



Š i f r a k a n d i d a t a :

Državni izpitni center



M 0 9 1 4 0 2 1 2

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven

MATEMATIKA

≡ Izpitna pola 2 ≡

Sobota, 6. junij 2009 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 10, 11 in 12 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 12 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

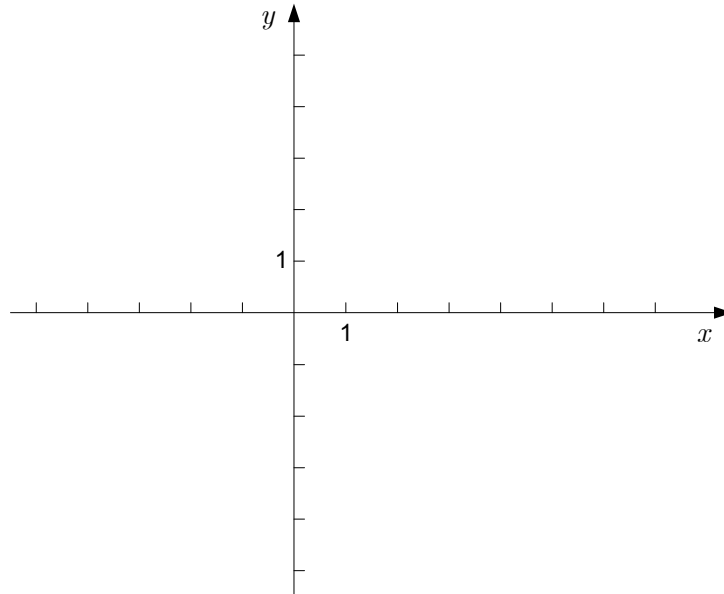
Prazna stran

OBRNITE LIST.

01. Dana je funkcija $f(x) = \sqrt{x}$.

- a) Narišite graf funkcije $g(x) = 2f(x) - 3$. Zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcije g ter izračunajte njeno ničlo.

(4 točke)



- b) V točki $T(4, y_1)$ položimo normalo na krivuljo $y = 2\sqrt{x} - 3$. Napišite enačbo te normale.

(4 točke)

- c) Naj bo $h(x) = f(x) + a$, pri čemer je $a \in \mathbb{R}^+$. Določite a tako, da bo ploščina lika med grafom funkcije h in osjo x na intervalu $[0, 4]$ enaka $\frac{20}{3}$.

(4 točke)

- d) Naj bo $u(x) = f(x + b)$, pri čemer je $b \in \mathbb{R}^+$. Določite b tako, da bo ploščina lika med grafom funkcije u , osjo x in osjo y enaka $\frac{54}{3}$.

(4 točke)

02. Dana je geometrijska vrsta $3 - \frac{x}{2} + \frac{x^2}{12} - \frac{x^3}{72} + \dots$, $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 0$.

a) Za katera realna števila x je ta vrsta konvergentna?

(2 točki)

b) Izračunajte število $x \in \mathbb{R}$, za katero je vsota te vrste enaka $2x - 4$.

(3 točke)

c) Naj bo $x = -1$. Koliko odstotkov vsote vseh členov te vrste predstavlja vsota prvih petih členov? Rezultat zaokrožite na 5 mest.

(3 točke)

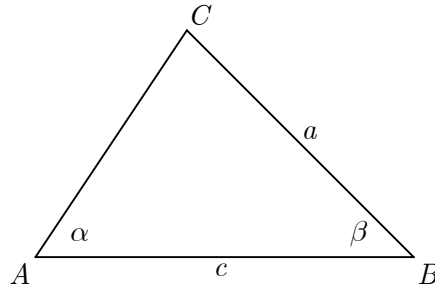
d) Naj bo $x = -1$. Kateri členi te vrste so manjši od 10^{-8} ? Napišite odgovor.

(4 točke)

03. Rešite naslednje naloge iz trigonometrije.

- a) Dokažite, da za trikotnik $\triangle ABC$ na sliki velja $c = \frac{a \sin(\alpha + \beta)}{\sin \alpha}$.

(3 točke)

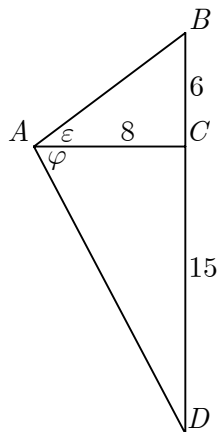


- b) Izračunajte dolžino stranice c v trikotniku s podatki $a = 40$, $b = 30$ in $\beta = 40^\circ$ (poiščite obe možni rešitvi).

(5 točk)

- c) Izračunajte natančno vrednost $\cos(\varepsilon + \varphi)$, če sta ε in φ kota na spodnji sliki, dolžine daljic so $|AC| = 8$, $|BC| = 6$ in $|CD| = 15$, daljici AC in BD pa sta pravokotni.

(4 točke)



REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN