



Š i f r a k a n d i d a t a :

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡ Izpitna pola 2 ≡

Sobota, 5. junij 2010 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 10, 11 in 12 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 12 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

Prazna stran

OBRNITE LIST.

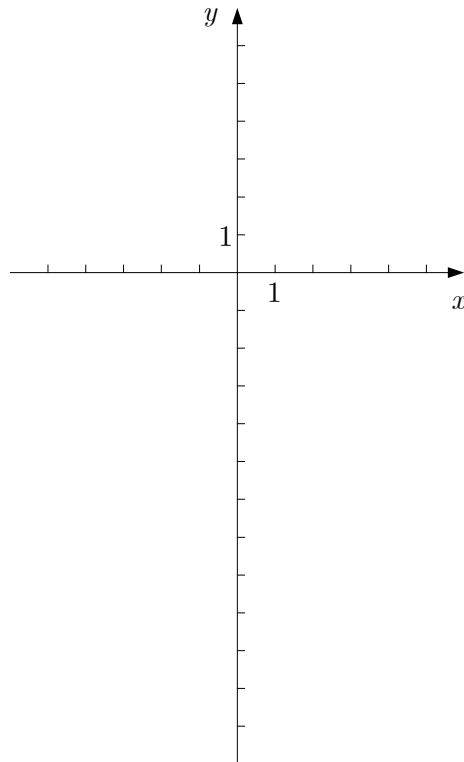
01. Dana je funkcija $f(x) = \frac{(x-2)^2}{x}$.

a) Določite ničle, pole, asimptote in stacionarne točke dane funkcije.

(4 točke)

b) Narišite graf funkcije f .

(3 točke)



c) Rešite neenačbo $f(x) \leq 1$.

(2 točki)

d) Izračunajte ploščino lika, ki ga omejujeta premica $y = 1$ in graf funkcije f .

(5 točk)

02. V ravnini so dane točke $A(2,1)$, $B(-1,4)$ in $C(-2,-3)$.
- a) Dokažite, da je trikotnik ABC pravokoten. Izračunajte ploščino trikotniku očrtanega kroga. Rezultat naj bo točen. (5 točk)
- b) Izračunajte koordinati točke A' , ki je pravokotna projekcija točke A na daljico BC . (3 točke)
- c) Točka M leži na daljici AC . Zapišite koordinati točke M tako, da bo ploščina trikotnika ABM enaka 11. (5 točk)

03. Rešite naslednje naloge iz kompleksnih števil.

- a) V kompleksni ravnini narišite sliko kompleksnega števila $z = 10(1 + 2i)^{-1}$. (2 točki)
- b) Izračunajte vsa realna števila x , za katera je število $z = 6x^3i^{2009} + 5x^2i^{2011} - 12xi^{2013} + 4i^{2007} + (x^2 + 1)i^{2008} + x + 5$ realno število. (5 točk)
- c) Dano je kompleksno število $w = 1 - i$. Izračunajte vsa kompleksna števila $z = x + iy$, za katera je $\operatorname{Re}(w \cdot z) = 0$ in $|z \cdot \bar{w}| = 2$. (4 točke)
- d) V kompleksni ravnini narišite množico točk, ki ustreza pogoju $|z - 1| = 2$. (2 točki)

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN