



Šifra kandidata :  
A jelölt kódszáma :

**Državni izpitni center**



JESENSKI ROK  
ŐSZI IDŐSZAK

**Višja raven**

**Emelt szint**

**MATEMATIKA**

**≡ Izipitna pola 1 ≡**

**1. feladatlap**

**Torek, 28. avgust 2007 / 90 minut**  
**2007. augusztus 28., kedd / 90 perc**

Dovoljeno dodatno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese s seboj naliveo pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in brez možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva ocenjevalna obrazca in dva konceptna lista.

*Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.*

*A jelölt két értékelőlapot és két vázlatlapot is kap.*

**SPLOŠNA MATURA**  
**ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA**

Navodila kandidatu so na naslednji strani.

*A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.*

Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.

*A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 4 üres.*

## NAVODILA KANDIDATU

**Pazljivo preberite ta navodila. Ne izpuščajte ničesar!**

**Ne obračajte strani in ne začenjajte reševati nalog, dokler Vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca).

V tej izpitni poli je 12 nalog, rešujete vse, in sicer na strani, kjer je besedilo naloge. **Ocenjevalci ne bodo pregledovali konceptnih listov.**

Pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom. **Če se zmotite, napisano prečrtajte.** Grafe funkcij rišite s svinčnikom. Pazite, da bo Vaš izdelek pregleden in čitljiv. Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vmesnimi računi in sklepi.

Na strani 3 in 4 je standardna zbirka zahtevnejših formul, ki jih ni treba znati na pamet. Morda si boste s katero med njimi pomagali.

**Rešitev v izpitni poli ni dovoljeno zapisovati z navadnim svinčnikom. Če ste nalogo reševali na več načinov, nedvoumno označite, katero rešitev naj ocenjevalec točkuje.**

Vsako nalogo skrbno preberite. Rešujte premišljeno. Zaupajte vase in v svoje sposobnosti.

Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80.

Želimo vam veliko uspeha.

## ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

**Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót! Semmit se hagyjon ki!**

**Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg ezt a felügyelő tanár nem engedélyezi!**

*Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)!*

*Ez a feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Mindegyiket oldja meg, és pedíg azon az oldalon, ahol a feladat található! Az értékelők a vázlatlapokat nem nézik át!*

*Töltőtollal vagy golyóstollal írjon! A rossz válaszait húzza át! A függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ügyeljen arra, hogy munkája áttekinthető és olvasható legyen! A feladat megoldásának világosan és korrekten kell mutatnia az eredményhez vezető utat, a köztes számításokkal és következtetésekkel együtt!*

*A 3. és 4. oldalon található azoknak a képleteknek a standard gyűjteménye, amelyeket nem kell fejből tudnia, de egy részük talán segítségére lesz a feladatok megoldásában.*

**A feladatlapra nem szabad ceruzával írni a megoldásokat! Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeli!**

*Figyelmesen olvassa el mindegyik feladatot, majd megfontoltan oldja meg őket! Bizzon önmagában és képességeiben!*

*Összesen 80 pont érhető el.*

*Eredményes munkát kívánunk!*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$ ,  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

### Képletek

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:*  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:*  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \operatorname{tg} \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- *Addíciós tételek:*  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\operatorname{tg}(x + y) = \frac{\operatorname{tg} x + \operatorname{tg} y}{1 - \operatorname{tg} x \operatorname{tg} y}$$
- *Tényezőkre bontás:*  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\operatorname{tg} x \pm \operatorname{tg} y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \operatorname{ctg} x \pm \operatorname{ctg} y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- *A  $T_0(x_0, y_0)$  pont távolsága az  $ax + by - c = 0$  egyenestől:*  

