Šifra kandidata:

Državni izpitni center

M 1 0 2 4 0 2 1 1

JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven

MATEMATIKA

Izpitna pola 1

Četrtek, 26. avgust 2010 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:

  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc}\tan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc}\sin\frac{x}{a}+C$

01. Dane so množice $A=\{1,2\}$, $B=\{1,3,4,5\}$ in $C=\{2,4,5\}$. Zapišite množice $A\cup B$, $A\cap B$, $A\setminus B$, $B\setminus A$, $(A\cap C)\cup B$, $(A\cup B)\setminus(A\cap B)$ in $A\times C$ tako, da navedete njihove elemente.

(8 točk)

$A\cup B=$

$A\cap B=$

$A\setminus B=$

$B\setminus A=$

$(A\cap C)\cup B=$

$(A\cup B)\setminus(A\cap B)=$

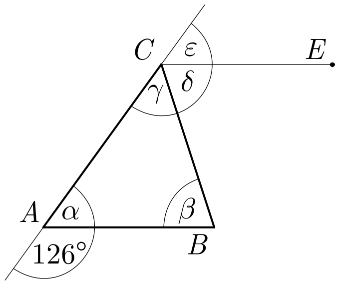
$A\times C=$

02. Rešite neenačbo $(2x-3)^2-2x \geq (2x-3)(2x+3)-10$. Množico rešitev zapišite kot interval in jo ponazorite na številski premici.

(6 točk)

03. Trikotnik ABC na skici je enakokrak ($|AB| = |BC|$). Zunanji kot pri oglišču A meri $126°$. Daljica CE je vzporedna stranici AB. V razpredelnico vpišite velikosti kotov α, β, γ, δ in ε.

(5 točk)



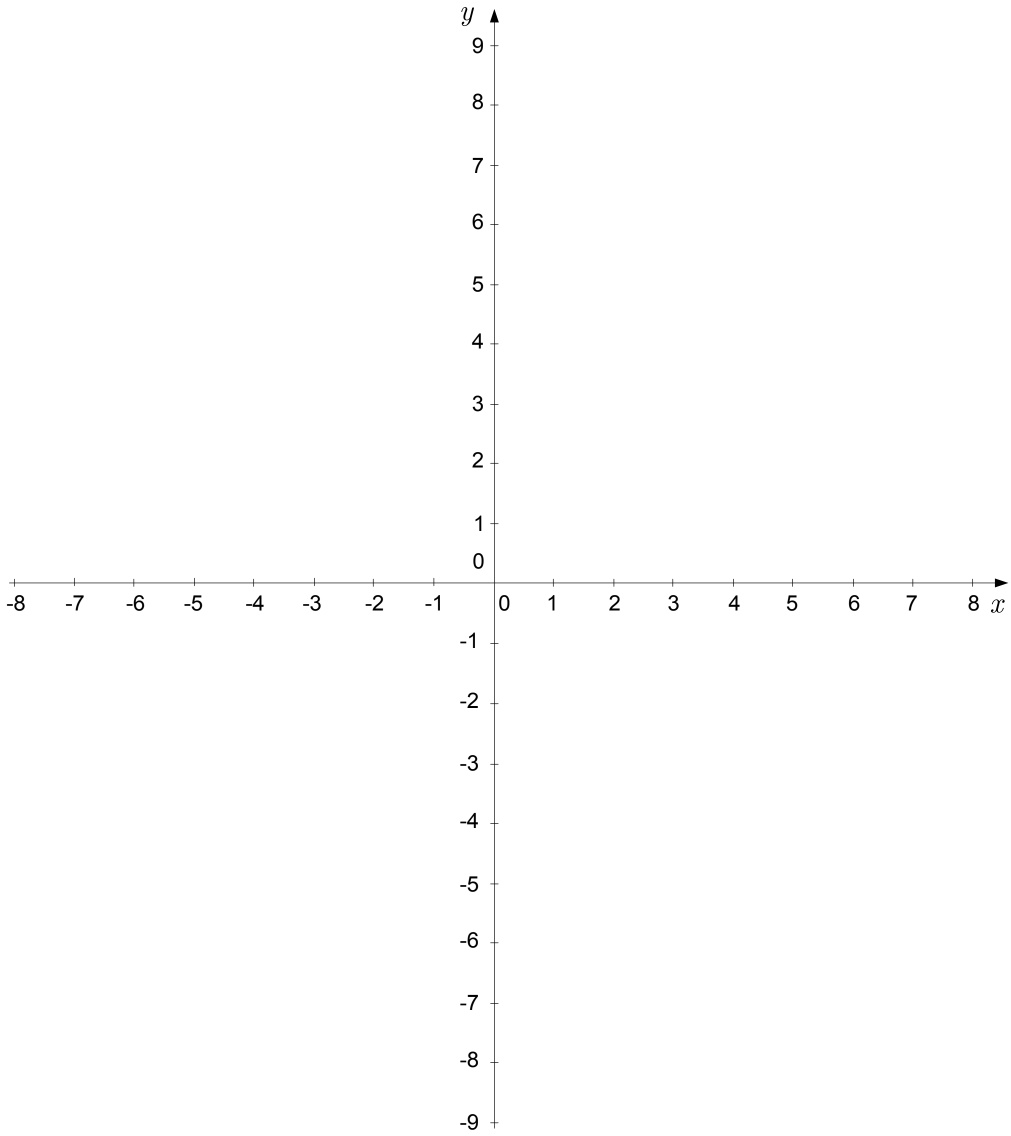
α	β	γ	δ	ε

04. Dano je kompleksno število $z = 12 + 5\mathrm{i}$. Izračunajte število $z^2 - \mathrm{i}\overline{z} + 2|z|$.

(6 točk)

05. Narišite graf funkcije $f(x) = 3^x - 1$ in njeno asimptoto. Zapišite ničlo funkcije f in enačbo asimptote. Točki $T_1(-1, y_1)$ in $T_2(x_2, 8)$ ležita na grafu funkcije f. Izračunajte neznani koordinati y_1 in x_2.

(8 točk)



06. Premica z enačbo $2x-5y-10=0$ seka os x v točki S. Zapišite enačbo tiste krožnice s središčem S, ki poteka skozi točko $T(0,1)$.

(6 točk)

07. Izračunajte abscisi stacionarnih točk funkcije $f(x)=\frac{2x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-x+5$.

(7 točk)

08. Prodajalec ima v vrečki 15 srečk: 5 dobitnih in 10 praznih. Kupimo 4 naključno izbrane srečke. Izračunajte verjetnost dogodkov:

A – vsaj ena kupljena srečka bo dobitna,
B – dve kupljeni srečki bosta dobitni, dve pa ne.

(7 točk)

09. Rešite enačbo $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) + \sin x - 1 = 0$.

(7 točk)

10. Imamo vektorja $\vec{a} = (t, -2, 6)$ in $\vec{b} = (-3, t, -10)$. Za katero realno število t sta vektorja $\vec{a}$ in $\vec{b}$ pravokotna? Za kateri realni števili t je dolžina vektorja $\vec{a}$ enaka 7?

(8 točk)

11. Vsota prvih treh členov aritmetičnega zaporedja je $\frac{21}{2}$, vsota prvega in petega člena pa 10. Izračunajte prvi člen in razliko (diferenco) tega zaporedja. Koliko je vsota prvih sto členov tega zaporedja?

(7 točk)

12. Pokažite, da je $\int \frac{1}{\sin^2 x \cos^2 x} \mathrm{d}x = \tan x - \cot x + C$.

(5 točk)

Prazna stran

Prazna stran