



Š i f r a k a n d i d a t a :

**Državni izpitni center**



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
**≡ Izpitna pola 1 ≡**

**Sobota, 7. junij 2008 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in dva ocenjevalna obrazca.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začinjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalna obrazca). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:  

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:  

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:  

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:  

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  je realna polos
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

01. Naj bo  $\mathcal{A}$  množica vseh praštevil, manjših od 20,  $\mathcal{B}$  množica vseh deliteljev števila 12 in  $\mathcal{C}$  množica vseh večkratnikov števila 3, manjših od 20. Zapišite množice  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}$ ,  $\mathcal{C}$ ,  $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$  in  $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ .

(7 točk)

02. Izračunajte vse ničle funkcije  $f(x) = \tan x - 1$  in presečišče njenega grafa z ordinatno osjo.

*(6 točk)*

03. Zapišite enačbo kvadratne funkcije, ki ima za  $x = 1$  ekstremno vrednost 4 in ničlo  $x_1 = 3$ .

*(7 točk)*

04. Lastovke so odletele na jug v treh jatah. Število ptic v posameznih jatah je v razmerju 3 : 10 : 17 . V največji jati je 72 ptic več kakor v obeh manjših jatah skupaj. Koliko lastovk je v vsaki posamezni jati?

*(6 točk)*

05. Izračunajte točno vrednost določenega integrala  $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 3 \cos x - x) dx$ .

(6 točk)

06. Rešite enačbo  $2x + 3 = \sqrt{x + 3}$ .

*(6 točk)*

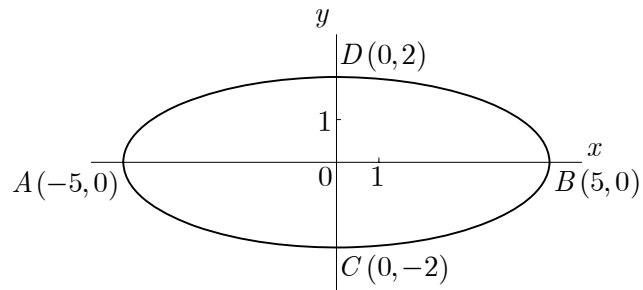


07. Preverite, da je število 2 dvojna ničla polinoma  $p(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 32x + 40$ . Poiščite še preostali dve (kompleksni) ničli.

(7 točk)

08. Slika prikazuje elipso s temeni  $A$ ,  $B$ ,  $C$  in  $D$ . Zapišite točne koordinate gorišč te elipse. Zapišite tudi enačbo krožnice, ki ima središče v točki  $B$  in poteka skozi izhodišče koordinatnega sistema.

(8 točk)



09. Diagonali pravokotnika  $ABCD$  se sekata v točki  $S$ . Stranica  $|AB| = a = 10$  cm, kot  $\sphericalangle BSC = \varphi = 40^\circ$ . Izračunajte obseg pravokotnika. Rezultat zaokrožite na tri mesta. Narišite skico.

(6 točk)

10. Izračunajte osnovu  $a$  logaritemske funkcije  $f(x) = \log_a x$ , katere graf poteka skozi točko

$$A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right).$$

(6 točk)

11. Iz skupine 7 fantov in 5 deklet naključno izberemo 4 osebe. Izračunajte verjetnost dogodka  $A$ , da bodo izbrani trije fantje in eno dekle.

*(7 točk)*

12. Peti člen geometrijskega zaporedja je osemkratnik drugega člena, produkt drugega in četrtega člena pa je 144. Izračunajte prvi člen  $a_1$  in količnik  $q$ .

*(8 točk)*

**Prazna stran**

**Prazna stran**