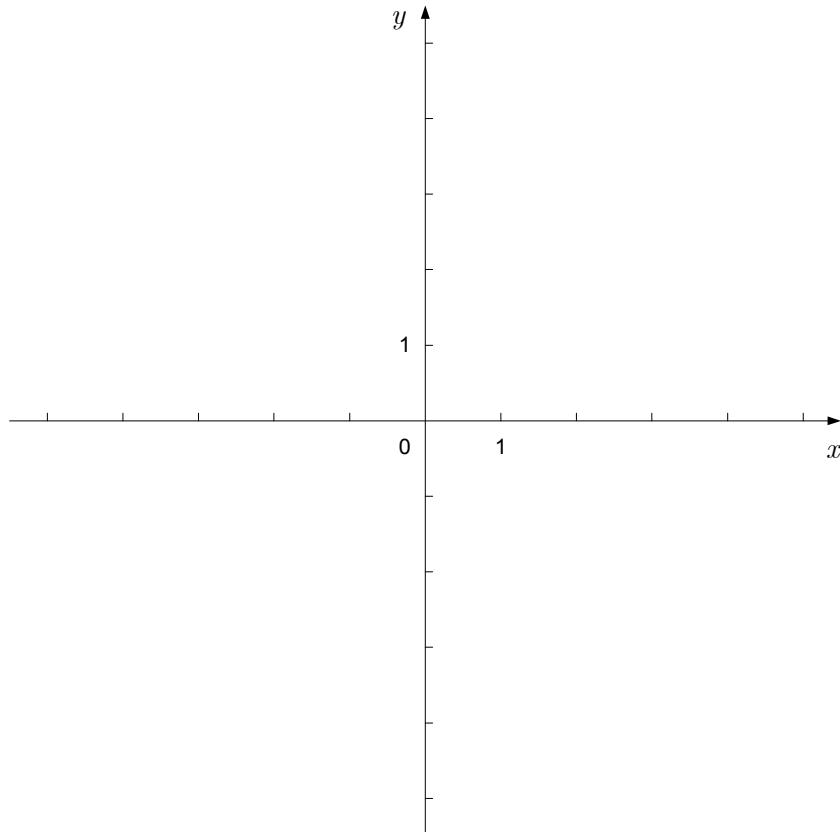
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- *Az  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$  csúcsú háromszög területe:*  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- *Ellipszis:*  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- *Hiperbola:*  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ , az  $a$  valós féltengely
- *Parabola:*  $y^2 = 2px$ , fókuszpont  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- *Integrálok:*  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arc} \operatorname{tg} \frac{x}{a} + C$ ,  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \operatorname{arc} \sin \frac{x}{a} + C$

01. V koordinatni sistem narišite množico točk  $T(x, y)$ , ki ustreza pogojem  $1 \leq x \leq 3$  in  $-1 \leq y \leq 2$ . Osenčite nastali lik in izračunajte njegovo ploščino.

*A koordináta-rendszerbe rajzolja be azon  $T(x, y)$  pontok halmazát, amelyek eleget tesznek az  $1 \leq x \leq 3$  és a  $-1 \leq y \leq 2$  feltételeknek. Satírozza be a kapott síkidomot, és számítsa ki a területét.*

(7 točk/pont)



02. V enakokrakem trikotniku  $ABC$  so dolžine stranic  $c = |AB| = 4$  cm ,  
 $a = |BC| = |AC| = 6$  cm . Izračunajte ploščino trikotnika in kot  $\beta = \sphericalangle ABC$  . Zapišite natančno vrednost ploščine, kot  $\beta$  pa zaokrožite na stotinko stopinje.

*Az  $ABC$  egyenlő szárú háromszögben az oldalak hossza  $c = |AB| = 4$  cm ,  
 $a = |BC| = |AC| = 6$  cm . Számítsa ki a háromszög területét és a  $\beta = \sphericalangle ABC$  szöveget. Írja fel a terület pontos értékét, a  $\beta$  szöveget pedig kerekítse századfok pontosságra.*

*(6 pont)*

03. Izračunajte odvode funkcij:  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ,  $g(x) = x^2 \sin x$ ,  $h(x) = \frac{1+x}{1-x}$ . Odvod funkcije  $h(x)$  poenostavite.

