



Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Osnovna in višja raven

MATEMATIKA

NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Ponedeljek, 26. avgust 2013

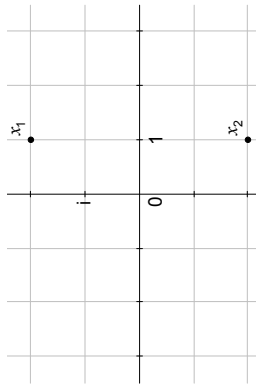
SPLOŠNA MATURA

Moderirana različica

IZPITNA POLA 1

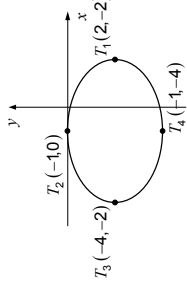
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	1	♦ deljivo z 2 : 0, 2, 4, 6, 8	
	1	♦ deljivo s 3 : 2, 5, 8	
	1	♦ deljivo s 4 : 2, 6	
	1	♦ deljivo s 5 : 0, 5	
	1	♦ deljivo s 6 : 2, 8	
	1	♦ deljivo z 9 : 5	
	1	♦ deljivo z 10 : 0	
Skupaj	7		

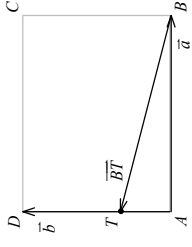
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2	1	♦ razstavljen imenovalec drugega ulomka, npr. $a^2 + 4a - 12 = (a + 6)(a - 2)$	
	*1	♦ razširitev na skupni imenovalec, npr. $\frac{(a + 1)(a - 2) - (a + 2)(a - 4)}{(a + 6)(a - 2)}$	
	1	♦ pravilno množenje v števcu, npr. $\frac{a^2 - a - 2 - (a^2 - 2a - 8)}{(a + 6)(a - 2)}$	
	1	♦ poenostavljen števec, npr. $\frac{a + 6}{(a + 6)(a - 2)}$	
	1	♦ rezultat: $\frac{1}{a - 2}$	
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3	3	♦ rešitvi enačbe, npr. $x_{1,2} = 1 \pm 2i$	Zapis ali uporaba formule za reševanje kvadratne enačbe ... *1 točka.
	2	♦ 	Ugotovitev $\sqrt{-16} = 4i$... 1 točka. *1 + 1
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4	1	♦ Štirikotnik je trapez.	
	2	♦ dolžina, npr. $ BC = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$	Uporaba Pitagorovega izreka v pravokotnem trikotniku ... 1 točka.
	2	♦ izračunan kot $\beta \doteq 71,6^\circ$	Uporaba kotnih funkcij v pravokotnem trikotniku ... 1 točka.
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5	1	♦ zapis ali uporaba, npr. $f(x) = g(x)$	
	1	♦ ureditev kvadratne enačbe, npr. $x^2 - \frac{5}{2}x = 0$	
	2	♦ izračunani rešitvi $x_1 = 0$ in $x_2 = \frac{5}{2}$	*1 + 1
	2	♦ zapisani presečišči $T_1(0, \frac{7}{3})$ in $T_2(\frac{5}{2}, \frac{43}{12})$	1 + 1 Le izračun $y_1 = \frac{7}{3}$ in $y_2 = \frac{43}{12}$... 1 točka.
	2	♦ rešitev neenačbe, npr. $x \in (-\infty, 0) \cup (\frac{5}{2}, \infty)$	*1 + 1 Zapisan vsaj en interval ... 1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	3	♦ preoblikovanje v obliko, npr. $4(x+1)^2 + 9(y+2)^2 = 36$	1 + 1 + 1 Le zapis splošne enačbe elipse v premaknjeni legi ... 1 točka.
	*1	♦ zapisano središče $S(-1, -2)$	
	*1	♦ upoštevano ali zapisano $a = 3, b = 2$	
	2	♦ zapisana temena $T_1(2, -2), T_2(-1, 0), T_3(-4, -2), T_4(-1, -4)$	Vsaj dve temeni ... 1 točka.
	1	♦ narisana slika 	
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7	1	♦ narisana skica z vektorji \vec{a}, \vec{b} in \vec{BT} 	
	2	♦ izražen vektor $\vec{BT} = -\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b}$	1 + 1
	*1	♦ zapisan skalarni produkt vektorjev, npr. $\vec{BT} \cdot \left(\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}\right)$	
