Šifra kandidata:
*A jelölt kódszáma:*

Državni izpitni center

M 1 3 2 4 0 1 1 1 M

JESENSKI IZPITNI ROK
*ŐSZI VIZSGAIDŐSZAK*

**Osnovna raven**
***Alapszint***

# MATEMATIKA

Izpitna pola 1
*1. feladatlap*

**Ponedeljek, 26. avgust 2013 / 120 minut**
***2013. augusztus 26., hétfő / 120 perc***

*Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

*Engedélyezett segédeszközök:*
*A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, zsebszámológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.*

**SPLOŠNA MATURA**
***ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA***

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
*A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.*

*Ta pola ima 20 strani, od tega 4 prazne.*
*A feladatlap 20 oldalas, ebből 4 üres.*

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**
**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

***ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK***

***Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!***
***Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!***

*Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!*

*A feladatlap 12 rövid feladatot tartalmaz. Összesen 80 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.*

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem vesszük figyelembe.*

*A válasznak tartalmaznia kell a megoldásig vezető műveletsort az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!*

*Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!*

# Formule

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n$ liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + .... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}},\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}},\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\text{arc}\tan\frac{x}{a} + C$

# ***Képletek***

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n$ *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + .... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

*A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele:* $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

*A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara:* $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

*A félszögek szögfüggvényei:*

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

*Addíciós tételek:*

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

*Összegek szorzattá alakításának képletei:*

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

*A szorzatok összeggé alakításának képletei:*

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

*A* $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

*Az* $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

*Ellipszis:* $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

*Hiperbola:* $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós tengelye*

*Parabola:* $y^2 = 2px,\ G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

*Összetett függvény:* $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

*Bernoulli-képlet:* $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

*Integrál:* $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\text{arc}\tan\frac{x}{a} + C$

1. Dano je štirinajstmestno število $2222200000111a$. Zapišite vse možnosti za števko $a$, za katere je dano število

*Adott a* $2222200000111a$ *tizennégyjegyű szám. Írja fel az* $a$ *számjegy összes olyan értékét, amelyre az adott szám*

deljivo z $2$:
*osztható 2-vel:* ___________________________________

deljivo s $3$:
*osztható 3-mal:* ___________________________________

deljivo s $4$:
*osztható 4-gyel:* ___________________________________

deljivo s $5$:
*osztható 5-tel:* ___________________________________

deljivo s $6$:
*osztható 6-tal:* ___________________________________

deljivo z $9$:
*osztható 9-cel:* ___________________________________

deljivo z $10$:
*osztható 10-zel:* ___________________________________

*(7 točk/pont)*

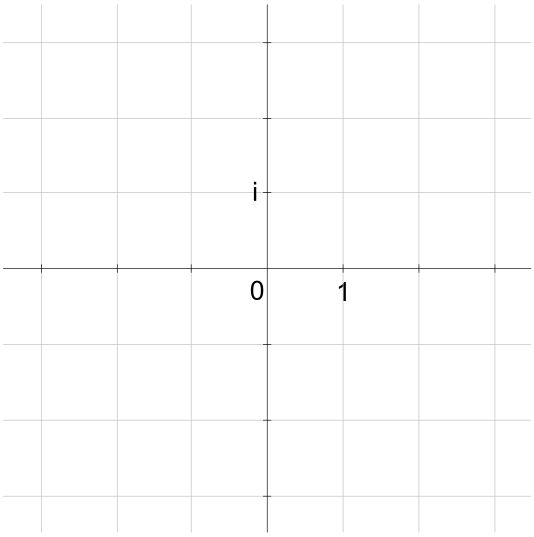
2. Poenostavite izraz $\frac{a+1}{a+6}-\frac{(a+2)(a-4)}{a^2+4a-12}$, če je $a \neq -6$ in $a \neq 2$.

