



Š i f r a k a n d i d a t a :

Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡ Izpitna pola 1 ≡

Sobota, 4. junij 2011 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujete **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišete s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

01. Dana je funkcija s predpisom $f(x) = -3x + 5$. Izračunajte $f\left(-\frac{1}{2}\right)$. Izračunajte, za kateri x je vrednost te funkcije $\frac{11}{2}$. Za katere x so vrednosti funkcije negativne?

(8 točk)

02. Prvi člen aritmetičnega zaporedja je -4 , peti člen pa 8 . Izračunajte diferenco (razliko) in stoti člen tega zaporedja.

(5 točk)

03. Poenostavite izraz $((-a)^4)^3 \cdot (-a)^{-3} : a^9$.

(5 točk)

04. V ostrokotnem trikotniku, v katerem je stranica b daljša od stranice a , merijo: stranica $a = \sqrt{17}$ cm, višina $v_c = 4$ cm in težiščnica $t_c = 5$ cm. Izračunajte stranico c in ploščino trikotnika. Narišite skico.

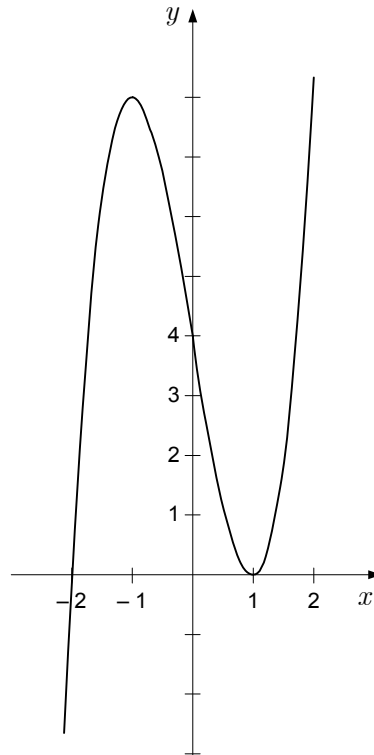
(8 točk)

05. Komplexno število $(5 - 10i)^2 (2 + i)^{-1}$ zapišite v obliki $a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$.

(6 točk)

06. Zapišite polinom tretje stopnje, katerega graf je narisano v koordinatnem sistemu.

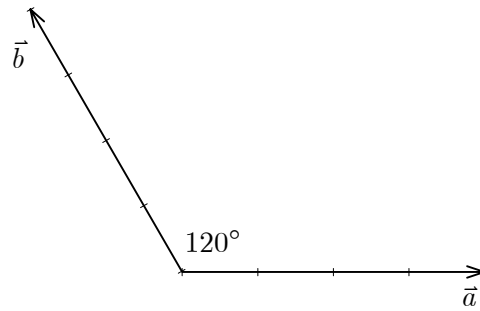
(6 točk)



07. Elipsa s središčem v izhodišču koordinatnega sistema ima dve temeni $T_1(2, 0)$ in $T_2(-2, 0)$ ter poteka skozi točko $A\left(\sqrt{3}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Zapišite njeno enačbo in drugi dve temeni.

(7 točk)

08. Vektorja \vec{a} in \vec{b} na spodnji sliki sta dolga 4 enote, kot med njima pa je 120° .



Skicirajte vektor $\vec{c} = -2\vec{a} + \frac{1}{2}\vec{b}$ ter izračunajte skalarna produkta $\vec{a} \cdot \vec{b}$ in $\vec{a} \cdot \vec{c}$.

(8 točk)

09. Naj bo $f(x) = a \cdot 3^{x-1} + b$, $a, b \in \mathbb{R}$. Določite števili a in b tako, da bo $f(1) = -1$ in $f(3) = -17$. Zapišite še definicijsko območje \mathcal{D}_f in zalogo vrednosti \mathcal{Z}_f tako dobljene funkcije.

(7 točk)

10. Izračunajte ničle funkcij $f(x) = \sin \frac{x}{3}$ in $g(x) = 2 \sin \frac{x}{3} + 1$.

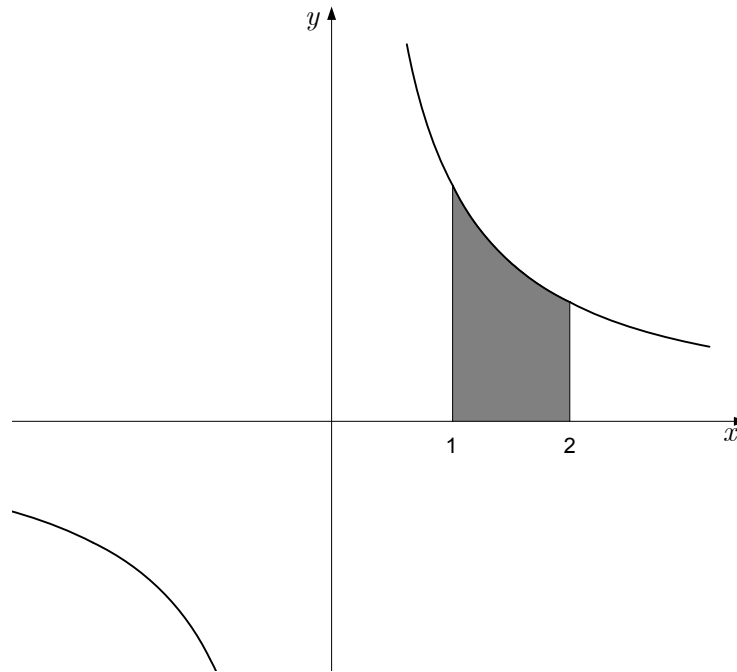
(7 točk)

11. Marjetica ima 21 prijateljic in 11 prijateljev (le enemu prijatelju je ime Andrej in le enemu Borut). Na zabavo bo povabila 3 svoje prijateljice in 4 prijatelje. Na koliko načinov lahko to stori? Kolikšna je verjetnost, da bosta med temi povabljeni Andrej in Borut, če bo Marjetica izbirala povabljenke naključno?

(6 točk)

12. Na sliki je graf funkcije $f(x) = \frac{a}{x}$. Na dve decimalki izračunajte število a , če je ploščina osenčenega lika na sliki enaka 4.

(7 točk)



Prazna stran

Prazna stran