Š i f r a   k a n d i d a t a :
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

M 1 0 2 4 0 2 1 2 M

JESENSKI IZPITNI ROK
ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK

Višja raven

Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2

2. feladatlap

Četrtek, 26. avgust 2010 / 90 minut

2010. augusztus 26., csütörtök / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök: a jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, csak műveleteket végző zsebszámológépet, körzőt és 2 háromszögvonalzót vagy vonalzót hoz magával.
A jelölt egy értékelő lapot és két pótlapot is kap a vázlatkészítéshez.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 16 strani, od tega 3 rezervne in 3 prazne.
A feladatlap terjedelme 16 oldal, ebből 3 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 12, 13 in 14 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!
Ragassza vagy írja be kódszámát (a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra)! Kódszámát a pótlapra is írja rá!

A feladatlap 3 strukturált feladatot tartalmaz. Összesen 40 pont érhető el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** *erre kijelölt helyére, a függvénygrafikonokat ceruzával rajzolja be! Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat nulla (0) ponttal értékeljük. A 12., 13. és a 14. oldal tartalék. Csak abban az esetben írjon oda, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! Vázlatát írja a pótlapokra, de azt az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}[\cos(x+y)-\cos(x-y)]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}[\cos(x+y)+\cos(x-y)]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}[\sin(x+y)+\sin(x-y)]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$:

  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc\,sin}\frac{x}{a}+C$

Képletek

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^{2}-....+a^{2}b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- *A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- *A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- *A félszögek szögfüggvényei:*

  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- *A szög háromszorosának szögfüggvényei:*

  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- *Addíciós tételek:*

  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- *Tényezőkre bontás:*

  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- *A szögfüggvények szorzatának felbontása:*

  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- *A* $T_0\left(x_0,y_0\right)$ *pont távolsága az* $ax+by-c=0$ *egyenestől:*

  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- *Az* $A(x_1,y_1)$, $B(x_2,y_2)$, $C(x_3,y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

  $S=\frac{1}{2}\left|(x_2-x_1)(y_3-y_1)-(x_3-x_1)(y_2-y_1)\right|$
- *Ellipszis:* $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- *Hiperbola:* $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, *az a valós féltengely*
- *Parabola:* $y^2=2px$ *, fókuszpont* $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- *Integrálok:* $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc}\,\tan\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc}\,\sin\frac{x}{a}+C$

Prazna stran

Üres oldal

OBRNITE LIST.
LAPOZZON!

01. Dana je geometrijska vrsta $4^x + 4^{2x} + 4^{3x} + \dots$.

Adott a $4^x + 4^{2x} + 4^{3x} + \dots$ *mértani sorozat.*

a) Za katera realna števila x vrsta konvergira?
Melyik x *valós szám esetén konvergens a sorozat?*

(3 točke/pont)

b) Izračunajte x, da bo vsota vrste enaka dvakratniku prvega člena.
Számítsa ki az $x-\mathrm{et}$ *úgy, hogy a sorozat összege egyenlő legyen az első tag kétszeresével!*

(3točke/pont)

c) Izračunajte x tako, da bo kvadrat prvega člena vrste enak sedemkratniku petega člena. Rezultat zaokrožite na pet mest.
Számítsa ki az $x-\mathrm{et}$ *úgy, hogy az első tag négyzete egyenlő legyen az ötödig tag hétszeresével!*
Az eredményt kerekítse öt helyre!

(3točke/pont)

d) Za $x=-1$ zapišite vsoto s_n prvih n členov vrste. Najmanj koliko členov vrste moramo sešteti, da se bo vsota s_n od vsote neskončne vrste razlikovala za manj kot 10^{-10}?
Az $x=-1$ *esetén írja fel az* s_n *első* n *tag összegét! Legalább hány sorozattagot kell összeadnunk ahhoz, hogy az* s_n *összeg a végtelen sorozat összegétől* 10^{-10} *-nél kevesebbel különbözzön?*

(5 točk/pont)

02. Dan je polinom $p(x)=4x^3+ax^2+bx+3$; $a,b\in\mathbb{R}$.

Adott a $p(x)=4x^3+ax^2+bx+3$ *polinom;* $a,b\in\mathbb{R}$.

a) Za $a=0$ in $b=-7$ izračunajte ničle polinoma. Določite definicijsko območje za funkcijo $f(x)=\sqrt{4x^3-7x+3}$.
Az $a=0$ *és* $b=-7$ *esetén számítsa ki a polinom gyökeit! Határozza meg az* $f(x)=\sqrt{4x^3-7x+3}$ *függvény értelmezési tartományát!*

(6 točk/pont)

b) Izračunajte a in b, če je ena od ničel polinoma p število $1-\mathrm{i}\sqrt{2}$.
Számítsa ki az $a-\mathrm{t}$ *és a* $b-\mathrm{t}$*, ha a* p *polinom egyik gyöke* $1-\mathrm{i}\sqrt{2}$.

(4 točke/pont)

c) Izračunajte a in b, če je tangenta na graf polinoma p v točki $T(1,6)$ vzporedna premici $2x-y+5=0$.
Számítsa ki az $a-\mathrm{t}$ *és a* $b-\mathrm{t}$*, ha a* p *polinom érintője a* $T(1,6)$ *pontban párhuzamos a* $2x-y+5=0$ *egyenletű egyenessel!*

(4 točke/pont)

03. Parabola ima teme $T(1,2)$ in premico vodnico z enačbo $x=-2$.

A parabola csúcspontja a $T(1,2)$ *pont, aszimptotája az* $x=-2$ *egyenletű egyenes.*

a) Zapišite enačbo dane parabole in poiščite njeno presečišče z abscisno osjo.
Írja fel az adott parabola egyenletét, és határozza meg az abszcissza-tengellyel való metszéspontját!

(4 točke/pont)

b) Zapišite enačbo tiste krožnice s središčem v temenu dane parabole, ki od premice vodnice dane parabole odreže tetivo dolžine 8.
Írja fel annak az adott parabola csúcsában levő körnek az egyenletét, amely az adott parabola aszimptotájából levág egy 8 hosszú húrt!

(3 točke/pont)

c) Pokažite, da eno od gorišč hiperbole z enačbo $3x^2-y^2+4y-7=0$ leži na premici vodnici dane parabole.
Bizonyítsa, hogy a $3x^2-y^2+4y-7=0$ *egyenletű hiperbola egyik fókuszpontja az adott parabola aszimptotáján fekszik!*

(5 točk/pont)

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

Prazna stran

Üres oldal

Prazna stran

Üres oldal