*Egyszerűsítse az* $\frac{a+1}{a+6}-\frac{(a+2)(a-4)}{a^2+4a-12}$ *kifejezést, az* $a \neq -6$ *és* $a \neq 2$ *feltételek mellett!*

*(5 točk/pont)*

3. Rešite enačbo $x(x-2)+5=0$ in narišite rešitvi v kompleksni ravnini.

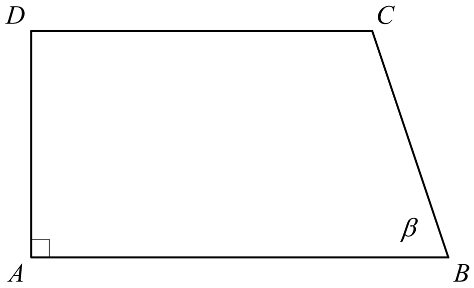
*Oldja meg az* $x(x-2)+5=0$ *egyenletet, és ábrázolja az egyenlet mindkét megoldását a komplex síkban!*




*(5 točk/pont)*

4. Na sliki je narisan štirikotnik $ABCD$. $|AB| = 11$, $|AD| = 6$, $|DC| = 9$, stranica $AB$ je vzporedna s $CD$, kot $\sphericalangle BAD = 90°$. Kako se imenuje tak štirikotnik? Izračunajte natančno dolžino stranice $BC$ in kot $\sphericalangle ABC = \beta$ na desetinko stopinje.

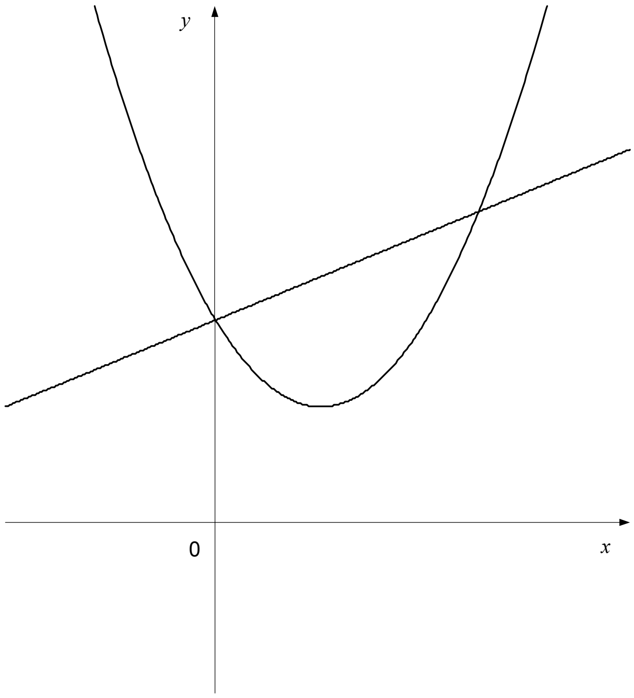
*A képen az $ABCD$ négyszög látható. $|AB| = 11$, $|AD| = 6$, $|DC| = 9$, az $AB$ oldal párhuzamos a $CD$ oldallal, a $\sphericalangle BAD = 90°$. Hogy nevezzük az ilyen négyszögeket? Számítsa ki a $BC$ oldal pontos hosszúságát és a $\sphericalangle ABC = \beta$ szög méretét tizedfok pontossággal!*




*(5 točk/pont)*

5. Na sliki sta narisana grafa funkcij $f(x) = x^2 - 2x + \frac{7}{3}$ in $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{7}{3}$. Izračunajte presečišči grafov $f$ in $g$. Rešite neenačbo $f(x) > g(x)$. Nalogo rešite brez uporabe računala.

