



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**

M 0 8 2 4 0 1 1 1 1

SESSIONE AUTUNNALE

**Livello di base**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

**Martedì, 26 agosto 2008 / 120 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo con simboli, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.*

*Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e due schede di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE****INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulle due schede di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 2.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, di cui 2 bianche.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{p}$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:  
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ ,  $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:  
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$   
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$   

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:  
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$
,  $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:  
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$ ;  
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$ ;  
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a$  è il semiasse reale.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$
,  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

01. Scrivete i primi dieci termini della successione aritmetica il cui primo termine è 2 e la cui ragione è 3. Determinate in percentuale quanti di essi sono divisibili per 4 e quanti di essi sono numeri primi.

*(6 punti)*

I primi dieci termini della successione aritmetica sono:

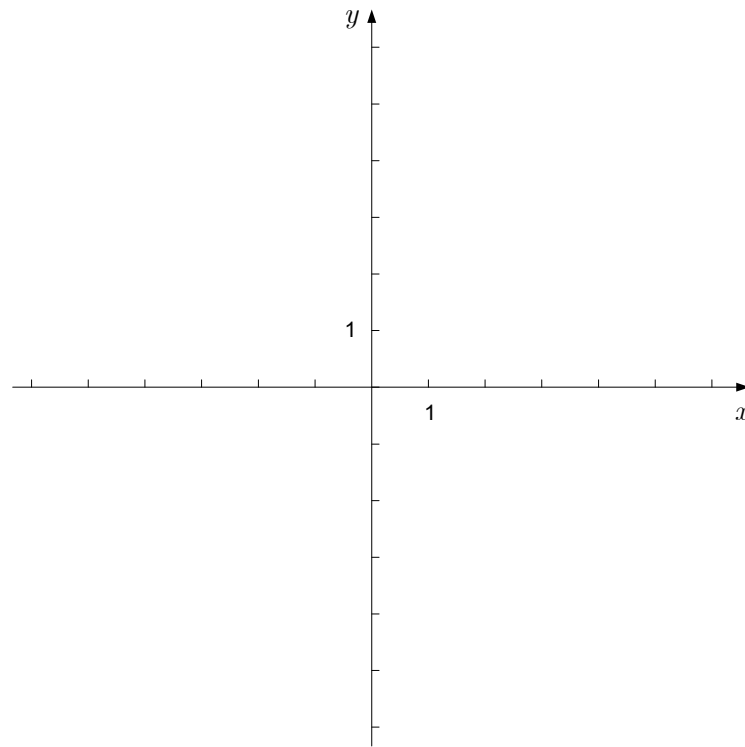
2, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_, \_\_\_\_\_

Percentuale dei numeri divisibili per 4 :

Percentuale dei numeri primi:

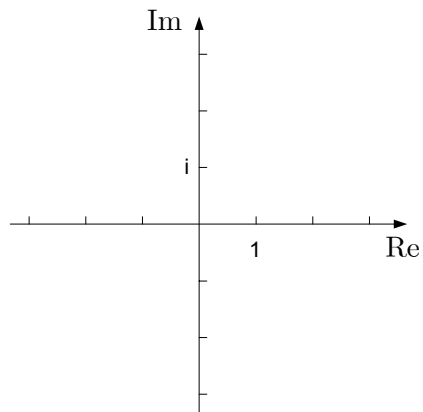
02. Tracciate le rette  $3x - y - 3 = 0$  e  $2x + y + 5 = 0$  e calcolate la loro intersezione.

(7 punti)



03. Risolvete l'equazione  $x^2 - 4x + 5 = 0$  e riportate le risoluzioni nel piano complesso.

(6 punti)



04. Scrivete l'equazione della retta tangente e l'equazione della retta perpendicolare al grafico della funzione  $f(x) = x^3 - 3x$  nel punto  $A(-2, y_0)$ .

*(7 punti)*

05. È data la funzione razionale  $f(x) = \frac{1-2x}{x+3}$ . Determinatene il campo di esistenza, lo zero, le equazioni dell'asintoto verticale e di quello orizzontale e l'intersezione del grafico della funzione con l'asse delle ordinate. Tracciate il grafico della funzione.

*(7 punti)*

06. Scegliamo a caso tre regali tra cinque libri, tre giocattoli e due sacchetti di caramelle. Calcolate la probabilità dell'evento, che i tre regali siano un libro, un giocattolo e un sacchetto di caramelle.

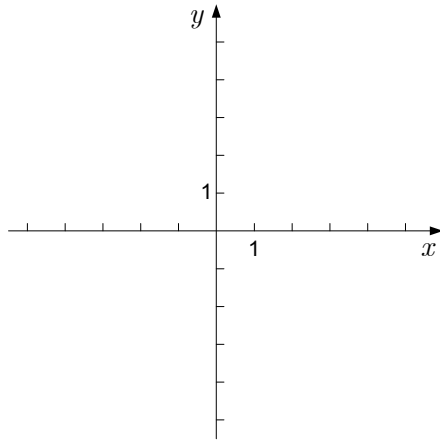
*(6 punti)*



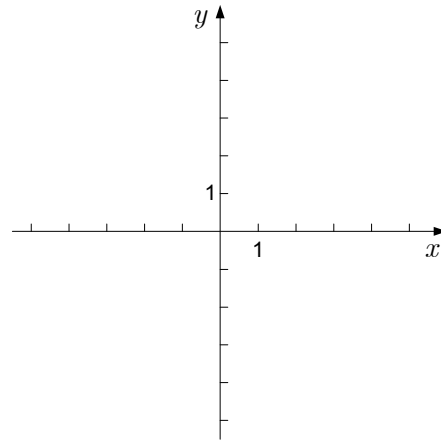
07. Disegnate in ciascun sistema coordinato gli insiemi dei punti che soddisfano alle condizioni di volta in volta specificate:

(8 punti)

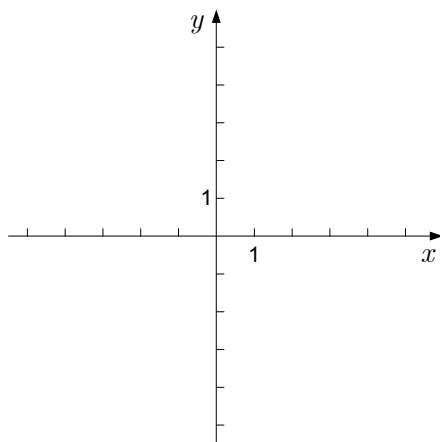
a)  $x + y = 4$



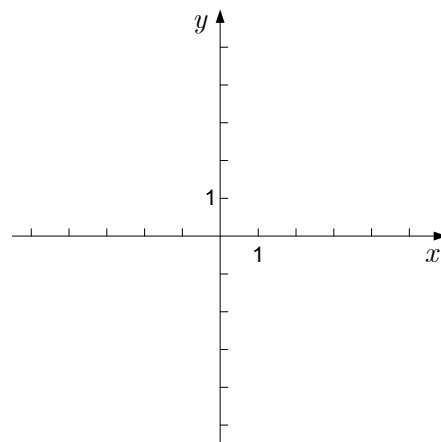
b)  $x^2 + y = 4$



c)  $x^2 + y^2 = 4$



d)  $x^2 - y^2 = 4$



08. Risolvete l'equazione  $\sin(\pi - x) + \cos^2 x = 1$ .

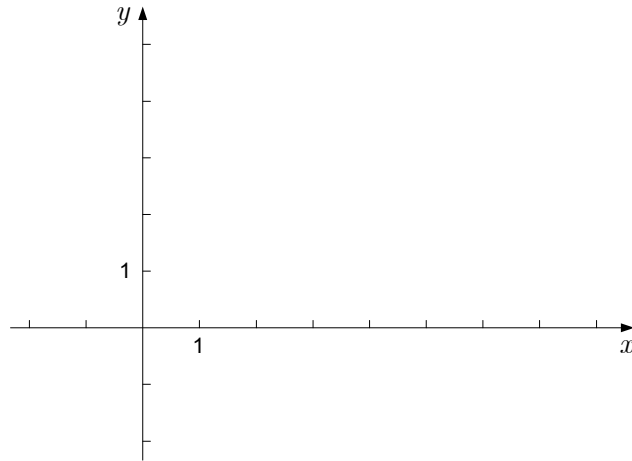
*(8 punti)*

09. La base di un prisma retto è un rombo le cui diagonali misurano  $e = 18$  cm e  $f = 24$  cm . La diagonale di una faccia laterale misura 39 cm . Calcolate l'area della superficie totale del prisma.

