



Š i f r a k a n d i d a t a :

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡ Izpitna pola 1 ≡

Torek, 25. avgust 2009 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

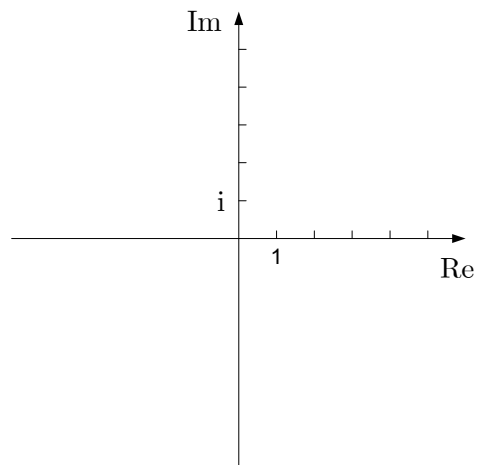
$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

01. Zapišite kompleksno število $z = (2 - i)(1 + 3i)$ v obliki $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$. Število z narišite v kompleksni ravnini in izračunajte $|z|$. Rezultat delno korenite.

(6 točk)



02. Rešite enačbo $\log(x + 15) + \log x = 2$.

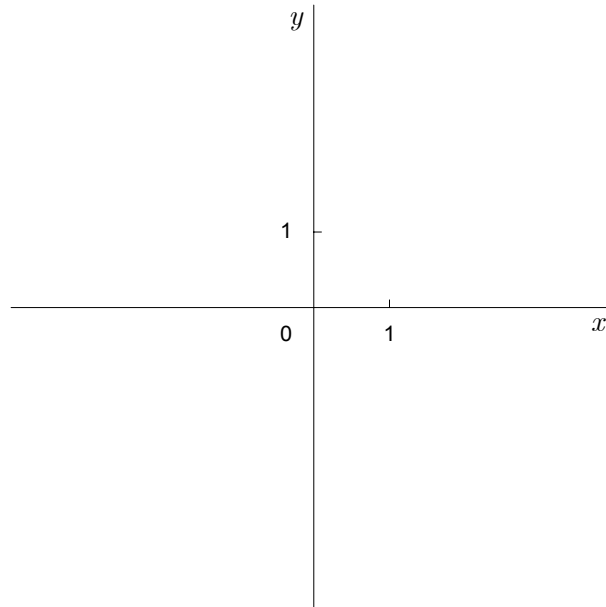
(6 točk)

03. Dan je polinom $p(x) = 10x^3 - 19x^2 + ax + 4$. Določite realno število a tako, da bo število 2 ničla tega polinoma. Nato poiščite še preostali ničli polinoma p .

(7 točk)

04. V dani koordinatni sistem narišite premico z enačbo $y = 2x - 2$. Na premici narišite točko A z ordinato -1 . Zapišite absciso točke A in izračunajte, koliko je točka A oddaljena od izhodišča koordinatnega sistema. Rezultat naj bo točen.

(7 točk)



05. V enakokrakem trikotniku meri višina na osnovnico $v_c = 5$ cm, kot α ob osnovnici pa 52° . Izračunajte dolžini osnovnice in kraka ter ploščino tega trikotnika. Rezultate zaokrožite na 3 mesta.

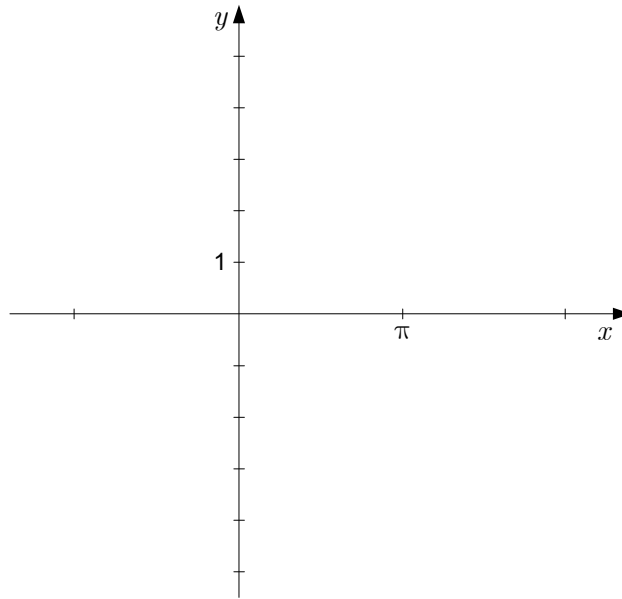
(6 točk)

