



Državni izpitni center



JESENSKI ROK

MATEMATIKA

Osnovna in višja raven

REŠITVE NALOG
IN NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Ponedeljek, 28. avgust 2006

SPLOŠNA MATURA

IZPITNA POLA 1 – OSNOVNA IN VIŠJA RAVEN

01. Skupaj: 6 točk

1. način

Nastavek $-x^2 + 2x + 3 = x + 1$ 1 točka

Ureditev enačbe, npr. $x^2 - x - 2 = 0$ 1 točka

Razcep ali uporaba formule za rešitvi kvadratne enačbe * 1 točka

Rešitvi enačbe -1 in 2 (1+1) 2 točki

Točki $T_1(2, 3)$ in $T_2(-1, 0)$ ali njuni ordinati * 1 točka

2. način

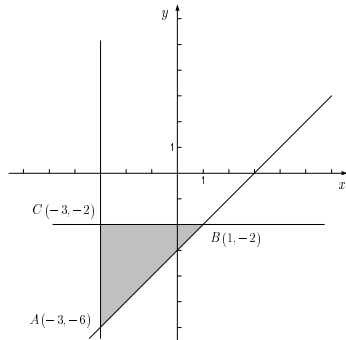
Pravilno narisani parabola in premica (1+1) 2 točki

Zapisani presečišči (1+1) 2 točki

Dokaz, da sta točki skupni obema grafoma (1+1) 2 točki

02. Skupaj: 7 točk

Pravilno narisane premice



..... (1+1+1) 3 točke

Zapis (uporaba) oglišč $A(-3, -6)$, $B(1, -2)$, $C(-3, -2)$ (vsaj dve oglišči ... 1 točka) ali

dolžini katet $a = 4$, $b = 4$ (1+1) 2 točki

Izračun ploščine $S = 8$ (uporaba ustrezne formule ... 1 točka) 2 točki

03. Skupaj: 5 točk

Vstavljanje vrednosti $x = 4$ ali $x = \frac{3}{4}$ 1 točka

Izračunana vrednost $f(4) = 4$ 1 točka

Izračunana vrednost $f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{5}{2}$ 1 točka

Definicijsko območje, npr. zapis $x \geq -\frac{4}{3}$ ali $\left[-\frac{3}{4}, \infty\right)$ 2 točki

(Le pravilen nastavek $3x + 4 \geq 0$... 1 točka, nepopolna rešitev $x > -\frac{4}{3}$... 1 točka.)

04. Skupaj: 7 točk

- Preoblikovanje enačbe, npr. $\log_3 \frac{(x+71)(x-9)}{(x-1)} = 2$ (1+1) 2 točki
- Uporaba definicije logaritma, npr. $\frac{(x+71)(x-9)}{(x-1)} = 3^2$ *1 točka
- Urejena kvadratna enačba $x^2 + 53x - 630 = 0$ 1 točka
- Rešitvi kvadratne enačbe $x_1 = 10$ in $x_2 = -63$ (1+1) 2 točki
(Le razcep ali poznavanje formule za rešitev ... 1 točka.)
- Ugotovitev, da druga rešitev odpade *1 točka

05. Skupaj: 6 točk

- Vse možnosti $n = 5!$ 2 točki
- Ugodne možnosti $m = 3!2!$ 2 točki
- Verjetnost $P(A) = \frac{3!2!}{5!} = \frac{1}{10}$ (1+1) 2 točki

06. Skupaj: 8 točk

- Skica romba (kot α je manjši od β) 1 točka
- Nastavek za izračun stranice, npr. $\sin \alpha = \frac{v}{a}$ 1 točka
- Izračunana stranica $a = 18$ (1+1) 2 točki

1. način

- Kot $\beta = 150^\circ$ 1 točka
- Zapis ali uporaba kosinusnega izreka za diagonalo $|AC|$ 1 točka
- Rezultat, npr. $|AC| = 18\sqrt{2 + \sqrt{3}}$ (*1+1) 2 točki

2. način

- Ugotovitev, da diagonalna razpolavlja kot 1 točka
- Zapis ali uporaba definicije sinusa ali kosinusa v ustreznih pravokotnih trikotnikih 1 točka
- Izračun, npr. $|AC| = \frac{v}{\sin \frac{\alpha}{2}} = \frac{9}{\sin 15^\circ}$ ali $|AC| = 2a \cos 15^\circ = 36 \cos 15^\circ$ *1 točka
- Rezultat, npr. $|AC| = \frac{18}{\sqrt{2 - \sqrt{3}}} = \frac{36}{\sqrt{6} - \sqrt{2}} = 9(\sqrt{6} + \sqrt{2})$ 1 točka

07. Skupaj: 8 točk

- Zapis $2\vec{a} = (-6, 2)$, $\frac{1}{2}\vec{b} = (1, 2)$ (1+1) 2 točki
- Rezultat $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b} = (-7, 0)$ *1 točka
- Rezultat $\vec{a} \cdot \vec{b} = -2$ (le formula za skalarni produkt v komponentah ... 1 točka) 2 točki
- Izražen $\cos \alpha$ 1 točka
- Dolžini $|\vec{a}| = \sqrt{10}$, $|\vec{b}| = \sqrt{20}$ 1 točka
- Izračun $\alpha \doteq 98,13^\circ$ 1 točka

08. Skupaj: 7 točk

Zapisan sistem enačb za iskani ulomek $\frac{x}{y}$, npr. $\frac{x-3}{2y} = \frac{2}{7}$ in $\frac{2x}{y-3} = 2$ (*1+1+1) 3 točke

Rešitev sistema enačb $x = 11$ in $y = 14$ (*1+1+1) 3 točke

Odgovor, npr. »To je ulomek $\frac{11}{14}$.« 1 točka

09. Skupaj: 7 točk1. način

Usmeritev v reševanje, npr. $(1+i)z = 1-2i$ 1 točka

Deljenje enačbe z $(1+i)$ oziroma zapis $z = \frac{1-2i}{1+i}$ 1 točka

Razširitev, npr. $z = \frac{(1-2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)}$ *1 točka

Rešitev enačbe, npr. $z = \frac{-1-3i}{2}$ (upoštevanje $i^2 = -1$... 1 točka) (1+1+1) 3 točke

Zapis, npr. $\operatorname{Re} z = -\frac{1}{2}$ in $\operatorname{Im} z = -\frac{3}{2}$ *1 točka

2. način

Vstavitev $z = x + iy$ v enačbo 1 točka

Množenje, npr. $(1+i)(x+iy) = x+ix+iy-y$ (upoštevanje $i^2 = -1$... 1 točka) 2 točki

Sistem enačb, npr. $x-y=1$, $x+y=-2$ (*1+*1) *2 točki

Rešitev enačbe, npr. $z = -\frac{1}{2} - \frac{3i}{2}$ (zadošča tudi $x = -\frac{1}{2}$, $y = -\frac{3}{2}$) 1 točka

Zapis, npr. $\operatorname{Re} z = -\frac{1}{2}$ in $\operatorname{Im} z = -\frac{3}{2}$ *1 točka

10. Skupaj: 6 točk1. način

Izračunan ostanek $a + 21$ 3 točke
(Vsak korak deljenja po 1 točko oz. zapisani koeficienti polinoma v Hornerjevi shemi ... 1 točka, vstavitev vrednosti 3 ... 1 točka.)

Izračunano število $a = -17$ 2 točki
(Le zapisana ali upoštevana enačba $a + 21 = 4$... *1 točka.)

Zapisan količnik $k(x) = x^2 + 3x + 7$ 1 točka

2. način

Ugotovitev, da je $p(3) = 4$ 2 točki

Izračunano število $a = -17$ 2 točki
(Le zapis enačbe, npr. $3^3 - 6 + a = 4$... 1 točka.)

Zapisan količnik $k(x) = x^2 + 3x + 7$ (*1+1) 2 točki

11. Skupaj: 6 točk

Izračunan odvod $f'(x) = 3 \cos 3x - 4 \sin x$ (1+1) 2 točki

Upoštevane vrednosti $\sin \frac{\pi}{2} = 1$, $\cos \frac{\pi}{2} = 0$, $\cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sin \frac{\pi}{6} = \frac{1}{2}$ 3 točke

(Le dve vrednosti 1 točka, le tri vrednosti 2 točki.)

Preverjena enakost.....1 točka

12. Skupaj: 7 točk

Narisan graf funkcije f (enoličnost in zveznost).....3 točke

(Le narisana grafa $y = x^2$ in $y = x - 1$... (1+1) 2 točki.)

Zapis, npr. $\int_{-2}^2 f(x) dx = \int_{-2}^0 x^2 dx + \int_0^1 0 dx + \int_1^2 (x-1) dx$ 1 točka

Izračunan integral $\int_{-2}^0 x^2 dx = \frac{8}{3}$ 1 točka

Izračunan integral $\int_1^2 (x-1) dx = \frac{1}{2}$ ali ploščina ustreznega trikotnika1 točka

Rezultat $\frac{19}{6}$ 1 točka

IZPITNA POLA 2 – VIŠJA RAVEN

01. Skupaj: 15 točk

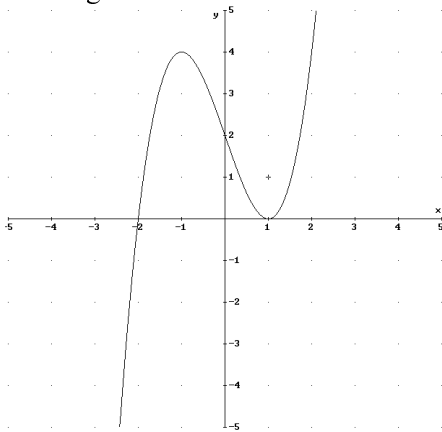
a) 6 točk

Izračunani ničli 1 in -2 (1+1) 2 točki

Izračunani stacionarni točki 1 in -1 (1+1) 2 točki

(Le upoštevan pogoj $f'(x) = 0$... 1 točka.)

