Šifra kandidata:

Državni izpitni center

M 1 1 2 4 0 2 1 2

JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven

MATEMATIKA

Izpitna pola 2

Petek, 26. avgust 2011 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:
Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo brez grafičnega zaslona in možnosti računanja s simboli, šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo.
Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 3 strukturirane naloge. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 2.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani, grafe funkcij pa rišite s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z nič (0) točkami. Strani 10, 11 in 12 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 12 strani, od tega 1 prazno in 3 rezervne.

Formule

- $a^{2n+1}+b^{2n+1}=(a+b)\left(a^{2n}-a^{2n-1}b+a^{2n-2}b^2-....+a^2b^{2n-2}-ab^{2n-1}+b^{2n}\right)$
- Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2=ca_1$, $b^2=cb_1$, $v_c^2=a_1b_1$
- Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R=\frac{abc}{4S}$, $r=\frac{S}{s}$, $s=\frac{a+b+c}{2}$
- Kotne funkcije polovičnih kotov:
  $\sin\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$; $\cos\frac{x}{2}=\pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$; $\tan\frac{x}{2}=\frac{\sin x}{1+\cos x}$
- Kotne funkcije trojnih kotov:
  $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$, $\cos 3x=4\cos^3 x-3\cos x$
- Adicijski izrek:
  $\sin(x+y)=\sin x\cos y+\cos x\sin y$

  $\cos(x+y)=\cos x\cos y-\sin x\sin y$

  $\tan(x+y)=\frac{\tan x+\tan y}{1-\tan x\tan y}$
- Faktorizacija:
  $\sin x+\sin y=2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x-\sin y=2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\cos x+\cos y=2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x-\cos y=-2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

  $\tan x\pm\tan y=\frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$, $\cot x\pm\cot y=\frac{\sin(y\pm x)}{\sin x\sin y}$
- Razčlenitev produkta kotnih funkcij:
  $\sin x\sin y=-\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)-\cos(x-y)\right]$

  $\cos x\cos y=\frac{1}{2}\left[\cos(x+y)+\cos(x-y)\right]$

  $\sin x\cos y=\frac{1}{2}\left[\sin(x+y)+\sin(x-y)\right]$
- Razdalja točke $T_0\left(x_0,y_0\right)$ od premice $ax+by-c=0$:

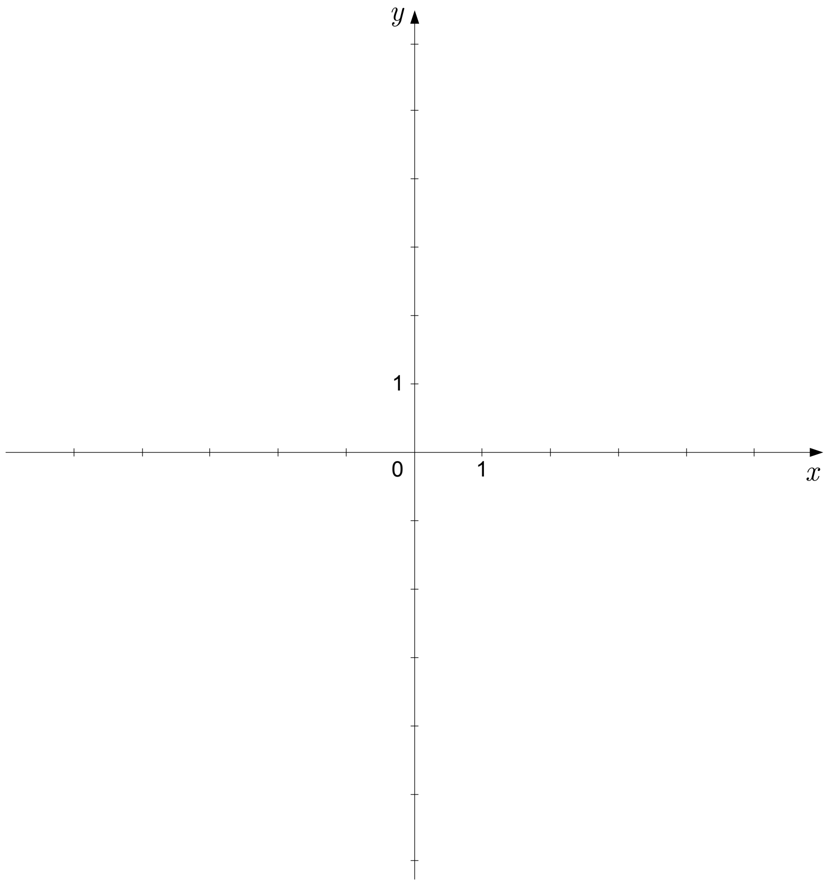
  $d\left(T_0,p\right)=\left|\frac{ax_0+by_0-c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$
- Ploščina trikotnika z oglišči $A\left(x_1,y_1\right)$, $B\left(x_2,y_2\right)$, $C\left(x_3,y_3\right)$:
  $S=\frac{1}{2}\left|\left(x_2-x_1\right)\left(y_3-y_1\right)-\left(x_3-x_1\right)\left(y_2-y_1\right)\right|$
- Elipsa: $e^2=a^2-b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$; $a>b$
- Hiperbola: $e^2=a^2+b^2$, $\varepsilon=\frac{e}{a}$, a je realna polos
- Parabola: $y^2=2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2},0\right)$
- Integrala:
  $\int\frac{\mathrm{d}x}{x^2+a^2}=\frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a}+C$, $\int\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{a^2-x^2}}=\operatorname{arc\,sin}\frac{x}{a}+C$

Prazna stran

01. Imamo funkciji $f(x) = x^2 - 3x$ in $g(x) = 1 - \dfrac{3}{x}$.

a) Izračunajte vsa tri presečišča grafov funkcij f in g. Grafa obeh funkcij narišite v dani koordinatni sistem.

(6 točk)



b) Izračunajte kot, pod katerim se sekata grafa teh funkcij v presečišču z najmanjšo absciso.

(4 točke)

c) Izračunajte ploščino lika med grafoma funkcij f in g.

(4 točke)

d) Zapišite definicijsko območje funkcije $h(x) = g\big(f(x)\big)$.

(2 točki)

02. Pri reševanju spodnjih nalog lahko uporabite natančno vrednost $\sin 15° = \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.

a) Izračunajte natančno ploščino trikotnika ABC s stranicama $a = |BC| = 6$ in $b = |AC| = 3\sqrt{2} - \sqrt{6}$ ter kotom $\alpha = \sphericalangle BAC = 120°$.

(4 točke)

b) Izračunajte natančno dolžino stranice in ploščino pravilnega dvanajstkotnika, včrtanega krogu s polmerom 2.

(4 točke)

c) Daljica PR naj bo premer kroga, točka T pa naj leži na krožnici, ki omejuje ta krog. Kot $\sphericalangle RPT$ meri $15°$, dolžina daljice RT pa je $2\sqrt{6} - 2\sqrt{2}$. Izračunajte polmer in ploščino tega kroga.

(4 točke)

03. V spodnjih nalogah upoštevajte lastnosti binomskih simbolov.

a) Za katera naravna števila n so $n+6,\ \binom{n}{2},\ \binom{n}{3}$ prvi trije členi geometrijskega zaporedja?

(4 točke)

b) Imamo polinom $p(x)=(2+x)^n=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x+a_0$. Za katero naravno število n $(n>1)$ sta koeficienta a_{n-1} in a_{n-2} tega polinoma enaka?

(4 točke)

c) V ravnini so narisane tri različne vzporedne premice p, q in r ter 12 različnih točk: 5 točk leži na premici p, 4 točke na premici q, 3 točke pa na premici r.
Koliko trikotnikov z oglišči v teh točkah lahko narišemo, če naj ena stranica trikotnika leži na premici p?
Koliko trapezov z oglišči v teh točkah lahko narišemo, če naj ena osnovnica trapeza leži na premici p?

(4 točke)

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN

REZERVNA STRAN