



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



JESENSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
Izpitna pola 1

Ponedeljek, 26. avgust 2013 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 prazno.

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

1. Dano je štirinajstmestno število $2222200000111a$. Zapišite vse možnosti za števko a , za katere je dano število

deljivo z 2: _____

deljivo s 3: _____

deljivo s 4: _____

deljivo s 5: _____

deljivo s 6: _____

deljivo z 9: _____

deljivo z 10: _____

(7 točk)

2. Poenostavite izraz $\frac{a+1}{a+6} - \frac{(a+2)(a-4)}{a^2+4a-12}$, če je $a \neq -6$ in $a \neq 2$.

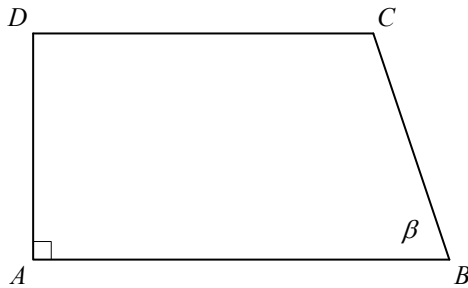
(5 točk)

3. Rešite enačbo $x(x-2)+5=0$ in narišite rešitvi v kompleksni ravnini.



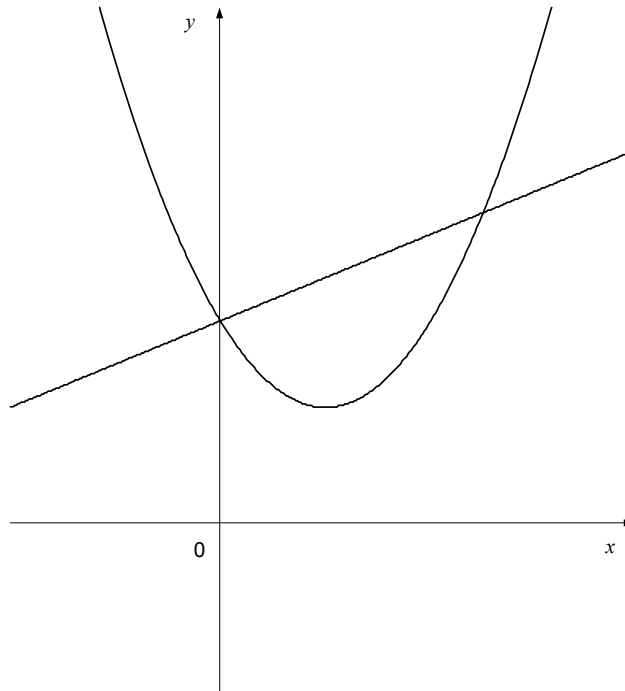
(5 točk)

4. Na sliki je narisana štirikotnik $ABCD$. $|AB| = 11$, $|AD| = 6$, $|DC| = 9$, stranica AB je vzporedna s CD , kot $\sphericalangle BAD = 90^\circ$. Kako se imenuje tak štirikotnik? Izračunajte natančno dolžino stranice BC in kot $\sphericalangle ABC = \beta$ na desetinko stopinje.



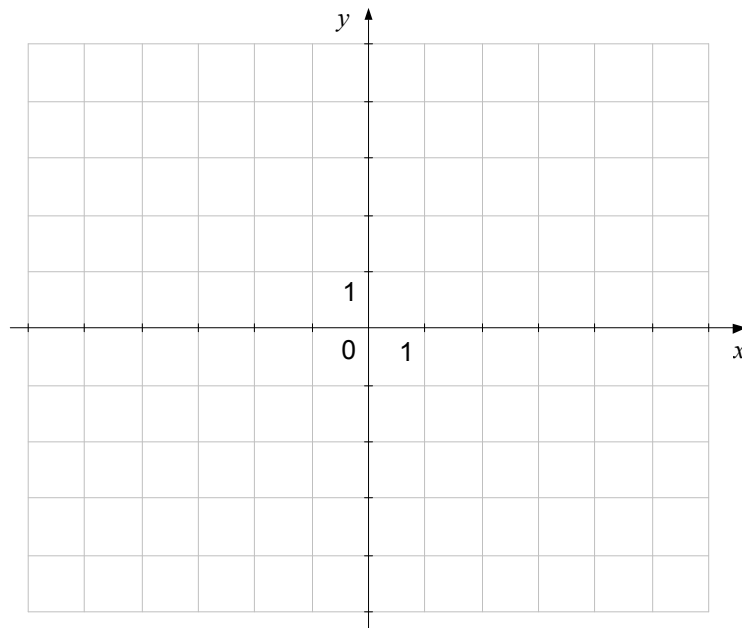
(5 točk)

5. Na sliki sta narisana grafa funkcij $f(x) = x^2 - 2x + \frac{7}{3}$ in $g(x) = \frac{x}{2} + \frac{7}{3}$. Izračunajte presečišči grafov f in g . Rešite neenačbo $f(x) > g(x)$. Nalogo rešite brez uporabe računalna.



(8 točk)

6. V dani koordinatni sistem narišite elipso $4x^2 + 9y^2 + 8x + 36y + 4 = 0$. Zapišite središče in temena elipse.



(8 točk)

7. Pravokotnik $ABCD$ naj ima stranici dolgi $|AB| = 4$ in $|AD| = 3$. Točka T naj leži na stranici AD tako, da je $|AT| = 1$. Naj bo $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$ in $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. Narišite skico z označenimi vektorji \vec{a} , \vec{b} in \overrightarrow{BT} . Izrazite vektor \overrightarrow{BT} z vektorjema \vec{a} in \vec{b} .

Dokažite, da sta vektorja \overrightarrow{BT} in $\frac{3}{16}\vec{a} + \vec{b}$ pravokotna.



(8 točk)

8. Nalogo rešite brez uporabe računalnika.

Z uporabo zvez med kotnimi funkcijami izračunajte natančno vrednost izraza $\sin 2x$, če je

$$\cos x = -\frac{\sqrt{5}}{3} \text{ in } x \in \left(\pi, \frac{3\pi}{2}\right).$$

(6 točk)

9. Nalogo rešujte brez uporabe računalna.
Rešite enačbi:

$$\log_x \frac{5}{3} = -1$$

(2)

$$3^x + 3^{x+2} = \frac{10}{9}$$

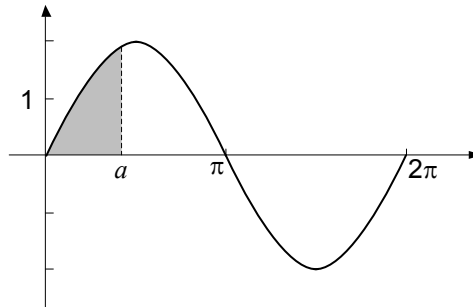
(4)

(6 točk)

10. Vsi členi nekega aritmetičnega zaporedja so pozitivna števila. Produkt prvega in tretjega člana tega zaporedja je enak 5, vsota petega in sedmega člana pa je 10. Izračunajte prvi člen in diferenco tega zaporedja. Zapišite splošni člen in tristoti člen tega zaporedja.

(8 točk)

11. Na sliki je narisana graf funkcije $f(x) = 2\sin x$. Izračunajte realno število $a \in (0, \pi)$, da bo ploščina osenčenega lika med grafom funkcije f , premico $x = a$ in abscisno osjo enaka 1.



(7 točk)

12. Na kongresu naravoslovcev se je zbralo 10 fizikov in 8 kemikov. Le enemu fiziku je ime France, le enemu kemiku Klemen. Udeleženci kongresa bodo izbrali iz svojih vrst 5-člansko predsedstvo, v katerem morajo biti 3 fiziki in 2 kemika.

Na koliko načinov lahko to storijo, če ni nobenih drugih omejitev?

(2)

Izračunajte verjetnost dogodka A , da bo v predsedstvu vsaj ena od prej omenjenih oseb (fizik France ali kemik Klemen), če med fiziki in kemiki izbirajo člane predsedstva naključno.

(5)

(7 točk)

Prazna stran