



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
==== Izpitna pola 1 ====

**Sobota, 8. junij 2013 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 1 prazno.*



## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n$  liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  je realna polos

Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

1. Zapišite eksplisitno obliko enačbe premice skozi točki  $A(2,-3)$  in  $B(-4,-6)$ . Izračunajte ploščino trikotnika med premico in koordinatnima osema.

(7 točk)

2. V enakokrakem trikotniku  $ABC$  meri osnovnica  $|AB| = c = 10$  in kot ob vrhu  $C$  meri  $78^\circ$ . Izračunajte kota ob osnovnici in dolžino kraka. Narišite skico.

(5 točk)

3. Rešite sistem neenačb  $(x+2)^2 \leq x^2 + 8$  in  $\frac{1-3x}{2} < 5$ .

(5 točk)

4. Pokažite, da je kompleksno število  $-2 + i\sqrt{5}$  rešitev enačbe  $x^2 = -4x - 9$ . Zapišite še drugo rešitev te enačbe.

(6 točk)

5. Napišite enačbo tangente na graf funkcije  $f(x) = -\frac{5}{2}x^2 + 2x + \frac{1}{2}$  v presečišču grafa z osjo  $y$ .  
Nalogo rešite brez uporabe računalnika.

(7 točk)

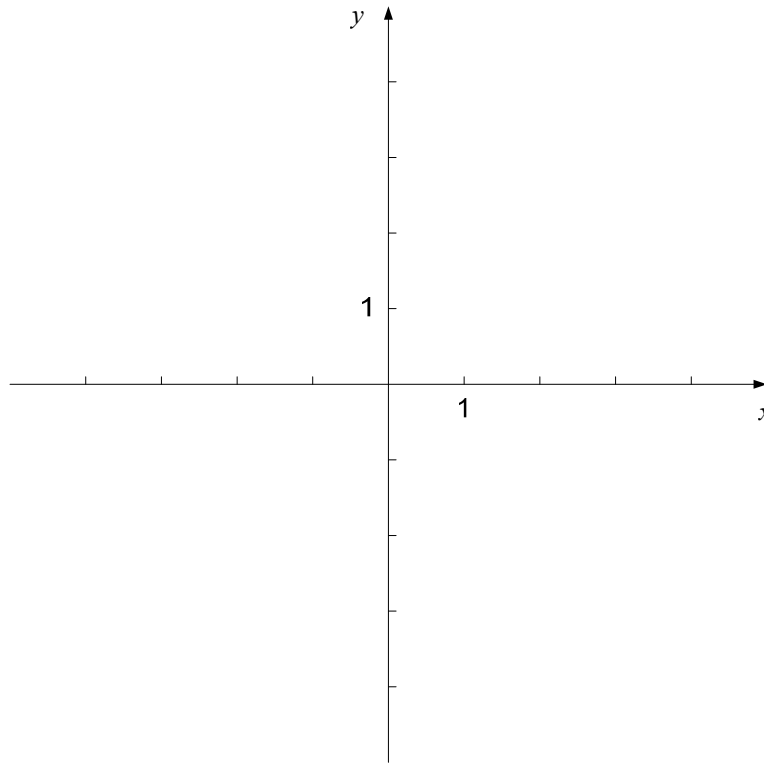


6. Dana je funkcija  $f(x) = 2\sin\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{6}\right) - 2$ . Zapišite presečišče grafa funkcije  $f$  z ordinatno osjo in izračunajte ničle te funkcije.

(8 točk)

7. V dani koordinatni sistem narišite krožnico  $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 1 = 0$ . Računsko pokažite, da točka  $A(0, -1)$  leži na dani krožnici. Zapišite koordinati točke  $B$ , če je tetiva  $AB$  premer krožnice. Nalogo rešujte brez uporabe računalnika.

(8 točk)



8. Dana sta vektorja  $\vec{a} = (2, -1)$  in  $\vec{b} = (6, -3)$ . Izračunajte vektor  $\vec{a} + \vec{b}$  in brez uporabe računala preverite, ali za dana vektorja velja:  $|\vec{a} + \vec{b}| = |\vec{a}| + |\vec{b}|$ .

(6 točk)

9. Iz črk besede LOGARITEM naključno izberemo tri različne črke. Izračunajte verjetnost dogodka  $A$ , da so vse tri izbrane črke soglasniki, in verjetnost dogodka  $B$ , da je vsaj ena izbrana črka soglasnik.

(7 točk)

10. Drugi člen aritmetičnega zaporedja je  $\frac{10}{3}$ , vsota kvadratov prvih treh členov pa  $\frac{154}{3}$ . Izračunajte prvi člen in diferenco zaporedja.

(7 točk)

11. Dana je funkcija  $f(x) = -x^2 + a$ , pri čemer je  $a \geq 9$ . Izračunajte število  $a$ , če je ploščina lika med grafom funkcije  $f$  in osjo  $x$  na intervalu  $[1, 3]$  enaka  $\frac{40}{3}$ .

(7 točk)

12. Naj bo  $\log_b a = 2$ .

Izračunajte vrednost izraza  $\frac{1}{3}\log_b a^6 - 2\log_b \sqrt{a} + \log_b 1 - 4\log_b \frac{b}{a^3}$ .

(7 točk)

**Prazna stran**