*(6 punti)*

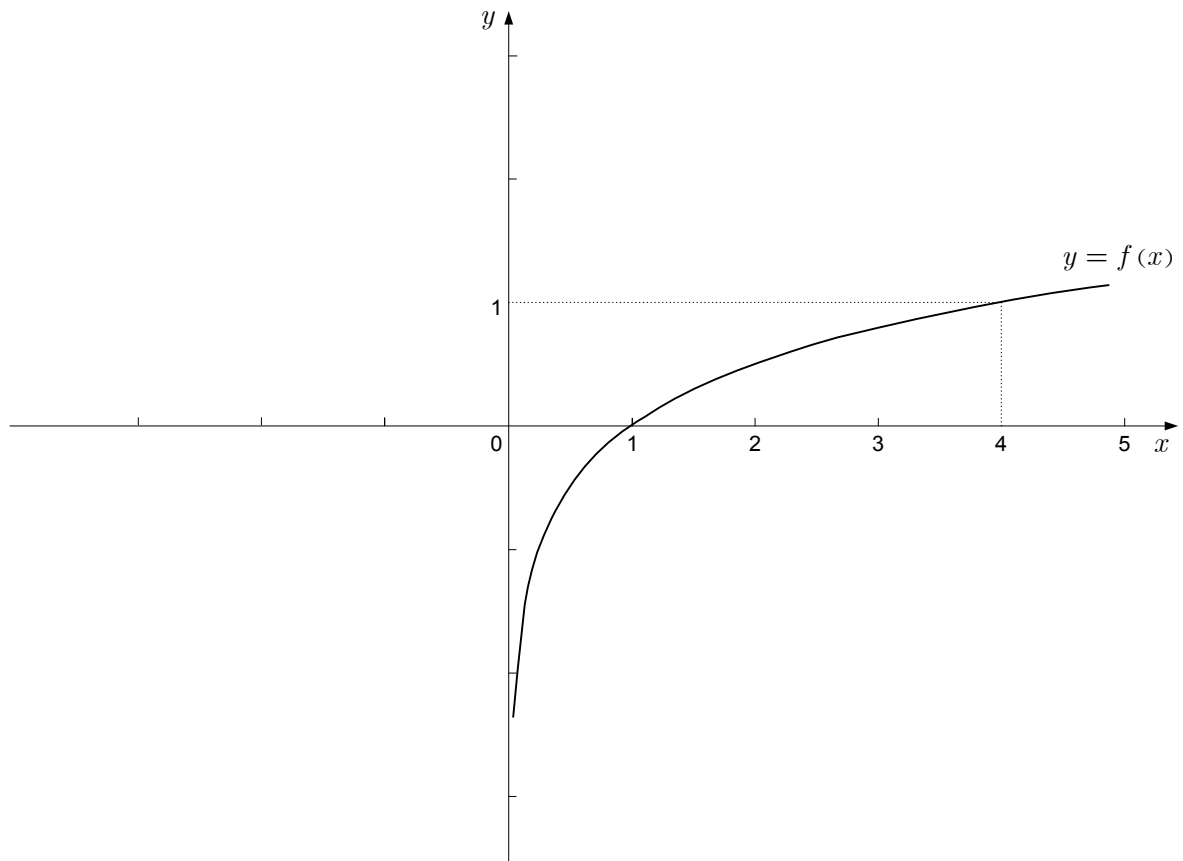
10. I punti  $A(0,0)$ ,  $B(7,0)$ ,  $C(3,3)$  e  $D(0,3)$  sono i vertici di un trapezio. Tracciate il trapezio nel sistema coordinato dato. Calcolate la lunghezza del lato  $b = |BC|$ , il prodotto scalare  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  e l'ampiezza dell'angolo  $\beta = \sphericalangle ABC$ . Calcolate con esattezza la lunghezza del lato e il prodotto scalare, ed esprimete l'ampiezza dell'angolo  $\beta$  al primo di grado.

(7 punti)



11. Il grafico della funzione logaritmica  $f(x) = \log_a x$  è disegnato nel sistema coordinato dato. Scrivete la base del logaritmo. Nello stesso sistema coordinato tracciate anche il grafico delle funzioni  $g(x) = \log_a(x+2)$  e  $h(x) = \log_a x - 1$ . Indicate i grafici in modo adeguato.

(6 punti)



12. Calcolate il numero reale positivo  $a$  tale che l'area della figura delimitata dal grafico della funzione  $f(x) = a \sin x$  e l'asse  $x$  nell'intervallo  $\left[0, \frac{\pi}{3}\right]$  sia uguale a 2.

*(6 punti)*

**Pagina bianca**

**Pagina bianca**