	4	♦ Vektorja \vec{BT} in $\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}$ sta pravokotna, ker je njun skalarni produkt enak 0.	Upoštevajte distributivnosti ... 1 točka. Zapis ali uporaba $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$... 1 točka. Izračunan vsaj eden od skalarnih produktov $\vec{a} \cdot \vec{a} = 16$ ali $\vec{b} \cdot \vec{b} = 9$... 1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8	1	♦ zapis ali uporaba $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$	
	1	♦ zapis ali uporaba zveze $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$	
	1	♦ izračun $\sin^2 x = \frac{4}{9}$	
	2	♦ upoštevanje $\sin x = -\frac{2}{3}$	Le rešitev $\sin x = \frac{2}{3}$ ali $\sin x = \pm \frac{2}{3}$... 1 točka.
	1	♦ rezultat $\frac{4\sqrt{5}}{9}$	
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
9.1	1	♦ preureditev ali upoštevanje definicije logaritma $x^{-1} = \frac{5}{3}$	
	1	♦ rezultat $x = \frac{3}{5}$	
9.2	1	♦ izpostavljanje skupnega faktorja, npr. $3^x + 3^{x+2} = 3^x(1 + 3^2)$	
	1	♦ deljenje enačbe z 10	
	2	♦ rezultat $x = -2$	Le upoštevanje $\frac{1}{9} = 3^{-2}$... 1 točka.
Skupaj	6		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10	1	♦ zapis ali uporaba formule za splošni člen aritmetičnega zaporedja	
	2	♦ zapisan sistem dveh enačb z dvema neznankama, npr. $a_1(a_1 + 2d) = 5$ $a_1 + 4d + a_1 + 6d = 10$	1 + 1
	1	♦ zapisana kvadratna enačba, npr. $3d^2 - 8d + 4 = 0$	
	1	♦ rešitvi kvadratne enačbe, npr. $d_1 = 2$, $d_2 = \frac{2}{3}$	
	1	♦ rešitev $d_1 = \frac{2}{3}$, $a_1 = \frac{5}{3}$	
	1	♦ zapisan splošni člen, npr. $a_n = \frac{2n}{3} + 1$	
	1	♦ izračunan tristoiti člen: $a_{300} = 201$	
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11	3	♦ nastavitvev enačbe, npr. $\int_0^a 2 \sin x \, dx = 1$	Pravilni mejl ... 1 točka. Pravilni integrand ... 1 točka. Izenačitev integrala z 1 ... *1 točka.
	1	♦ izračunan nedoločeni integral $-2 \cos x + C$ (lahko tudi brez C)	
	*1	♦ vstavitev mej, npr. $-2 \cos a + 2 \cos 0$	
	1	♦ poenostavitev do enačbe $\cos a = \frac{1}{2}$	
	1	♦ rešitev $a = \frac{\pi}{3}$	
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
12	2	♦ zapisano število vseh načinov, npr. $n = \binom{10}{3} \cdot \binom{8}{2} = 3360$	1 + 1
	1. način		
	2	♦ zapisano število ugodnih izidov za dogodek A' , npr. $m_{A'} = \binom{9}{3} \cdot \binom{7}{2} = 1764$	Vsak od binomskih simbolov v produktu po 1 točko.
	1	♦ izračunana ali uporabljena verjetnost dogodka A' : $P(A') = \frac{21}{40} = 0,525$	
	2	♦ izračunana verjetnost dogodka A : $P(A) = 1 - P(A') = \frac{19}{40} = 0,475$	Le zapis ali uporaba formule $P(A) = 1 - P(A')$... 1 točka.
	2. način		
	3	♦ število ugodnih izidov: $m_A = \binom{9}{2} \cdot \binom{7}{2} + \binom{9}{3} \cdot \binom{7}{1} + \binom{9}{2} \cdot \binom{7}{1}$	Vsak člen 1 točka.
	2	♦ izračunana verjetnost dogodka A : $P_A = \frac{\binom{9}{2} \cdot \binom{7}{2} + \binom{9}{3} \cdot \binom{7}{1} + \binom{9}{2} \cdot \binom{7}{1}}{\binom{10}{3} \cdot \binom{8}{2}} = \frac{19}{40} = 0,475$	Le pravilno izračunan $m_A = 1596$... 1 točka.
Skupaj	7		

