



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



SESSIONE PRIMAVERILE

**Livello superiore**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

**Sabato, 6 giugno 2009 / 90 minuti**

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, di una calcolatrice tascabile priva di interfaccia grafica e possibilità di calcolo con simboli, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello.  
Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 2.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verrà assegnato il punteggio di zero (0). Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, di cui 2 bianche.*

## Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$
- Raggi delle circonferenze circoscritta ed inscritta ad un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,  $r = \frac{A}{p}$ ,  $p = \frac{a+b+c}{2}$
- Formule di bisezione:  

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}} ; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}} ; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Funzioni trigonometriche relative al triplo di un angolo:  
 $\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x$ ,  $\cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$
- Teoremi di addizione:  
 $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$   
 $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$   

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:  
 $\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}$ ,  $\cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$   
 $\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$ ,  $\cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$
- Formule di Werner o della scomposizione del prodotto:  
 $\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x + y) - \cos(x - y)]$   
 $\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x + y) + \cos(x - y)]$   
 $\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x + y) + \sin(x - y)]$
- Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :  

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a > b$
- Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ;  $a$  è il semiasse reale.
- Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrali:  

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$$
,  $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$

01. Nel triangolo rettangolo  $ABC$  l'angolo nel vertice  $C$  è retto, il cateto  $b = |AC| = 7$  cm e l'angolo nel vertice  $A$  misura  $\alpha = 51^\circ$ . Calcolate l'area del triangolo e disegnatene lo schizzo.

*(6 punti)*

02. Riducete le frazioni:

a)  $\frac{204}{5202}$

(3 punti)

b)  $\frac{x^2 - 3x}{x^2 - 9}$  ( $x \neq -3$ ,  $x \neq 3$ )

(3 punti)

c)  $\frac{n!}{n! + (n+1)!}$  ( $n \in \mathbf{N}$ )

(2 punti)

03. Marco pratica il salto con gli sci, e durante un allenamento ha saltato per quattro volte ottenendo le seguenti gittate: 94 m, 100 m, 94 m e 96 m. Calcolate la gittata media dei suoi salti. Quale gittata dovrebbe raggiungere nel suo quinto salto d'allenamento affinché la sua media risulti di 98 m?

*(5 punti)*

04. È data l'equazione quadratica  $ax^2 - 4x + 2 = 0$ ,  $a \in \mathbb{R}$ ,  $a \neq 0$ . Risolvete l'equazione se  $a = -2$ . Scrivete le risoluzioni esatte. Per quali valori del numero  $a$  la suddetta equazione avrà due risoluzioni reali e distinte?

*(6 punti)*

05. Semplificate l'espressione  $\frac{a^{\frac{7}{3}} \cdot \sqrt{2a^{-3}}}{\sqrt[6]{8a}}$ ,  $a > 0$ .

(5 punti)

06. Risolvete le equazioni:

a)  $6 \cdot 4^x = 3$

(2 punti)

b)  $6 \cdot \log_4 x = 3$

(2 punti)

c)  $6 \cdot \sin 4x = 3$

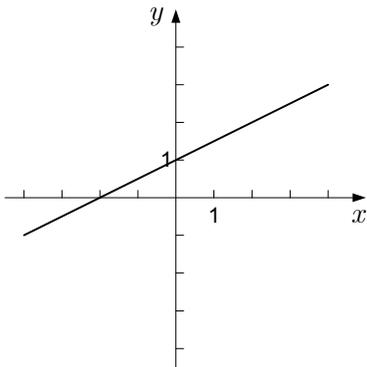
(4 punti)

07. Siano  $z_1 = 6i - 2i^2 + i^3$ ,  $z_2 = (2 - i) \cdot (-1 + 2i) - 2$  e  $z_3 = \frac{12 - i}{1 + 2i}$ . Calcolate i numeri complessi  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$ . Quali tra i numeri  $z_1$ ,  $z_2$  e  $z_3$  sono tra loro contrari e tra loro coniugati?

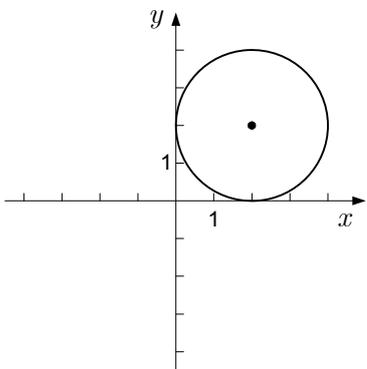
*(7 punti)*

08. Di seguito sono disegnate una retta, una circonferenza e un'ellisse. Scrivete le loro equazioni.

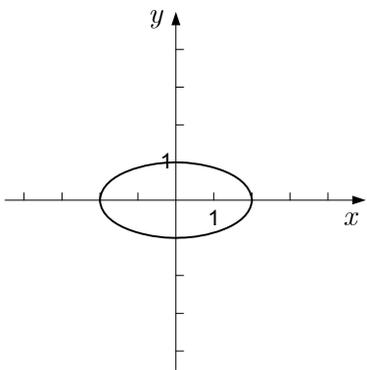
(7 punti)



Equazione:



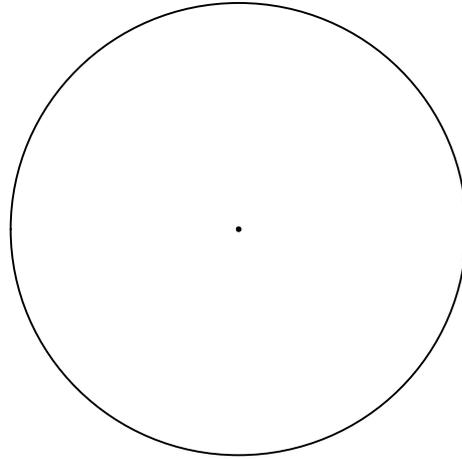
Equazione:



Equazione:

09. Nel cerchio di raggio  $r = 3$  cm inscrivete l'esagono regolare  $ABCDEF$ . Tracciate il vettore  $\vec{x} = \overline{AB} + 2\overline{BC}$  e calcolate il suo modulo. Il risultato sia approssimato al millimetro.

(7 punti)



10. Sia il secondo termine di una successione geometrica  $a_2 = 6$ , il quinto termine invece  $a_5 = 162$ .  
Calcolate il primo termine, la ragione e la somma dei primi diciotto termini della successione.

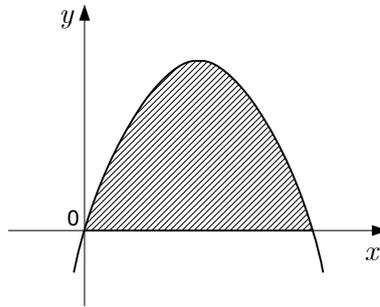
*(6 punti)*

11. Con quale angolo il grafico della funzione razionale  $f(x) = \frac{x-2}{x^2+1}$  interseca l'asse delle ascisse?  
Il risultato sia espresso al centesimo di grado.

*(8 punti)*

12. La figura mostra il grafico della funzione  $f(x) = -x^2 + 3x$ . Calcolate l'area della parte ombreggiata.

(7 punti)



**Pagina bianca**

**Pagina bianca**