06. Poenostavite izraz $\frac{3}{x-2} - \frac{1}{x+2} - 4(x^2-4)^{-1}$; $x \neq -2$, $x \neq 2$.

(6 točk)

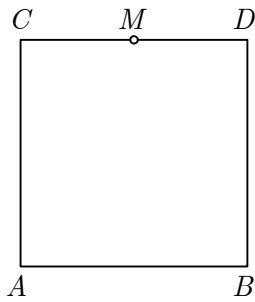
07. Izračunajte ničle funkcije $f(x) = 2 \cos x - 1$ in narišite njen graf.

(8 točk)



08. V kvadratu $ABCD$ s stranico a je točka M razpolovišče stranice CD . Izračunajte spodnje skalarne produkte. Rezultate vpišite v preglednico.

(5 točk)



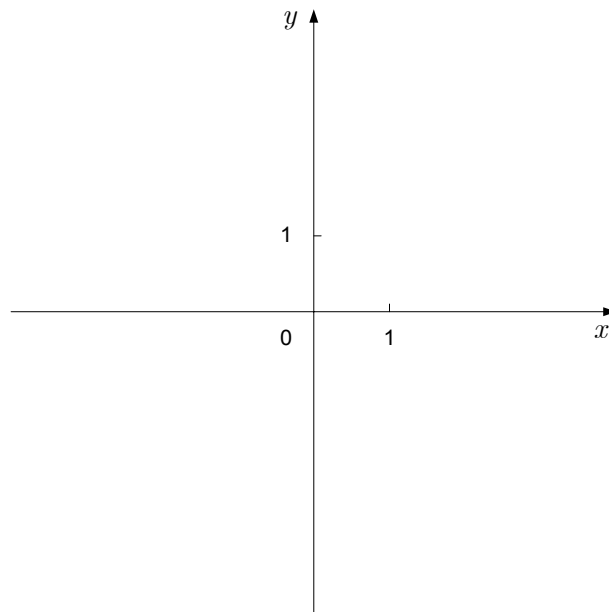
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} =$
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AB} =$
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{CD} =$
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} =$
$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AM} =$

09. Izračunajte presečišči parabole in premice z enačbama $y = x^2 - x - 2$ in $y = x + 1$. Izračunajte še kot, pod katerim se premica in parabola sekata v prvem kvadrantu. Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje natančno.

(8 točk)

10. Narišite grafa kvadratnih funkcij $f(x) = -x^2 + 1$ in $g(x) = x^2 - 1$ v dani koordinatni sistem. Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta grafa obeh funkcij.

(8 točk)



11. Izračunajte prve tri člene zaporedja s splošnim členom $a_n = \frac{n+1}{2n}$. Kateri člen v tem zaporedju je enak 0,50125? Dokažite, da je zaporedje padajoče.

(8 točk)

12. Učitelj bo med 12 dijakov (med njimi so tudi Drago, Jaka in Milan, drugi imajo drugačna imena) naključno razdelil teste dveh vrst: 6 dijakov bo pisalo test A, 6 dijakov test B. Kolikšna je verjetnost, da bodo vsi trije (Drago, Jaka in Milan) pisali test A? Kolikšna je verjetnost, da bo vsaj eden od omenjene trojice pisal test B?

(5 točk)

Prazna stran

Prazna stran