Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 0 8 1 4 0 2 1 1 M

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven

Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 1

1. feladatlap

Sobota, 7. junij 2008 / 90 minut

2008. június 7., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in dva ocenjevalna obrazca.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelölt két értékelőlapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.
A feladatlap terjedelme 20 oldal, ebből 4 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalna obrazca). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3 in 4.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelőlapokra)! *Kódszámát a pótlapra is írja be!*

A feladatlap 12 feladatot tartalmaz. Összesen 80 pont érhető el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 3. és 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a ***feladatlap*** *erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. Vázlatát írja a pótlapokra, ám azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$
  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$
  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$
  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$
  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$
  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0, y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\arc\tan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\arc\sin\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- *Tényezőkre bontás:*
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0,y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$, *fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- *Integrálok:* $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\arctan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\mathrm{arc}\ \sin\frac{x}{a}+C$

01. Naj bo $\mathcal{A}$ množica vseh praštevil, manjših od 20, $\mathcal{B}$ množica vseh deliteljev števila 12 in $\mathcal{C}$ množica vseh večkratnikov števila 3, manjših od 20. Zapišite množice $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$ in $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$.

Legyen az $\mathcal{A}$ halmaz mindazoknak a prímszámoknak a halmaza, amelyek kisebbek 20-nál, a $\mathcal{B}$ halmaz azoké, amelyek oszhatók 12-vel, és a $\mathcal{C}$ halmaz a 3 minden 20-nál kisebb többszörösének a halmaza. Írja fel az $\mathcal{A}$, $\mathcal{B}$, $\mathcal{C}$, $\mathcal{A} \cap \mathcal{B}$ és a $\mathcal{B} \cup \mathcal{C}$ halmazokat!

(7 točk/pont)

02. Izračunajte vse ničle funkcije $f(x) = \tan x - 1$ in presečišče njenega grafa z ordinatno osjo.

Írja fel az $f(x) = \tan x - 1$ *függvény összes zérushelyeit, és a grafikonjákak a metszéspontját az ordinátatengellyel!*

(6 točk/pont)

03. Zapišite enačbo kvadratne funkcije, ki ima za $x = 1$ ekstremno vrednost 4 in ničlo $x_1 = 3$.

Írja fel annak a másodfokú függvénynek az egyenletét, amelynek az $x = 1$ *esetén* 4 *a szélsőérték, valamint az* $x_1 = 3$ *gyökkel rendelkezik!*

(7 točk/pont)

04. Lastovke so odletele na jug v treh jatah. Število ptic v posameznih jatah je v razmerju $3:10:17$. V največji jati je 72 ptic več kakor v obeh manjših jatah skupaj. Koliko lastovk je v vsaki posamezni jati?

A fecskék három csoportban repültek el délre. Az egyes madárcsoportban a madarak $3:10:17$ *arányban vannak. A legnagyobb csoportban* 72 *madárral több van, mint a két kisebb csoportban együtt. Mennyi fecske van az egyes csoportokban?*

(6 točk/pont)

05. Izračunajte točno vrednost določenega integrala $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 3\cos x - x)\,\mathrm{d}x$.

Számítsa ki a $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + 3\cos x - x)\,\mathrm{d}x$ határozott integrál pontos értékét!

(6 točk/pont)

06. Rešite enačbo $2x + 3 = \sqrt{x + 3}$.

Oldja meg az $2x + 3 = \sqrt{x + 3}$ *egyenletet!*

(6 točk/pont)

07. Preverite, da je število 2 dvojna ničla polinoma $p(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 32x + 40$. Poiščite še preostali dve (kompleksni) ničli.

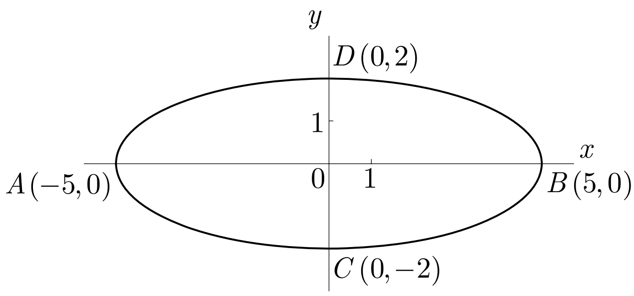
Vizsgálja meg azt, hogy a 2 *-es szám a* $p(x) = x^4 - 2x^3 + 6x^2 - 32x + 40$ *polinom másodfokú gyöke! Keresse meg még a másik két (komplex) gyökét is!*

(7 točk/pont)

08. Slika prikazuje elipso s temeni A, B, C in D. Zapišite točne koordinate gorišč te elipse. Zapišite tudi enačbo krožnice, ki ima središče v točki B in poteka skozi izhodišče koordinatnega sistema.

A kép az A, B, C és D csúcspontú ellipszist ábrázolja. Írja fel ezen ellipszis fókuszpontjainak a koordinátáit! Írja fel azon kör egyenletét is, amelynek a középpontja a B pont, és amely a koordináta-rendszer kiindulópontján halad át.

(8 točk/pont)



09. Diagonali pravokotnika $ABCD$ se sekata v točki S. Stranica $|AB| = a = 10 \text{ cm}$, kot $\sphericalangle BSC = \varphi = 40°$. Izračunajte obseg pravokotnika. Rezultat zaokrožite na tri mesta. Narišite skico.

Az $ABCD$ *téglalap átlói az* S *pontban metszik egymást. Az* a *oldal* $|AB| = a = 10 \text{ cm}$, *és a* φ *szög* $\sphericalangle BSC = \varphi = 40°$. *Számítsa ki a téglalap kerületét! Az eredmény három számjegyből álljon! Rajzolja meg az ábrát is!*

(6 točk/pont)

10. Izračunajte osnovo a logaritemske funkcije $f(x) = \log_a x$, katere graf poteka skozi točko $A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right)$.

Számítsa ki annak az $f(x) = \log_a x$ *logaritmusfüggvénynek az* a *alapját, amely az* $A\left(\frac{1}{8}, -\frac{3}{2}\right)$ *ponton halad át!*

(6 točk/pont)

11. Iz skupine 7 fantov in 5 deklet naključno izberemo 4 osebe. Izračunajte verjetnost dogodka A, da bodo izbrani trije fantje in eno dekle.

Egy 7 *fiúból és* 5 *lányból álló csoportból véletlenül kiválasztunk* 4 *személyt. Számítsa ki az* A *esemény valószínűségét, hogy három fiú és egy lány lesz a kiválasztottak között!*

(7 točk/pont)

12. Peti člen geometrijskega zaporedja je osemkratnik drugega člena, produkt drugega in četrtega člena pa je 144. Izračunajte prvi člen a_1 in količnik q.

A mértani sorozat ötödik tagja a második tag nyolcszorosa, a második tag és a negyedik tag szorzata pedig 144. *Számítsa ki az* a_1 *első tagot, valamint a* q *kvocienset is!*

(8 točk/pont)

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran
Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran
Üres oldal