



Š i f r a k a n d i d a t a :

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡ Izpitna pola 1 ≡

Petek, 26. avgust 2011 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno brez grafičnega zaslona
in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.*

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujete **v izpitno polo** v za to predvideni prostor, grafe funkcij pa rišete s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 2 prazni.

Formule

- $a^{2n+1} + b^{2n+1} = (a + b)(a^{2n} - a^{2n-1}b + a^{2n-2}b^2 - \dots + a^2b^{2n-2} - ab^{2n-1} + b^{2n})$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a + b + c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}; \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}; \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$
- Kotne funkcije trojnih kotov:

$$\sin 3x = 3 \sin x - 4 \sin^3 x, \cos 3x = 4 \cos^3 x - 3 \cos x$$
- Adicijski izrek:

$$\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x + y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$
- Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x + y}{2} \cos \frac{x - y}{2}, \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x + y}{2} \sin \frac{x - y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}, \cot x \pm \cot y = \frac{\sin(y \pm x)}{\sin x \sin y}$$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x + y) - \cos(x - y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2}[\cos(x + y) + \cos(x - y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2}[\sin(x + y) + \sin(x - y)]$$
- Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$:

$$d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

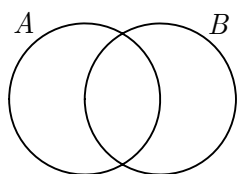
$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$
- Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$; $a > b$
- Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{c}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$
- Integrala:

$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C, \int \frac{dx}{\sqrt{a^2 - x^2}} = \arcsin \frac{x}{a} + C$$

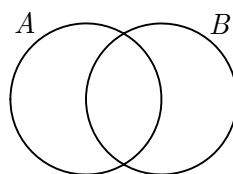
01. Na slikah označite množice:

(6 točk)

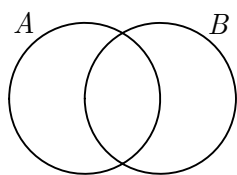
a) $A \cap B$



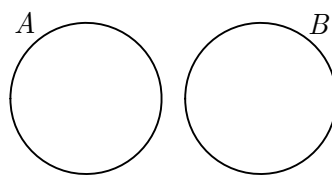
b) $A \cup B$



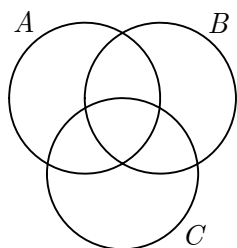
c) $A \setminus B$



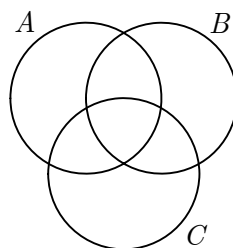
d) $B \setminus A$



e) $(A \cup B) \cap C$



f) $(A \cap C) \setminus B$



02. Dane algebrske izraze razstavite na čim več faktorjev v množici realnih števil.

a) $a^2 - 3a =$

(1 točka)

b) $x^2 + 2x - 48 =$

(1 točka)

c) $a^3 + 2a^2 - 9a - 18 =$

(2 točki)

d) $2x^4 - 72x^2 =$

(2 točki)

e) $a^3 - 27 =$

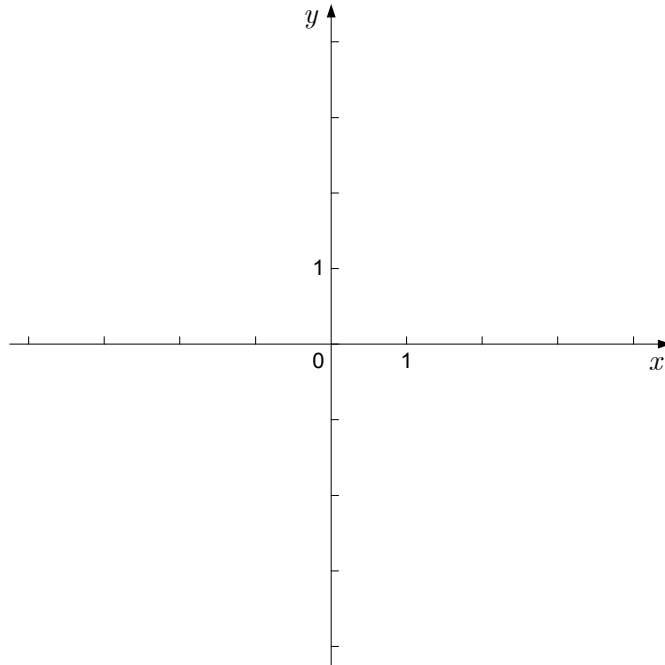
(2 točki)

03. V enakokrakem trikotniku meri osnovnica 16 cm , krak pa 10 cm . Izračunajte obseg, višino na osnovnico in ploščino trikotnika ter kot ob osnovnici na desetinko stopinje natančno.

