



Š i f r a k a n d i d a t a :

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡ Izpitna pola 2 ≡

Sobota, 2. junij 2007 / 90 minut

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese s seboj nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!

Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli so 3 strukturirane naloge. Rešujte vse naloge. Naloge rešujte pod besedilom naloge in na naslednji strani. Strani 10, 11 in 12 so rezervne. Uporabite jih le, če Vam zmanjka prostora. Nedvoumno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. **Drugih konceptnih listov ocenjevalci ne bodo pregledovali.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 2 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

Rešitev nalog v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40.

Želimo Vam veliko uspeha.

Ta pola ima 12 strani, od tega 3 rezervne.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

OBRNITE STRAN

01. Krožnica K poteka skozi točki $A(-4, 0)$ in $B(2, 0)$, njeno središče pa leži na premici $y = -4x$.

- a) Zapišite središče, polmer in enačbo krožnice K . Pomagajte si s skico. (4 točke)
- b) Poiščite vse točke $C(x, y)$ na krožnici K , za katere je ploščina trikotnika ABC enaka 3. (4 točke)
- c) Krožnici K naj bo včrtan trapez $ABEF$ z osnovnico AB . Oglišče E naj leži v prvem kvadrantu na premici $y = x$. Zapišite oglišči E in F ter izračunajte ploščino trapeza $ABEF$. (5 točk)
- d) Med vsemi trikotniki, ki so včrtani krožnici K in imajo eno stranico AB , izberite trikotnik z največjo ploščino. Zapišite njegovo oglišče C' . (2 točki)

02. Rešite naslednje tri naloge iz aritmetičnih zaporedij.

- a) Izračunajte x in y , če so 9, x , y in 1 zaporedni členi aritmetičnega zaporedja. *(3 točke)*
- b) Izračunajte n , če velja $\log 3 + \log 9 + \log 27 + \dots + \log 3^{99} = \log 3^n$. *(4 točke)*
- c) Vsota prvih petih členov nekega aritmetičnega zaporedja je 25. Med takimi zaporedji izberite tistega, ki ima vsoto kvadratov prvih treh členov najmanjšo, in zapišite njegovih prvih pet členov. *(6 točk)*

03. Dana je funkcija $f(x) = \cos x$.

a) Izračunajte ničle funkcije $f_1(x) = f(2x) + 1$.

(2 točki)

b) Za katera števila $x \in \mathbb{R}$ funkcija $f_2(x) = \frac{1}{4(f(x))^2 - 1}$ ni definirana?

(3 točke)

c) Izberite števili $a > 0$ in b tako, da bo interval $[-4, 2]$ zaloga vrednosti funkcije $f_3(x) = af(x) + b$.

(2 točki)

d) Rešite enačbo $2(f(x))^2 + f\left(\frac{\pi}{2} - 2x\right) = 2f(2x)$.

(5 točk)

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN