



Državni izpitni center



M 0 8 1 4 0 1 1 3

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

# **MATEMATIKA**

## **NAVODILA ZA OCENJEVANJE**

**Sobota, 7. junij 2008**

**SPLOŠNA MATURA**

*Moderirana različica*

## IZPITNA POLA 1 – OSNOVNA IN VIŠJA RAVEN

### 01. Skupaj: 7 točk

- Zapisana množica  $\mathcal{A} = \{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$  ..... 1 točka  
 Zapisana množica  $\mathcal{B} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$  ..... 1 točka  
 Zapisana množica  $\mathcal{C} = \{3, 6, 9, 12, 15, 18\}$  ..... 1 točka  
 Zapisan presek  $\mathcal{A} \cap \mathcal{B} = \{2, 3\}$  ..... (\*1+1) 2 točki  
 Zapisana unija  $\mathcal{B} \cup \mathcal{C} = \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 15, 18\}$  ..... (\*1+1) 2 točki

(Upoštevamo tudi rešitve v celih številih.)

### 02. Skupaj: 6 točk

- Zapisana enačba, npr.  $\tan x - 1 = 0$  ..... 1 točka  
 Rešitve, npr.  $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$  ..... (1+1+1) 3 točke  
 Zapisano ali upoštevano, da je v presečišču z ordinatno osjo  $x = 0$  ..... 1 točka  
 Presečišče  $T(0, -1)$  (zadošča tudi  $f(0) = -1$  ali  $y = -1$ ) ..... 1 točka

### 03. Skupaj: 7 točk

#### 1. način

- Zapis ali uporaba formule  $f(x) = a(x - r)^2 + d$  ..... 2 točki  
 Zapis  $f(x) = a(x - 1)^2 + 4$  oz. upoštevanje  $r = 1, d = 4$  (vsak podatek 1 točka) ..... \*2 točki  
 Upoštevanje definicije ničle, npr.  $f(3) = 0$ , nastavek enačbe za  $a$  ..... \*1 točka  
 Izračun  $a = -1$  ..... 1 točka  
 Rešitev  $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$  ali  
 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  ali  $f(x) = -(x - 3)(x + 1)$  ..... 1 točka

#### 2. način

- Zapis ali uporaba formule  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ..... 1 točka  
 Odvod  $f'(x) = 2ax + b$  ali formula  $r = -\frac{b}{2a}$  ..... 1 točka  
 Upoštevanje  $f'(1) = 0$  oz. ugotovitev  $b = -2a$  ..... \*1 točka  
 Upoštevanje  $f(1) = 4$  in  $f(3) = 0$  (nastavitev sistema) ..... (\*1+\*1) \*2 točki  
 Izračun  $a = -1, b = 2, c = 3$  ..... 1 točka  
 Rešitev  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  ali  
 $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$  ali  $f(x) = -(x - 3)(x + 1)$  ..... 1 točka

**3. način**

- Zapis ali uporaba formule  $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$  ..... 2 točki  
 Ugotovitev druge ničle  $x_2 = -1$  ..... 1 točka  
 Zapis ali upoštevanje  $f(x) = a(x - 3)(x + 1)$  ..... \*1 točka  
 Upoštevanje  $f(1) = 4$  ..... \*1 točka  
 Izračun  $a = -1$  ..... 1 točka  
 Rešitev  $f(x) = -(x - 3)(x + 1)$  ali  
 $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  ali  $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$  ..... 1 točka

**4. način**

- Zapis ali uporaba formula  $f(x) = ax^2 + bx + c$  ..... 1 točka  
 Ugotovitev druge ničle  $x_2 = -1$  ..... 1 točka  
 Upoštevanje  $f(1) = 4$ ,  $f(3) = 0$ ,  $f(-1) = 0$  (nastavitev sistema) ..... (\*1+\*1+\*1) \*3 točke  
 Izračun  $a = -1$ ,  $b = 2$ ,  $c = 3$  ..... 1 točka  
 Rešitev  $f(x) = -x^2 + 2x + 3$  ali  $f(x) = -(x - 1)^2 + 4$  ali  
 $f(x) = -(x - 3)(x + 1)$  ..... 1 točka

(Kandidatu štejemo postopkovne točke le v primeru, ko začne z nastavkom kvadratne funkcije – velja za vse načine.)

**04. Skupaj: 6 točk**

- Zapis enačbe, npr.  $3k + 10k + 72 = 17k$  ..... 3 točke  
 (Zapisana enačba  $x + y + 72 = z$  ... 1 točka,  
 zapisano ali upoštevano razmerje  $x : y : z = 3 : 10 : 17$  oz.  
 $x = 3k$ ,  $y = 10k$ ,  $z = 17k$  ... 1 točka.)  
 Rešitev, npr.  $k = 18$  ..... (\*1+1) 2 točki  
 Odgovor: V prvi jati je 54 ptic, v drugi 180 in v tretji 306 (zadošča  
 $x = 54$ ,  $y = 180$ ,  $z = 306$ ) ..... 1 točka

**05. Skupaj: 6 točk**

- Pravilno izračunan nedoločeni integral od  $\sin x$  je  $-\cos x$  ..... 1 točka  
 Pravilno izračunan nedoločeni integral od  $3 \cos x$  je  $3 \sin x$  ..... 1 točka  
 Pravilno izračunan nedoločeni integral od  $-x$  je  $-\frac{x^2}{2}$  ..... 1 točka  
 Vstavljanje mej v nedoločeni integral ..... \*1 točka  
 Pravilno izračunane vrednosti sinusa in kosinusa pri  $0$  in  $\frac{\pi}{2}$  ..... 1 točka  
 Rezultat, npr.  $4 - \frac{\pi^2}{8}$  ..... 1 točka

**06. Skupaj: 6 točk**

Pravilno izračunana kvadrata leve in desne strani enačbe .....(1+1) 2 točki

Urejena kvadratna enačba  $4x^2 + 11x + 6 = 0$  .....1 točka

Rešitvi kvadratne enačbe  $x = -\frac{3}{4}$  in  $x = -2$  .....(1+1) 2 točki

(Le poznавanje formule za reševanje kvadratne enačbe ... 1 točka.)

Ugotovitev, da je edina rešitev začetne enačbe  $x = -\frac{3}{4}$  .....1 točka

**07. Skupaj: 7 točk**

Preverjanje, da je število 2 ničla polinoma  $p(x)$  .....(\*1+1) 2 točki

Preverjanje, da je število 2 dvojna ničla polinoma  $p(x)$  .....(\*1+1) 2 točki

Ugotovitev ali upoštevanje  $x^2 + 2x + 10 = 0$  .....1 točka

Izračun, npr.  $x_{3,4} = \frac{-2 \pm 6i}{2} = -1 \pm 3i$  .....2 točki

(Le izračun  $\sqrt{-36} = \pm 6i$ , zadošča tudi le  $+6i$  ... 1 točka.)

**08. Skupaj: 8 točk**

Ugotovitev  $a = 5$  in  $b = 2$  .....1 točka

Izračun  $e = \sqrt{21}$  .....(\*1+1) 2 točki

(Le uporaba formule ... 1 točka.)

Zapis gorišč  $F_1(-\sqrt{21}, 0)$ ,  $F_2(\sqrt{21}, 0)$  .....(\*1+1) 2 točki

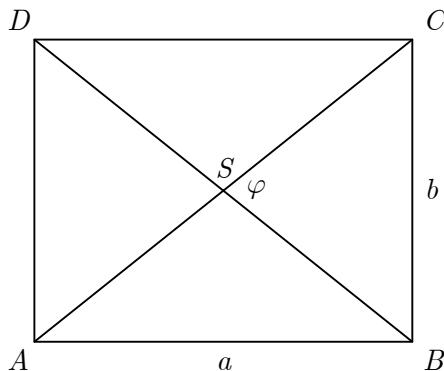
Zapis ali upoštevanje splošne enačbe krožnice .....1 točka

Rezultat, npr.  $(x - 5)^2 + y^2 = 25$  .....(1+1) 2 točki

(Vstavitev središča 1 točka, vstavitev polmera 1 točka.)