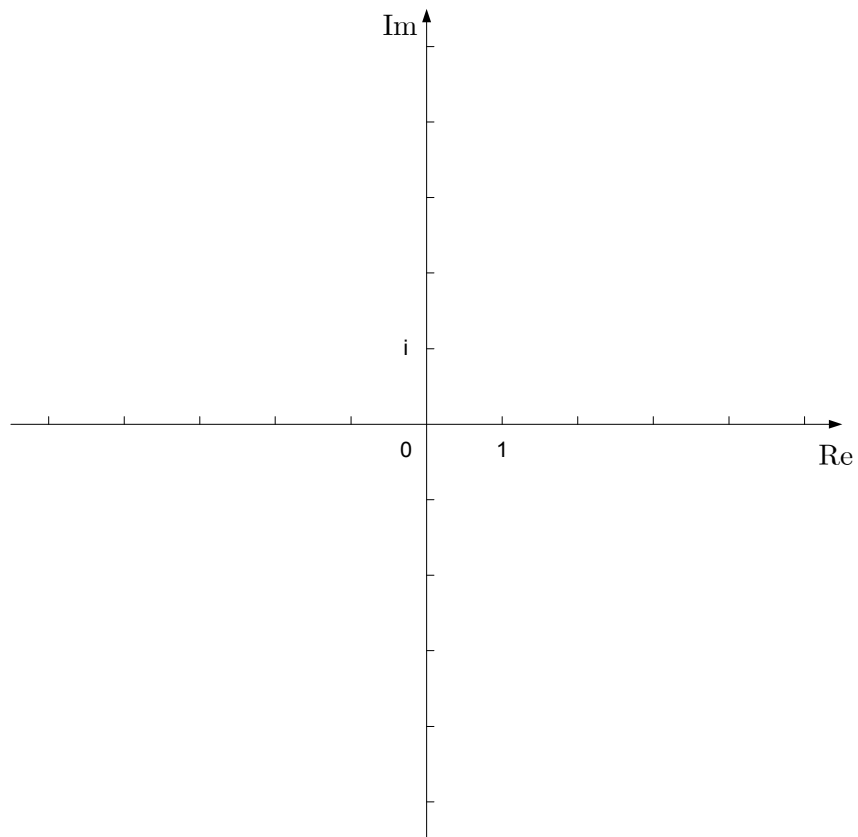
*Számítsa ki az  $f(x) = \sqrt[3]{x}$ ,  $g(x) = x^2 \sin x$ ,  $h(x) = \frac{1+x}{1-x}$  függvények deriváltjait. A  $h(x)$  függvény deriváltját egyszerűsítse.*

*(8 točk/pont)*

04. V kompleksni ravnini narišite sliko kompleksnega števila  $z = 2 - 3i$ . Koliko je absolutna vrednost tega kompleksnega števila? Izračunajte  $z^2$  in  $\frac{1}{z}$ .

*A komplex számsíkon rajzolja meg a  $z = 2 - 3i$  komplex szám ábráját. Mennyi az említett komplex szám abszolút értéke? Számítsa ki:  $z^2$  és  $\frac{1}{z}$ .*

(7 točk/pont)





05. Graf kvadratne funkcije  $f(x) = ax^2 + bx + c$  poteka skozi točke  $A(-1, 0)$ ,  $B(0, 1)$  in  $C(1, 5)$ . Izračunajte števila  $a$ ,  $b$  in  $c$  ter zapišite predpis funkcije  $f$ .

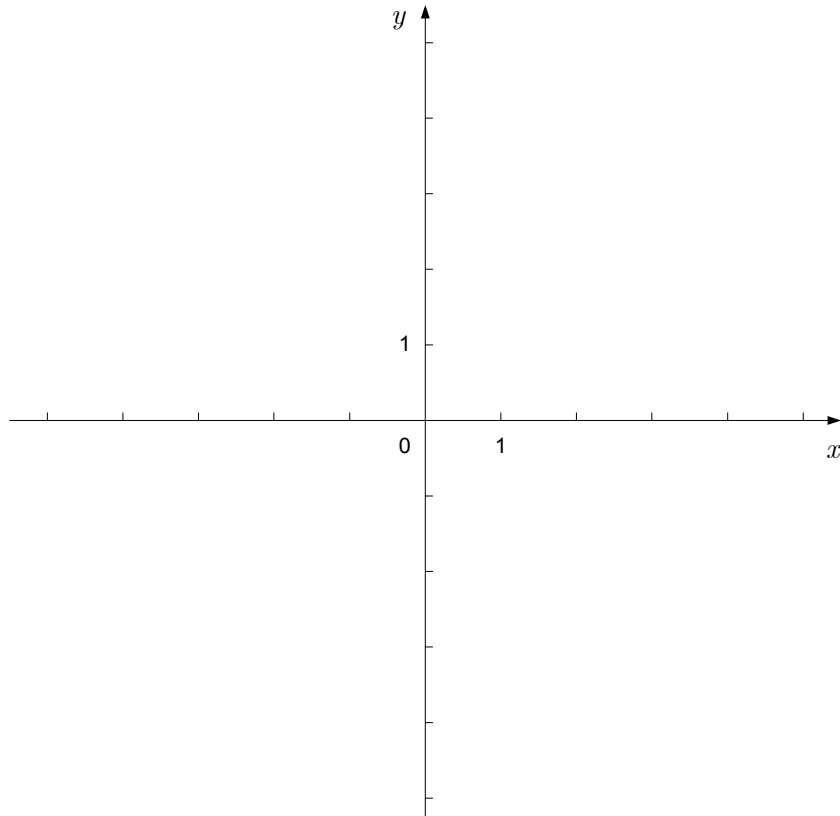
*Az  $f(x) = ax^2 + bx + c$  másodfokú függvény az  $A(-1, 0)$ ,  $B(0, 1)$  és  $C(1, 5)$  pontokon halad át. Számítsa ki az  $a$ ,  $b$  és  $c$  számokat, és írja fel az  $f$  függvény hozzárendelését.*