(6 točk)

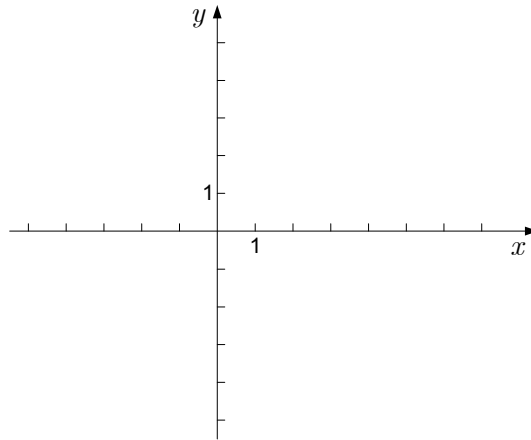
04. Imamo kvadratno funkcijo $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Izračunajte ničli in koordinati temena ter zapišite presečišče grafa funkcije f z osjo y . Narišite graf funkcije f . Na katerem intervalu je funkcija f negativna?

(8 točk)



05. V koordinatni sistem v ravnini narišite krožnico z enačbo $x^2 + y^2 - 6x + 2y + 1 = 0$.
Izračunajte abscisi presečišč krožnice z osjo x .

(7 točk)



06. Naj bo kompleksno število z rešitev enačbe $2z + i^{139} = 3iz - 18$. Izračunajte $|z|$.

(7 točk)

07. V enakostraničnem trikotniku s stranico dolžine $a = 6$ leži točka M na stranici BC tako, da je $|BM| : |MC| = 5 : 1$. Izrazite vektor \overline{AM} z vektorjema $\overline{AB} = \vec{a}$ in $\overline{BC} = \vec{b}$ ter izračunajte skalarni produkt $\overline{AM} \cdot \overline{AB}$.

(7 točk)

08. Kota α in β sta ostra kota. Vemo, da je $\sin \alpha = \frac{1}{5}$ in $\sin \beta = \frac{4}{5}$. Izračunajte $\sin(\alpha + \beta)$ na dva načina:

a) z računalom, tako da najprej izračunate kota α in β , rezultat pa zaokrožite na dve decimalki;
(3 točke)

b) brez računalna, ne da bi računali kota α in β , rezultat pa naj bo točen.

(5 točk)

09. Izračunajte vrednost izraza $\log_a a^2 + \log_b 1 - \log_c \frac{1}{c} + 3 \log_d \sqrt[6]{d}$, pri čemer so a, b, c in d pozitivna realna števila, različna od 1.

(6 točk)

10. Iz črk besede KAŽIPOT sestavljamo besede, dolge 7 črk, vsako črko uporabimo natanko enkrat. Koliko različnih besed lahko sestavimo?

Če naključno izberemo eno od teh besed, izračunajte verjetnost dogodkov:

A – v besedi stojijo soglasniki skupaj,

B – v besedi se vidi besedica POT (črke P, O in T morajo stati skupaj in v tem vrstnem redu).

(5 točk)

11. Dana je funkcija $f(x) = 2x^3 + 1$. Napišite enačbo tangente na graf funkcije v točki $A(1, y_1)$.

(6 točk)

12. Prvi trije členi geometrijskega zaporedja so 2 , $\sqrt{3}$, $\frac{3}{2}$. Izračunajte količnik in četrti člen tega zaporedja. Izračunajte še vsoto pripadajoče geometrijske vrste $2 + \sqrt{3} + \frac{3}{2} + \dots$. Rezultat naj bo točen. V ulomku odpravite koren iz imenovalca.

(6 točk)

Prazna stran

Prazna stran