Skupno število točk IP 1: 80

IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1			
1. način			
1		♦ zapis premice skozi A in B , npr. $3x + 5y + 1 = 0$	
*1		♦ uporaba formule za izračun razdalje med točko in premico, npr. $d = \frac{ 3 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 1 }{\sqrt{34}}$	
1		♦ izračun $d = \frac{11\sqrt{34}}{17}$	
2. način			
1		♦ izračunana ploščina trikotnika ABC : $S = 11$	
*1		♦ izračunana dolžina daljice $ AB = \sqrt{34}$	
1		♦ izračunana $v_c = \frac{2S}{ AB } = \frac{11\sqrt{34}}{17}$	
3. način			
1		♦ izračunani premica skozi AB , npr. $y = -\frac{3}{5}x - \frac{1}{5}$, in enačba pravokotnice skozi C , npr. $y = \frac{5x-1}{3}$	
*1		♦ izračunano presečišče premic C' $\left(\frac{1}{17}, -\frac{4}{17}\right)$	
1		♦ izračunana razdalja $ CC' = \frac{11\sqrt{34}}{17}$	
Skupaj			
	3		

1.2	1	♦ izračunano razpolovišče stranice AC : $S(0,2)$	
	1	♦ enačba nosilke težiščnice, npr. $y = -\frac{4}{3}x + 2$	
	1. način		
	1	♦ izračunana vektorja $\overline{AB} = (5, -3)$ in $\overline{AC} = (4, 2)$	
	*1	♦ uporaba formule za kosinus kota, npr. $\cos \alpha = \frac{(5, -3) \cdot (4, 2)}{\sqrt{34} \cdot \sqrt{20}}$	
1.3	1	♦ izračunan $\sphericalangle A = \alpha \doteq 57,53^\circ \doteq 57^\circ 32'$	
	2. način		
	1	♦ izračunana smerna koeficienta premic nosil stranic AB in AC : $k_{AB} = -\frac{3}{5}$ in $k_{AC} = \frac{1}{2}$	
	*1	♦ uporaba formule za kot med premicama $\tan \alpha = \left \frac{\frac{1}{2} + \frac{3}{5}}{1 - \frac{1 \cdot 3}{2 \cdot 5}} \right = \frac{11}{7}$	
	1	♦ izračunan kot $\sphericalangle A = \alpha \doteq 57,53^\circ \doteq 57^\circ 32'$	
Skupaj		5	
1.3	2	♦ $D(-3,6)$	Le zapis ali upoštevanje npr. $\overline{BC} = \overline{AD}$ ali pravilno zapisana ena koordinata ... 1 točka.
Skupaj		2	
1.4	2	♦ ugotovitev, da je volumen vrtenine enak volumnu valja, katerega polmer je razdalja med točko C in premico skozi A in B , višina pa stranica AB $r = d(C, p_{AB})$, $v = AB $	1 + 1
	2	♦ izračunan volumen $V = \pi r^2 v = \frac{\pi \cdot 11^2 \cdot \sqrt{34} \cdot \sqrt{34}}{17^2} \doteq 260,8$	Le uporaba formule za volumen valja ... 1 točka.
Skupaj		4	