Narisan graf



..... 2 točki

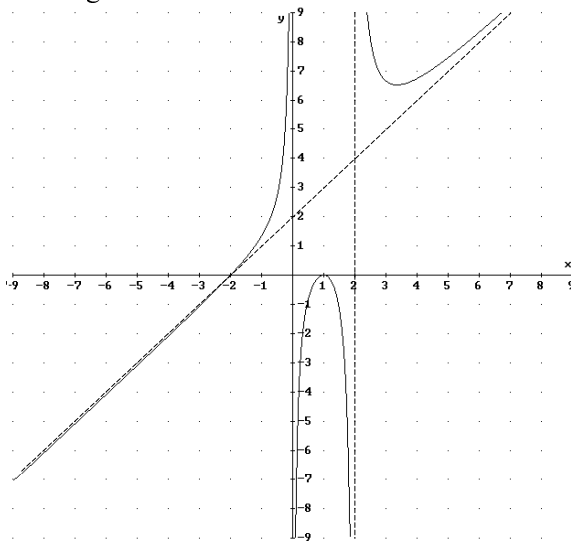
(Pravilen potek grafa, upoštevanje ničli in presečišče z osjo y ... 1 točka, pravilna ekstrema ... 1 točka.)

b) 4 točke

Izračunana ali upoštevana pola 0 in 2 1 točka

Zapisana enačba asimptote $y = x + 2$ ali upoštevana na grafu 1 točka

Narisan graf



..... (1+1) 2 točki

(Za izračunani ničli dobi kandidat točke v delu a te naloge. Za dve pravilni veji dobi kandidat 1 točko.)

c) 5 točk

- Zapisana funkcija $u(x) = (x+1)^2 - 2|x+1| - 3$ 1 točka
 Izračunani ničli 2 in -4 (1+1) 2 točki
 Utemeljitev, da sta to edini ničli 2 točki
 (Le pravi potek reševanja: postavitve pogojev in upoštevanje predznakov ... 1 točka.)

02. Skupaj: 12 točk**a) 4 točke**

- Izračun (zapis), npr. $a_1 = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$ 1 točka
 Zapis ali uporaba $q = \frac{3-2\sqrt{3}}{3}$ oziroma $q = a_1$ 1 točka
 Izračun $s = \frac{3-2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}-2}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - 1$ (uporaba formule ... 1 točka) 2 točki

b) 3 točke

- Nastavek enačbe, npr. $\frac{\frac{x+1}{x}}{1-\frac{x+1}{x}} = 1$ (samo, npr. $\frac{a_1}{1-q} = 1$... 1 točka) 2 točki
 Rešitev $x = -2$ 1 točka

c) 5 točk

- Zapis pogoja $\left| \frac{x+1}{x} \right| < 1$ (le splošni pogoj $|q| < 1$ 1 točka) 2 točki
 Reševanje neenačbe 2 točki
 (Npr. grafično ali razdružitve v sistem dveh neenačb ... *1 točka; rešitve posameznih neenačb sistema, npr. $(x < -\frac{1}{2}) \vee (x > 0)$; $x < 0$... 1 točka.)
 Rezultat $x < -\frac{1}{2}$ in $x \neq -1$ (zadošča $x < -\frac{1}{2}$) 1 točka

03. Skupaj: 13 točk**a) 4 točke**

Zapis plosčine, npr. $S = a(440 - a)$ 2 točki

(Le povezava med stranicama, npr. $a + b = 440$... 1 točka.)

Izračun $a = b = 220$ cm (*1+1) 2 točki

b) 5 točk

Ugotovitev, da je nastala vrtenina valj z izrezanim valjem (uporaba ali skica).....1 točka

Zapis ali uporaba polmerov in višine, npr. $r_1 = 10$ cm, $r_2 = 2$ cm, $v = 3$ cm1 točka

Izračunan volumen $V = 288\pi$ cm³1 točka

Izračunana površina $P = 264\pi$ cm² (*1+1) 2 točki

c) 4 točke1. način

Zapis vektorja \overrightarrow{AP} na dva načina, npr.

$\overrightarrow{AP} = x(\vec{a} + \vec{b})$ in $\overrightarrow{AP} = \vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b} + y(-\vec{a} + \frac{3}{4}\vec{b})$ (1+1) 2 točki

Pravilno zapisan sistem enačb, npr. $x + y - 1 = 0$, $4x - 3y - 1 = 0$ 1 točka

Rezultat $|AP| : |PC| = 4 : 3$ 1 točka

2. način

Ugotovitev $\triangle APD \sim \triangle CPM$ 1 točka

Zapisano razmerje, npr. $\frac{|AP|}{|CP|} = \frac{|AD|}{|CM|}$ 1 točka

Upoštevanje, da je $|CM| = \frac{3}{4}|AD| = \frac{3}{4}b$ 1 točka

Rezultat $|AP| : |PC| = 4 : 3$ 1 točka