Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 0 6 2 4 0 2 1 2 M

JESENSKI ROK
ŐSZI IDŐSZAK

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap
Višja raven
Emelt szint

Ponedeljek, 28. avgust 2006 / 90 minut
2006. augusztus 28., hétfő / 90 perc

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:
kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelöt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne.
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 12, 13 in 14 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 3 in 4 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40

Želimo Vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!

Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!

Ez a feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg! A megoldást a szöveg alá és a következő oldalra írja! A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon!
Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át.

Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! ***A rossz válaszait húzza át!*** *A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a köztes számításokkal és következtetésekkel együtt.*

A 3. és 4. oldalon található azon képletek standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de egy részük talán segítségére lehet a feladatok megoldásában.

A feladatlapra nem szabad ceruzával írni a megoldásokat! Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bízzon önmagában és képességeiben!

Összesen 40 pont érhető el.

Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a+b)\left(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - .... + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\mathrm{tg}\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x = 3\sin x - 4\sin^3 x$, $\cos 3x = 4\cos^3 x - 3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

  $\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

  $\mathrm{tg}(x+y) = \frac{\mathrm{tg}x + \mathrm{tg}y}{1 - \mathrm{tg}x\,\mathrm{tg}y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\mathrm{tg}x \pm \mathrm{tg}y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\mathrm{ctg}x \pm \mathrm{ctg}y = \frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

  $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

  $S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2} = \frac{1}{a}\,\mathrm{arctg}\,\frac{x}{a} + C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}} = \mathrm{arc\,sin}\,\frac{x}{a} + C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\dfrac{abc}{4S}$, $r=\dfrac{S}{s}$, $s=\dfrac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\dfrac{x}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\dfrac{x}{2}=\pm\sqrt{\dfrac{1+\cos x}{2}}$; $\operatorname{tg}\dfrac{x}{2}=\dfrac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\operatorname{tg}(x+y)=\dfrac{\operatorname{tg}x+\operatorname{tg}y}{1-\operatorname{tg}x\operatorname{tg}y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\dfrac{x+y}{2}\cos\dfrac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\dfrac{x+y}{2}\sin\dfrac{x-y}{2}$

  $\operatorname{tg}x\pm\operatorname{tg}y=\dfrac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\operatorname{ctg}x\pm\operatorname{ctg}y=\dfrac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$;

  $\cos x\cos y=\dfrac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$;

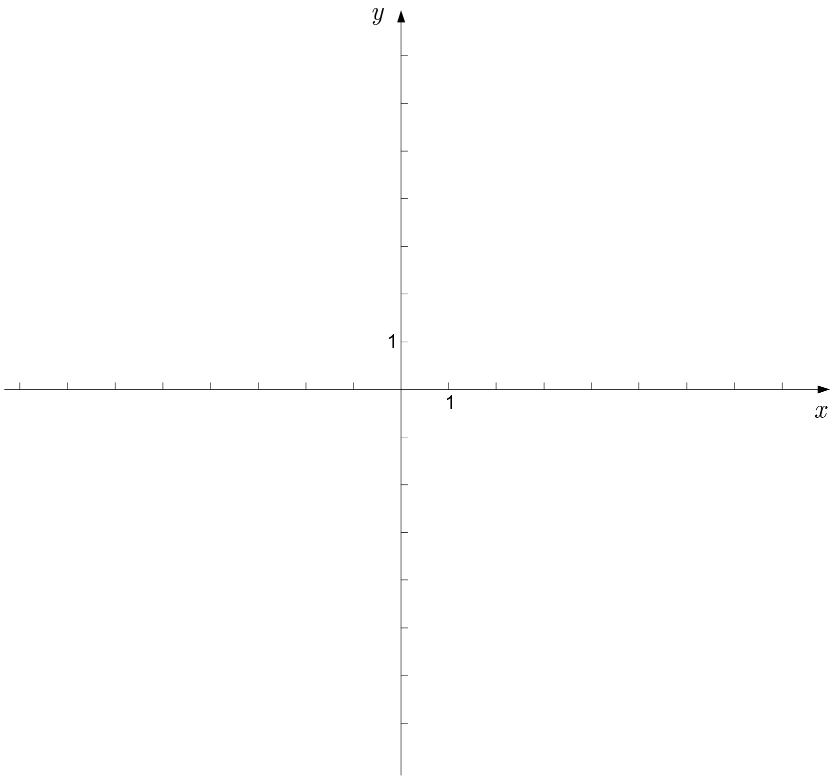
  $\sin x\cos y=\dfrac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0, y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*
  $d\left(T_0, p\right)=\left|\dfrac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$ *csúcsú háromszög területe:*
  $S=\dfrac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\dfrac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\dfrac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\dfrac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:*
  $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arctg}\frac{x}{a}+C$, $\displaystyle\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arcsin\frac{x}{a}+C$

01. Dani sta funkciji $f(x)=x^3-3x+2$ in $g(x)=x^2-2x$.

Adottak az $f(x)=x^3-3x+2$ *és* $g(x)=x^2-2x$ *függvények.*

a) Izračunajte ničli funkcije f in točki, v katerih doseže funkcija f lokalna ekstrema. Narišite graf funkcije f .
Számítsa ki az f *függvény zérushelyeit és azt a két pontját, ahol az* f *függvény felveszi a lokális szélsőértékét. Ábrázolja az* f *függvény grafikonját.*

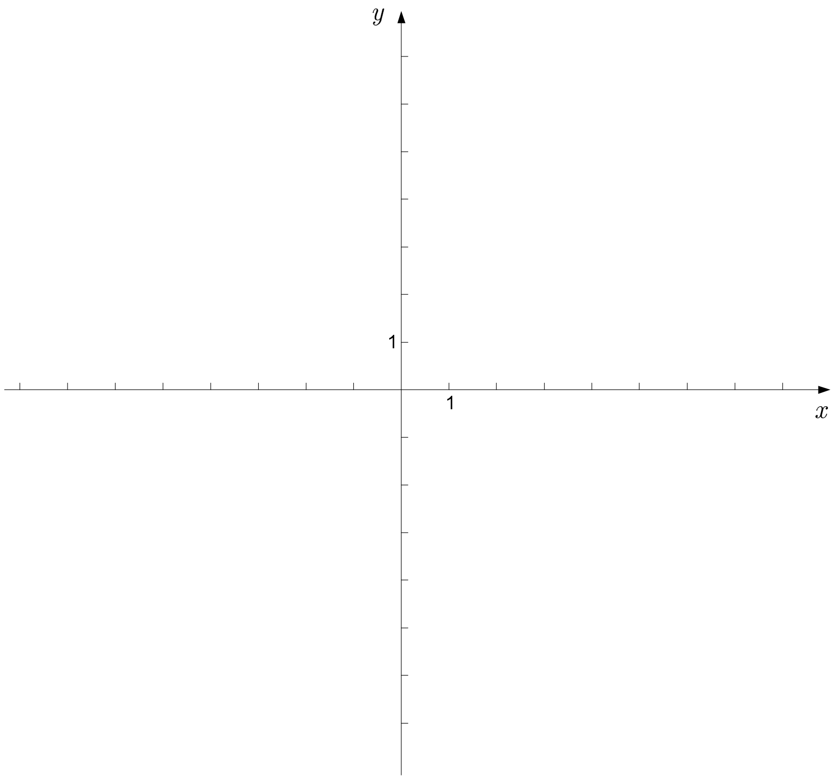
(6 točk/pont)



b) Narišite graf racionalne funkcije $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$. (Stacionarnih točk ni treba računati.)

Ábrázolja a $h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$ *racionális törtfüggvény grafikonját. (Stacionárius pontokat nem szükséges számítania.)*

(4 točke/pont)



c) Izračunajte ničli funkcije $u(x) = g(|x+1|) - 3$.

Számítsa ki az $u(x) = g(|x+1|) - 3$ *függvény zérushelyeit.*

(5 točk/pont)

02. Naj bo $\frac{x+1}{x}+\left(\frac{x+1}{x}\right)^2+\left(\frac{x+1}{x}\right)^3+\ ...\ (x\neq 0,\ x\neq -1)$ neskončna geometrijska vrsta.

Legyen az $\frac{x+1}{x}+\left(\frac{x+1}{x}\right)^2+\left(\frac{x+1}{x}\right)^3+\ ...\ (x\neq 0,\ x\neq -1)$ *egy végtelen mértani sor.*

a) Izračunajte točno vsoto vrste za $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Számítsa ki a sor pontos összegét $x=-\frac{\sqrt{3}}{2}$ *esetén.*

(4 točke/pont)

b) Za katero število x je vsota vrste enaka 1?
Melyik x *esetén lesz a sor összege* 1*?*

(3 točke/pont)

c) Izračunajte, za katere vrednosti x je dana vrsta konvergentna.
Számítsa ki, hogy az adott sor mely x *értékek esetén konvergens.*

(5 točk/pont)

03. V pravokotnikih, ki nastopajo v naslednjih nalogah, označimo $|AB| = a$ in $|BC| = b$.

A következő feladatokban szereplő téglalapokra a következő jelölések érvényesek: $|AB| = a$ *és* $|BC| = b$.

a) Obseg pravokotnika meri 880 cm. Izračunajte stranici a in b, tako da bo ploščina pravokotnika največja.
A téglalap kerülete 880 cm. *Számítsa ki az* a *és* b *oldalakat úgy, hogy a téglalap területe a lehető legnagyobb legyen.*

(4 točke/pont)

b) Pravokotnik ($a = 8 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$) zavrtimo za 360° okrog osi zunaj pravokotnika, ki je vzporedna stranici BC in od nje oddaljena za $d = 2 \text{ cm}$. Izračunajte prostornino in površino vrtenine. Rezultat naj bo točen.
A téglalapot ($a = 8 \text{ cm}$, $b = 3 \text{ cm}$*)* 360°*-kal elforgatjuk egy külső tengely körül, amely párhuzamos a* BC *oldallal, és attól* $d = 2 \text{ cm}$ *távolságra van. Számítsa ki a forgástest térfogatát és felszínét. Az eredmény legyen pontos.*

(5 točk/pont)

c) Točka M leži na stranici BC tako, da je $|BM| : |MC| = 1 : 3$. Presečišče daljice DM z diagonalo AC označimo s P. V kolikšnem razmerju deli točka P diagonalo AC? Zapišite razmerje $|AP| : |PC|$.
Az M *pont a* BC *oldalra úgy illeszkedik, hogy fennáll* $|BM| : |MC| = 1 : 3$. *A* DM *szakasz és az* AC *átló metszéspontját* P*-vel jelöljük. Milyen arányban osztja a* P *pont az* AC *átlót?*
Írja fel az $|AP| : |PC|$ *arányt.*

(4 točke/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL

PRAZNA STRAN
ÜRES OLDAL