*(6 pont)*

06. V dani koordinatni sistem narišite hiperbolo  $4x^2 - y^2 = 4$  (narišite tudi asimptoti). Izračunajte in zapišite presečišči hiperbole in premice  $y = x + 1$ .

*Az adott koordináta-rendszerben rajzolja meg a  $4x^2 - y^2 = 4$  hiperbolát (rajzolja meg az aszimptotáit is). Számítsa ki és írja fel a hiperbola és az  $y = x + 1$  egyenes metszéspontjait.*

*(8 točk/pont)*



07. Rešite enačbo  $\log_x(x + 30) = 2$ .

*Oldja meg a  $\log_x(x + 30) = 2$  egyenletet.*

*(5 pont)*

08. V aritmetičnem zaporedju  $a_1, a_2, 2, a_4, 8 \dots$  izračunajte  $a_1, a_2, a_4, a_{671}$  in vsoto prvih 671 členov.

*Az  $a_1, a_2, 2, a_4, 8 \dots$  számtani sorozatban számítsa ki az  $a_1, a_2, a_4, a_{671}$  tagokat, és az első 671 tag összegét.*

*(8 točk/pont)*

09. Pokažite, da je za vsak  $x$  vrednost izraza  $\sin 2x + 2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  enaka 1.

*Bizonyítsa, hogy minden  $x$  esetében a  $\sin 2x + 2 \sin^2 \left(x - \frac{\pi}{4}\right)$  kifejezés értéke egyenlő 1-gyel.*

*(5 točk/pont)*

10. V posodi so 4 modre in 6 rumenih kroglic. Iz posode na slepo izvlečemo 2 kroglici. Izračunajte verjetnost, da sta tako dobljeni kroglici iste barve.

*Egy fazékban 4 kék és 6 sárga golyó van. A fazékból találmra 2 golyót húzunk ki. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a két kihúzott golyó egyenlő színű.*

*(6 točk/pont)*

11. Dan je vektor  $\vec{a} = (-2, 1)$ . Izračunajte točno dolžino vektorja  $\vec{a}$ . Zapišite komponenti vektorja  $\vec{b}$ , če je  $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$  in  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$ .

*Adott az  $\vec{a} = (-2, 1)$  vektor. Számítsa ki az  $\vec{a}$  vektor pontos hosszát. Írja fel a  $\vec{b}$  vektor koordinátáit, ha  $|\vec{b}| = 2\sqrt{5}$  és  $\vec{a} \cdot \vec{b} = -10$ .*

*(8 točk/pont)*

12. Število  $a = 1,\overline{24}$  zapišite v obliki okrajšanega ulomka. Za dano število  $a$  izračunajte vrednost izraza  $(1 - a^{-1})^{-1}$ . Rezultat zapišite v obliki okrajšanega ulomka.

Nalogo rešite brez uporabe žepnega računalnika.

*Az  $a = 1,\overline{24}$  számot írja fel rövidített tört alakjában. Az  $a$  adott szám esetén számítsa ki az  $(1 - a^{-1})^{-1}$  kifejezés értékét. Az eredményt írja fel rövidített tört alakjában.*

*A feladatot zsebszámológép használata nélkül oldja meg!*

*(6 točk/pont)*



PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*

PRAZNA STRAN  
*ÜRES OLDAL*