



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



JESENSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
≡≡≡ Izpitna pola 1 ≡≡≡

**Ponedeljek, 27. avgust 2012 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 1 prazno.*



## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n$  liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  je realna polos

Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

1. Rešite te štiri enačbe v množici realnih števil. Rešitve naj bodo zapisane točno.

1.1.  $2x - 1 = 0$

(1)

1.2.  $2x^2 - 1 = 0$

(2)

1.3.  $2x^3 - 1 = 0$

(1)

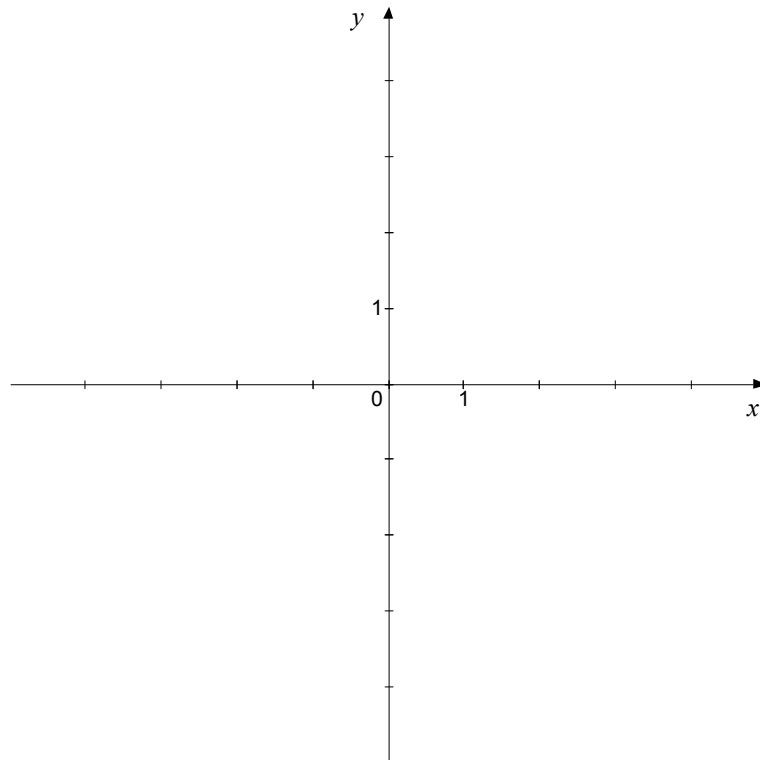
1.4.  $2x^4 - 1 = 0$

(2)

(6 točk)

2. V koordinatni sistem narišite premice z enačbami  $y = -4x - 4$ ,  $y = 4x - 4$ ,  $y = -2x + 2$  in  $y = 2x + 2$ . Natančno izračunajte obseg in ploščino lika, ki ga omejujejo te premice.

(7 točk)



3. Poenostavite izraz  $\frac{2}{a^2-9} - \frac{1}{a^2+3a}$ ;  $a \neq -3$ ,  $a \neq 3$ ,  $a \neq 0$ .

(6 točk)

4. Dana je funkcija  $f(x) = \frac{5}{x^2 - 4}$ . Zapišite njeno definicijsko območje  $D_f$ . Izračunajte  $f(-3)$  in  $f\left(\frac{3}{2}\right)$ . Za kateri vrednosti spremenljivke  $x$  ima funkcija vrednost 5? Vsi rezultati naj bodo točni.

(7 točk)

5. Izračunajte odvode funkcij:

5.1.  $f_1(x) = 2x^3 - 3x + 4$

(1)

$$f_1'(x) =$$

5.2.  $f_2(x) = \sqrt[3]{x}$

(1)

$$f_2'(x) =$$

5.3.  $f_3(x) = \frac{x^2}{x+1}; x \neq -1$

(2)

$$f_3'(x) =$$

5.4.  $f_4(x) = \ln(2x+1); x > -\frac{1}{2}$

(1)

$$f_4'(x) =$$

5.5.  $f_5(x) = (x-1)e^x$

(2)

$$f_5'(x) =$$

(7 točk)

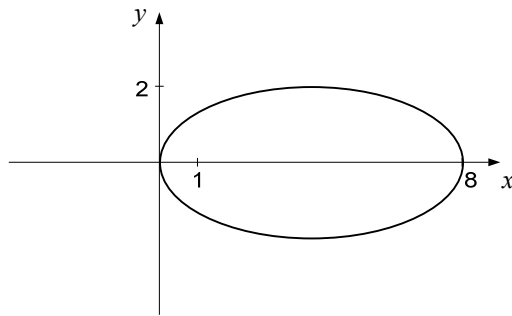


6. Dan je enakokrak trapez  $ABCD$  z osnovnicama  $|AB| = 15$  in  $|CD| = 9$ , kraka merita 5. Nosilki krakov se sekata v točki  $E$ , nastane enakokrak trikotnik  $ABE$ . Izračunajte dolžino daljice  $|BE|$ . Skica je obvezna.

(5 točk)

7. Elipsa na sliki ima temena v točkah  $A(0,0)$ ,  $B(8,0)$ ,  $C(4,-2)$  in  $D(4,2)$ . Napišite enačbo te elipse in izračunajte razdaljo med njenima goriščema  $F_1$  in  $F_2$ .

(7 točk)



8. Rešite enačbo:  $2\cos^2 x - 3\sin x - 3 = 0$ .

(8 točk)

9. Poiščite kompleksno število oblike  $z = a + bi$ ,  $a, b \in \mathbb{R}$ , za katero velja  $4z + 2i\bar{z} = 21 + 12i$ .

(6 točk)

10. Iz črk besede TRIGLAV sestavljamo nove besede. Vsakič uporabimo vse črke in vsako le enkrat.
- 10.1. Koliko različnih besed lahko sestavimo? (2)
- 10.2. Koliko je takih besed, v katerih vsi soglasniki stojijo skupaj? (2)
- 10.3. Kolikšna je verjetnost dogodka  $A$ , da se naključno sestavljena beseda začne s črko T in konča s črko V? (2)
- (6 točk)

11. Dani sta točki  $A(1, -1, 3)$  in  $B(-3, -2, 10)$  ter vektor  $\vec{b} = (2, -4, 4)$ .

11.1. Zapišite vektor  $\vec{a} = \overline{AB}$  s komponentami (koordinatami).

(2)

11.2. Izračunajte skalarni produkt vektorjev  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

(2)

11.3. Izračunajte dolžino vektorja  $\vec{b}$ .

(1)

11.4. Na kotno minuto natančno izračunajte kot, ki ga oklepata vektorja  $\vec{a}$  in  $\vec{b}$ .

(2)

(7 točk)

12. Izračunajte pozitivno realno število  $a$  tako, da bo ploščina lika med parabolo  $y = x^2 + a$  in abscisno osjo na intervalu  $[1, 2]$  enaka  $\frac{20}{3}$ .

(8 točk)

**Prazna stran**