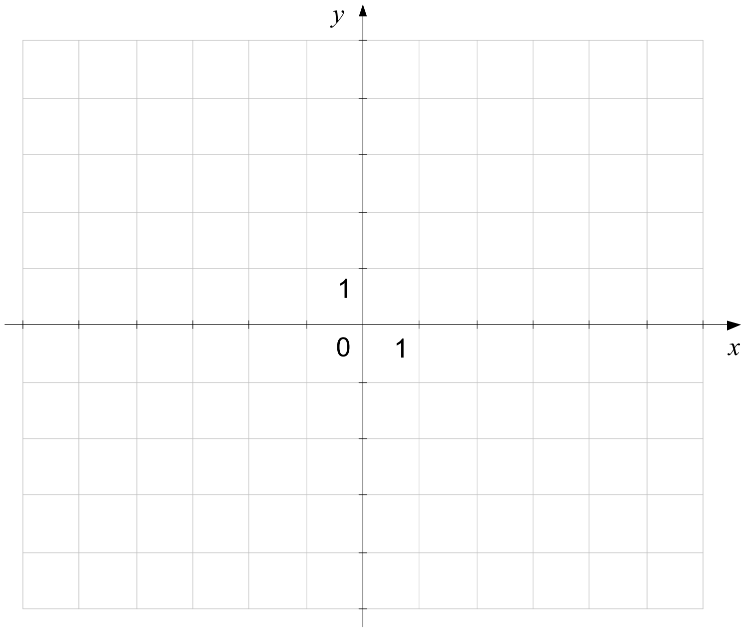
*A képen az $f(x) = x^2 - 2x + \frac{7}{3}$ és a $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{7}{3}$ függvény grafikonja látható. Számítsa ki az $f$ és a $g$ függvény mindkét metszéspontját! Oldja meg az $f(x) > g(x)$ egyenlőtlenséget! A feladat megoldásakor ne használjon számológépet!*




*(8 točk/pont)*

6. V dani koordinatni sistem narišite elipso $4x^2 + 9y^2 + 8x + 36y + 4 = 0$ . Zapišite središče in temena elipse.

*Ábrázolja a* $4x^2 + 9y^2 + 8x + 36y + 4 = 0$ *egyenletű ellipszist az adott koordináta-rendszerben. Írja fel az ellipszis középpontját és tengelypontjait!*




*(8 točk/pont)*

7. Pravokotnik $ABCD$ naj ima stranici dolgi $|AB| = 4$ in $|AD| = 3$. Točka $T$ naj leži na stranici $AD$ tako, da je $|AT| = 1$. Naj bo $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Narišite skico z označenimi vektorji $\vec{a}$, $\vec{b}$ in $\overrightarrow{BT}$.

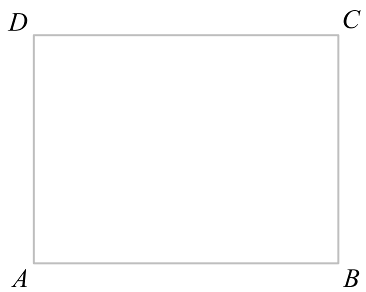
   Izrazite vektor $\overrightarrow{BT}$ z vektorjema $\vec{a}$ in $\vec{b}$.

   Dokažite, da sta vektorja $\overrightarrow{BT}$ in $\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}$ pravokotna.

   *Legyen az $ABCD$ téglalap oldalainak hossza $|AB| = 4$ és $|AD| = 3$. A $T$ pont illeszkedjen az $AD$ oldalra úgy, hogy $|AT| = 1$. Legyen $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ és $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Rajzoljon ábrát, és jelölje rajta az $\vec{a}$, $\vec{b}$ és $\overrightarrow{BT}$ vektorokat!*

   *Fejezze ki az $\vec{a}$ és $\vec{b}$ vektorokkal a $\overrightarrow{BT}$ vektort!*

   *Bizonyítsa, hogy a $\overrightarrow{BT}$ és a $\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}$ vektor merőleges egymásra!*




*(8 točk/pont)*

8. Nalogo rešite brez uporabe računala.
*A feladat megoldásakor ne használjon számológépet!*

Z uporabo zvez med kotnimi funkcijami izračunajte natančno vrednost izraza $\sin 2x$, če je $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ in $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$.

