



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



JESENSKI ROK

MATEMATIKA

Izpitna pola 1

Višja raven

Ponedeljek, 28. avgust 2006 / 90 minut

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:

kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepni računalnik brez grafičnega zaslona in brez možnosti simboličnega računanja, šestilo in 2 trikotnika, lahko tudi ravnilo. Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev nalog v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

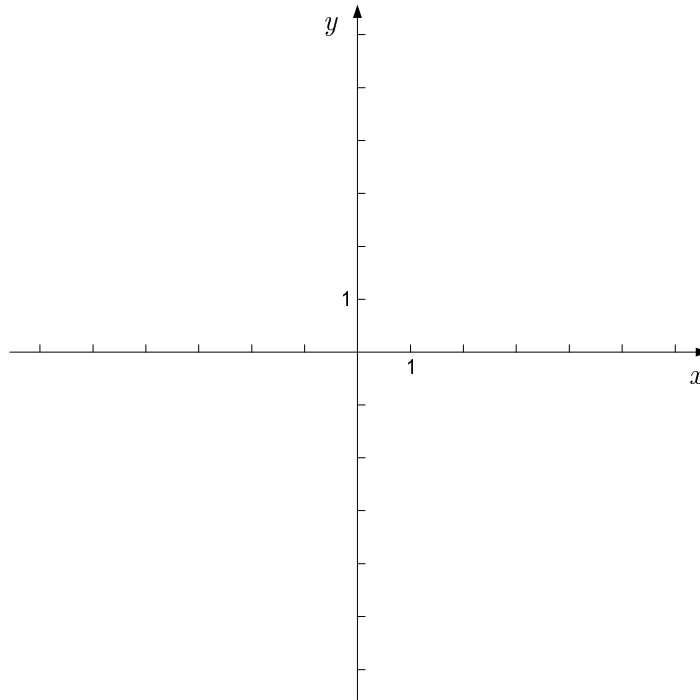
$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$$

01. Izračunajte presečišči parabole $y = -x^2 + 2x + 3$ in premice $y = x + 1$.

(6 točk)

02. V koordinatni sistem narišite premice z enačbami $3 + x = 0$, $2 + y = 0$ in $x - y = 3$ in izračunajte ploščino trikotnika, ki ga oklepajo.

(7 točk)



03. Dana je funkcija $f(x) = \sqrt{3x+4}$. Izračunajte $f(4)$ in $f\left(\frac{3}{4}\right)$. Zapišite definicijsko območje funkcije f .

(5 točk)

04. Rešite enačbo $\log_3(x + 71) + \log_3(x - 9) - \log_3(x - 1) = 2$.

(7 točk)

05. Aleš, Boris, Maja, Nina in Tina se naključno postavijo v vrsto za vstopnice. Kolikšna je verjetnost dogodka A , da stojijo dekleta na začetku vrste?

(6 točk)

06. Višina romba $ABCD$ meri 9. Kot ob osnovnici je $\sphericalangle DAB = \alpha = 30^\circ$. Izračunajte točno dolžino stranice in točno dolžino daljše diagonale romba. Narišite skico.

(8 točk)

07. Dana sta vektorja $\vec{a} = (-3, 1)$ in $\vec{b} = (2, 4)$. Zapišite vektor $2\vec{a} - \frac{1}{2}\vec{b}$, izračunajte skalarni produkt $\vec{a} \cdot \vec{b}$ in kot α med vektorjema \vec{a} in \vec{b} . Velikost kota zaokrožite na stotinko stopinje natančno.

(8 točk)

08. Če števec nekega ulomka zmanjšamo za 3, imenovalec pa pomnožimo z 2, dobimo število $\frac{2}{7}$. Če števec istega ulomka pomnožimo z 2, imenovalec pa zmanjšamo za 3, dobimo število 2. Kateri ulomek je to?

(7 točk)

09. V množici kompleksnih števil rešite enačbo $(1 + i)z + 2i = 1$. Zapišite realni in imaginarni del rešitve.

(7 točk)

10. Določite število a tako, da bo ostanek pri deljenju polinoma $p(x) = x^3 - 2x + a$ s polinomom $q(x) = x - 3$ enak 4. Zapišite količnik $k(x)$ pri tem deljenju.

(6 točk)

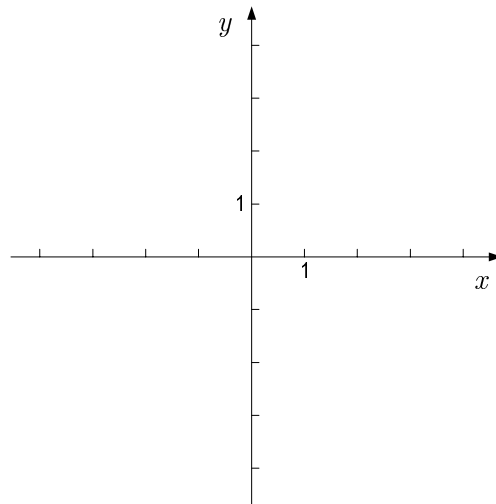
11. Dana je funkcija $f(x) = \sin 3x + 4 \cos x$. Izračunajte njen odvod in dokažite enakost

$$f\left(\frac{\pi}{6}\right) - f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 3 + 2\sqrt{3}.$$

(6 točk)

12. Narišite graf funkcije $f(x) = \begin{cases} x^2 & ; x < 0 \\ 0 & ; 0 \leq x \leq 1. \\ x - 1 & ; x > 1 \end{cases}$. Izračunajte $\int_{-2}^2 f(x) dx$.

(7 točk)



PRAZNA STRAN

PRAZNA STRAN