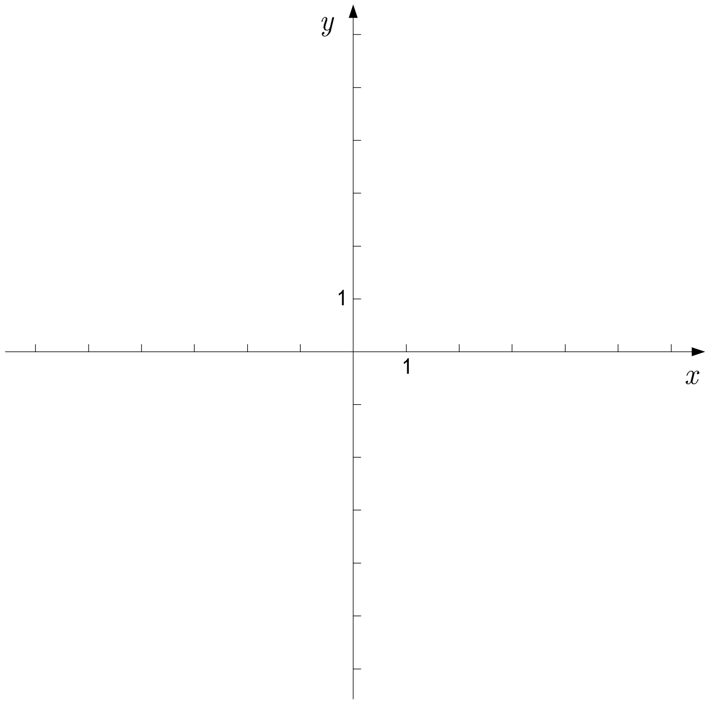
Számítsa ki az $y=-x^2+2x+3$ *parabola és az* $y=x+1$ *egyenes metszéspontjait.*

(6 točk/pont)

02. V koordinatni sistem narišite premice z enačbami $3+x=0$, $2+y=0$ in $x-y=3$ in izračunajte ploščino trikotnika, ki ga oklepajo.

Ábrázolja a $3+x=0$ *,* $2+y=0$ *és* $x-y=3$ *egyeneseket a koordinátarendszerben, és számítsa ki az általuk meghatározott háromszög területét.*

(7 točk/pont)



03. Dana je funkcija $f(x)=\sqrt{3x+4}$. Izračunajte $f(4)$ in $f\left(\frac{3}{4}\right)$. Zapišite definicijsko območje funkcije f .

Adott az $f(x)=\sqrt{3x+4}$ *függvény. Számítsa ki az* $f(4)$ *és* $f\left(\frac{3}{4}\right)$ *értékét. Írja fel az* f *függvény értelmezési tartományát.*

(5 točk/pont)

04. Rešite enačbo $\log_3(x+71)+\log_3(x-9)-\log_3(x-1)=2$.

Oldja meg a $\log_3(x+71)+\log_3(x-9)-\log_3(x-1)=2$ *egyenletet.*

(7 točk/pont)

05. Aleš, Boris, Maja, Nina in Tina se naključno postavijo v vrsto za vstopnice. Kolikšna je verjetnost dogodka A, da stojijo dekleta na začetku vrste?

Aleš, Boris, Maja, Nina és Tina véletlenszerűen állnak sorba a belépőkért. Mekkora a valószínűsége annak az A eseménynek, hogy a lányok a sor elején állnak?

(6 točk/pont)

06. Višina romba $ABCD$ meri 9. Kot ob osnovnici je $\sphericalangle DAB = \alpha = 30^\circ$. Izračunajte točno dolžino stranice in točno dolžino daljše diagonale romba. Narišite skico.

Az $ABCD$ rombusz magassága 9. Az alapnál levő szög $\sphericalangle DAB = \alpha = 30^\circ$. Számítsa ki pontosan a rombusz oldalát és a hosszabb átlóját. Rajzolja meg az ábrát.

(8 točk/pont)

07. Dana sta vektorja $\vec{a}=(-3,1)$ in $\vec{b}=(2,4)$. Zapišite vektor $2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$, izračunajte skalarni produkt $\vec{a}\cdot\vec{b}$ in kot α med vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$. Velikost kota zaokrožite na stotinko stopinje natančno.

Adottak az $\vec{a}=(-3,1)$ *és* $\vec{b}=(2,4)$ *vektorok. Írja fel a* $2\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}$ *vektort, számítsa ki az* $\vec{a}\cdot\vec{b}$ *skaláris szorzatot, és az* α *szöget az* $\vec{a}$ *és* $\vec{b}$ *vektor között. A szög nagyságát kerekítse századfok pontossággal.*

(8 točk/pont)

08. Če števec nekega ulomka zmanjšamo za 3, imenovalec pa pomnožimo z 2, dobimo število $\frac{2}{7}$. Če števec istega ulomka pomnožimo z 2, imenovalec pa zmanjšamo za 3, dobimo število 2. Kateri ulomek je to?

Ha egy tört számlálóját csökkentjük 3-mal, nevezőjét pedig szorozzuk 2-vel, a $\frac{2}{7}$ számot kapjuk. Ha ugyanezen tört számlálóját szorozzuk 2-vel és nevezőjét csökkentjük 3-mal, akkor a 2 számot kapjuk. Melyik ez a tört?

(7 točk/pont)

09. V množici kompleksnih števil rešite enačbo $(1+\mathrm{i})\,z+2\mathrm{i}=1$. Zapišite realni in imaginarni del rešitve.

A komplex számok halmazán oldja meg az $(1+\mathrm{i})\,z+2\mathrm{i}=1$ *egyenletet. Írja fel a megoldás valós és imaginárius részét.*

(7 točk/pont)

10. Določite število a tako, da bo ostanek pri deljenju polinoma $p(x) = x^3 - 2x + a$ s polinomom $q(x) = x - 3$ enak 4. Zapišite količnik $k(x)$ pri tem deljenju.

Határozza meg az a számot úgy, hogy a $p(x) = x^3 - 2x + a$ polinomnak a $q(x) = x - 3$ polinommal való osztása során keletkezett osztási maradék 4 legyen. Írja fel ennek az osztásnak a $k(x)$ hányadosát.

(6 točk/pont)

11. Dana je funkcija $f(x) = \sin 3x + 4\cos x$. Izračunajte njen odvod in dokažite enakost $f\left(\frac{\pi}{6}\right) - f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3 + 2\sqrt{3}$.

Adott az $f(x) = \sin 3x + 4\cos x$ *függvény. Deriválja a függvényt, és bizonyítsa, hogy* $f\left(\frac{\pi}{6}\right) - f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3 + 2\sqrt{3}$.

(6 točk/pont)

12. Narišite graf funkcije $f(x)=\begin{cases} x^2 & ; \quad x<0 \\ 0 & ; \quad 0\le x\le 1 \\ x-1; & \quad x>1 \end{cases}$. Izračunajte $\int\limits_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$.

Ábrázolja az $f(x)=\begin{cases} x^2 & ; \quad x<0 \\ 0 & ; \quad 0\le x\le 1 \\ x-1; & \quad x>1 \end{cases}$ *függvény grafikonját. Számítsa ki az* $\int\limits_{-2}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x$ *értékét.*

(7 točk/pont)