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	1	♦ Graf se dotika osi x , če je $(a = 2) \vee (a = -2)$.	Za zapisana pogoja $a = 2$ in $a \geq 2$ dobi kandidat od dveh točk 1 točko.
	1	♦ Graf seka os x , če je $(a \geq 2) \vee (a \leq -2)$ (lahko tudi za $(a > 2) \vee (a < -2)$).	
Skupaj	2		
2.2	1	♦ zapisan ali upoštevan $k_t = -\frac{3}{2}$	
	1	♦ izračun, npr. $f'\left(\frac{\pi}{3}\right) = a \cos \frac{\pi}{3}$	
	1	♦ izračunan $a = -3$	
Skupaj	3		
2.3	2	♦ izračunan $a = 4$	Le zapisana enačba, npr. $f\left(-\frac{\pi}{6}\right) = 0 \dots 1$ točka.
	2	♦ zapisane ničle, npr. $-\frac{\pi}{6} + 2k\pi$ in $\frac{7\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$	1 + 1 Le pravilno zapisani partikularni rešitvi ... 1 točka.
Skupaj	4		
2.4	1	♦ izražena ploščina z določenim integralom, npr. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$	
	1	♦ izračunan nedoločeni integral $-a \cos x + 2x + C$ (lahko tudi brez C)	
	1	♦ izračunana ploščina, npr. $\frac{3a+4\pi}{6}$	
	1	♦ izračunan $a = 5$	
Skupaj	4		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3.1	3	♦ zapisana enačba krožnice $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 8$	Zapis ali upoštevanje središča ... 1 točka. Zapis ali upoštevanje polmera ... 1 točka.
Skupaj	3		
3.2	3	♦ zapisana enačba elipse $\frac{(x+2)^2}{20} + \frac{(y-2)^2}{5} = 1$	Le zapisana enačba z vstavljenim središčem ... 1 točka. Izračunana vsaj ena od polosi $a = \sqrt{20}$ in $b = \sqrt{5}$... 1 točka.
	1	♦ zapisani gorišči $F_1(-2 - \sqrt{15}, 2)$ in $F_2(-2 + \sqrt{15}, 2)$	
Skupaj	4		
3.3	2	♦ zapisana enačba hiperbole, npr. $\frac{(x+2)^2}{4} - \frac{(y-2)^2}{4} = 1$	Le splošna enačba hiperbole v premaknjeni legi ... 1 točka.
Skupaj	2		
3.4	3	♦ zapisana enačba parabole, npr. $(y-2)^2 = 2(x+2)$	Le splošna enačba parabole v premaknjeni legi ... 1 točka. Izračunan $p = 1$ ali $2p = 2$... 1 točka.
	1	♦ izračunan kot, npr. $\arctan \frac{1}{2} \doteq 26,57^\circ$ (upoštevamo tudi $153,43^\circ$)	
Skupaj	4		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila										
4.1	1	♦ vstavev koordinat točke A v enačbo, npr. $6 = 2a^1$											
	1	♦ izračun $a = 3$											
Skupaj	1	♦ vstavev koordinat točke B v enačbo, npr. $2 = 2a^{1+b}$											
	1	♦ izračun $b = -1$											
Skupaj	4												
4.2	1	♦											
		<table border="1" style="display: inline-table; vertical-align: middle;"> <tr> <td>n</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>3</td> <td>4</td> </tr> <tr> <td>$h(n)$</td> <td>2</td> <td>$\frac{2}{3}$</td> <td>$\frac{2}{9}$</td> <td>$\frac{2}{27}$</td> </tr> </table>	n	1	2	3	4	$h(n)$	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{27}$	
n	1	2	3	4									
$h(n)$	2	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{27}$									
Skupaj	1												
4.3	2	♦ izračun $q = \frac{a_{n+1}}{a_n} = \frac{2 \cdot 3^{1-n-1}}{2 \cdot 3^{1-n}} = \frac{1}{3}$, za vsak $n \in \mathbb{N}$	Le izračun q -ja, npr. $q = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{3}$... 1 točka.										
Skupaj	1	♦ nastavek, npr. $2 \cdot 3^{1-n} > 2 \cdot 10^{-2013}$ (zadošča enačba)											
	1	♦ Takih členov je 4220.											
Skupaj	4												
4.4	1	♦ ugotovitev, da je $S_1 = a_1$											
Skupaj	1	♦ zapis ali upoštevanje $S_{n+1} = S_n + a_{n+1}$											
	1	♦ upoštevanje indukcijske predpostavke $S_n = 3 - 3^{1-n}$											
Skupaj	1	♦ popoln sklep											
	4												

Skupno število točk IP 2: 40