**09. Skupaj: 6 točk**

Skica.....1 točka



Pravilno ugotovljen kot v pravokotnem trikotniku, npr.  $\angle BAC = 20^\circ$  .....1 točka

Izračun dolžine stranice  $b$ , npr.  $b = a \tan 20^\circ \doteq 3,64$  cm .....(\*1+1) 2 točki

Rezultat  $o = 27,3$  cm .....(\*1+1) 2 točki

**10. Skupaj: 6 točk**

Vstavljeni koordinati, npr.  $\log_a \frac{1}{8} = -\frac{3}{2}$  (le  $f\left(\frac{1}{8}\right) = -\frac{3}{2}$  ... \*1 točka).....2 točki

Upoštevanje definicije logaritma, npr.  $a^{-\frac{3}{2}} = \frac{1}{8}$  .....(\*1+1) 2 točki

Rezultat  $a = 4$  .....(\*1+1) 2 točki

**11. Skupaj: 7 točk**1. način

Vsi izbori, npr.  $n = \binom{12}{4} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1}$  .....(1+1) 2 točki

Ugodni izbori za A, npr.  $m = \binom{7}{3} \cdot \binom{5}{1} = \frac{7 \cdot 6 \cdot 5}{3 \cdot 2 \cdot 1} \cdot 5$  .....(\*1+1+1+1) 4 točke

Verjetnost, npr.  $P(A) = \frac{35}{99}$  (zadošča tudi pravilno zaokrožen rezultat, npr. 0,35 ).....1 točka

2. način

Vsi izbori  $n = V_{12}^4 = 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9$  .....2 točki

Ugodni izbor za A, npr.  $m = V_7^3 \cdot V_5^1 \cdot \binom{4}{1} = 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 4$  .....(\*1+1+1+1) 4 točke

Verjetnost, npr.  $P(A) = \frac{35}{99}$  (zadošča tudi pravilno zaokrožen rezultat, npr. 0,35 ).....1 točka

**12. Skupaj: 8 točk**

Enačba  $a_5 = 8a_2$  .....1 točka

Enačba  $a_2a_4 = 144$  .....1 točka

Zapis ali upoštevanje formule, npr.  $a_n = a_1q^{n-1}$  .....1 točka

Zapis sistema, npr.  $a_1q^4 = 8a_1q$ ,  $a_1^2q^4 = 144$  .....(1+1) 2 točki

Izračun  $q = 2$  .....1 točka

Izračun  $a_1 = \pm 3$  .....(1+1) 2 točki

## IZPITNA POLA 2 – VIŠJA RAVEN

### 01. Skupaj: 15 točk

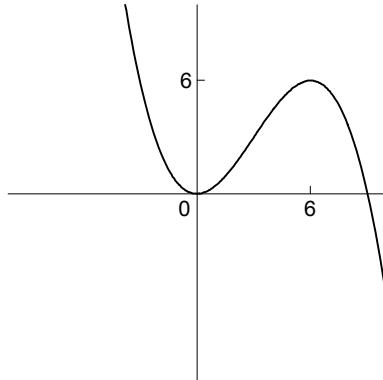
#### a) 5 točk

Ničli sta 0 in 9 ..... 1 točka

Izračunan odvod  $f'(x) = -\frac{x^2}{6} + x$  ..... 1 točka

Ekstrema  $T_1(0, 0)$  in  $T_2(6, 6)$  ..... (\*1+1) 2 točki

Graf ..... 1 točka



#### b) 6 točk

Zapis enačbe, npr.  $f(x) = x$  ..... 1 točka

Ugotovitev ali uporaba abscis presečiš 0 in 6 (lahko tudi prebrano iz grafa) ..... 1 točka