*A szögfüggvények közötti összefüggések segítségével számítsa ki a* $\sin 2x$ *kifejezés pontos értékét, ha adott a* $\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3}$ *összefüggés és* $x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right)$*!*

*(6 točk/pont)*

9. Nalogo rešujte brez uporabe računala.

*A feladat megoldásakor ne használjon számológépet!*

Rešite enačbi:
*Oldja meg az alábbi két egyenletet:*

$\log_x \frac{5}{3} = -1$

*(2)*

$3^x + 3^{x+2} = \frac{10}{9}$

*(4)*

*(6 točk/pont)*

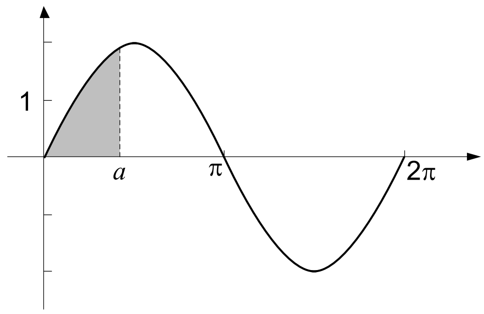
10. Vsi členi nekega aritmetičnega zaporedja so pozitivna števila. Produkt prvega in tretjega člena tega zaporedja je enak $5$, vsota petega in sedmega člena pa je $10$. Izračunajte prvi člen in diferenco tega zaporedja. Zapišite splošni člen in tristoti člen tega zaporedja.

*Egy számtani sorozat minden tagja pozitív szám. A sorozat első és harmadik tagjának szorzata egyenlő* $5$*-tel, az ötödik és hetedik tag összege egyenlő* $10$*-zel. Számítsa ki a sorozat első tagját és különbségét! Írja fel a sorozat általános tagját és a háromszázadik tagot!*

*(8 točk/pont)*

11. Na sliki je narisan graf funkcije $f(x) = 2\sin x$. Izračunajte realno število $a \in (0, \pi)$, da bo ploščina osenčenega lika med grafom funkcije $f$, premico $x = a$ in abscisno osjo enaka 1.

*A képen az $f(x) = 2\sin x$ függvény grafikonja látható. Számítsa ki azt az $a \in (0, \pi)$ valós számot, amelyre érvényes, hogy az $f$ függvény grafikonja, az $x = a$ egyenes és az abszcisszatengely által bezárt satírozott síkidom területe 1-gyel egyenlő!*




*(7 točk/pont)*

12. Na kongresu naravoslovcev se je zbralo $10$ fizikov in $8$ kemikov. Le enemu fiziku je ime France, le enemu kemiku Klemen. Udeleženci kongresa bodo izbrali iz svojih vrst 5-člansko predsedstvo, v katerem morajo biti $3$ fiziki in $2$ kemika.

*A természettudományi konferencián* $10$ *fizikus és* $8$ *vegyész vett részt. Csak egy France nevű fizikus és egy Klemen nevű vegyész volt köztük. A kongresszus résztvevői egy öttagú elnökséget fognak kiválasztani soraikból, amelyben* $3$ *fizikus és* $2$ *vegyész lesz.*

Na koliko načinov lahko to storijo, če ni nobenih drugih omejitev?

*Hányféleképpen tehetik ezt meg, ha nincsenek más megkötések?*

*(2)*

Izračunajte verjetnost dogodka $A$, da bo v predsedstvu vsaj ena od prej omenjenih oseb (fizik France ali kemik Klemen), če med fiziki in kemiki izbirajo člane predsedstva naključno.

*Számítsa ki annak az* $A$ *eseménynek a valószínűségét, hogy az elnökségbe bekerül a fent említett személyek (a fizikus France vagy a vegyész Klemen) legalább egyike, ha a fizikusok és a vegyészek közül véletlenszerűen választanak elnökségi tagokat.*

*(5)*

*(7 točk/pont)*

Prazna stran

*Üres oldal*

**Prazna stran**

***Üres oldal***

Prazna stran

*Üres oldal*

Prazna stran

*Üres oldal*