Izračun tretje abscise  $x_3 = 3$  ..... 1 točka

$$S_1 = \int_0^3 \left( \frac{x^3}{18} - \frac{x^2}{2} + x \right) dx = \frac{9}{8} \text{ in } S_2 = \int_3^6 \left( -\frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{2} - x \right) dx = \frac{9}{8} \quad (*1+1+1) 3 točke$$

(Pravilno izračunan vsaj en nedoločen integral ... \*1 točka.)

#### c) 4 točke

$$\text{Ploščina } \Delta OT'T \text{ je } S = \frac{x \left( -\frac{x^3}{18} + \frac{x^2}{2} \right)}{2} = \frac{1}{2} \left( -\frac{x^4}{18} + \frac{x^3}{2} \right) \quad (*1+1) 2 točki$$

$$S' = -\frac{4x^3}{18} + \frac{3x^2}{2} = 0 \quad 1 \text{ točka}$$

$$x = \frac{27}{4} \quad 1 \text{ točka}$$

**02. Skupaj: 11 točk****a) 3 točke**

Zapis števila, npr.  $w = \frac{3+i}{i}$  ..... 1 točka

Preoblikovanje v obliko  $w = 1 - 3i$  ..... 1 točka

Rezultat  $\operatorname{Re} w = 1$  in  $\operatorname{Im} w = -3$  ..... \*1 točka

**b) 3 točke**

Vstavljeni podatki, npr.  $\left| \frac{6+yi}{yi} \right| = \sqrt{5}$  ..... 1 točka

Izračunana absolutna vrednost ulomka, npr.  $\sqrt{1 + \frac{36}{y^2}}$  ..... \*1 točka

Rezultat  $y = \pm 3$  ..... 1 točka

**c) 5 točk**

Zapis, npr.  $w = \frac{(x+3)+yi}{(x-3)+yi}$  ..... 1 točka

Razširitev ulomka, npr.  $w = \frac{(x+3)+yi}{(x-3)+yi} \cdot \frac{(x-3)-yi}{(x-3)-yi}$  ..... 1 točka

Preoblikovanje, npr.  $w = \frac{(x^2 + y^2 - 9) - 6yi}{(x-3)^2 + y^2}$  ..... 1 točka

Ponazoritev krožnice z enačbo  $x^2 + y^2 = 9$  brez točke  $(3, 0)$  ..... (\*1+1) 2 točki

**03. Skupaj: 14 točk****a) 4 točke**

Ugotovitev, da je  $\gamma = \angle ACB = 75^\circ$  ..... 1 točka

Zapis ali upoštevanje središčnega kota  $\angle ASB = 150^\circ$  ..... \*1 točka

Zapisana skalarni produkt in rezultat, npr.  $-4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = -2\sqrt{3}$  ..... (\*1+1) 2 točki

**b) 4 točke**

Zapis  $\overrightarrow{AB} = \vec{b} - \vec{a}$  ..... 1 točka

Zapis  $\overrightarrow{CB} = \vec{b} - \vec{c}$  ..... 1 točka

Ugotovitev enakosti, npr.  $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CB} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$  ..... (1+1) 2 točki

**c) 6 točk**

Ideja dokaza, npr.  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$  ..... 1 točka

Zapis z baznimi vektorji  $(\vec{b} - \vec{a})(-\vec{c})$  ..... 1 točka

Upoštevanje distributivnosti  $-\vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{a} \cdot \vec{c}$  ..... \*1 točka

Zapisane ali upoštevane enakosti  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = |\vec{c}|$  ..... 1 točka

Zapisana ali upoštevana kota  $\angle(\vec{a}, \vec{c}) = \angle(\vec{b}, \vec{c}) = 60^\circ$  ..... 1 točka

Ugotovitev  $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} = 0$  ..... 1 točka