



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 1 4 1 4 0 2 1 2

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
≡≡≡ Izpitna pola 2 ≡≡≡

Sobota, 7. junij 2014 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalno in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

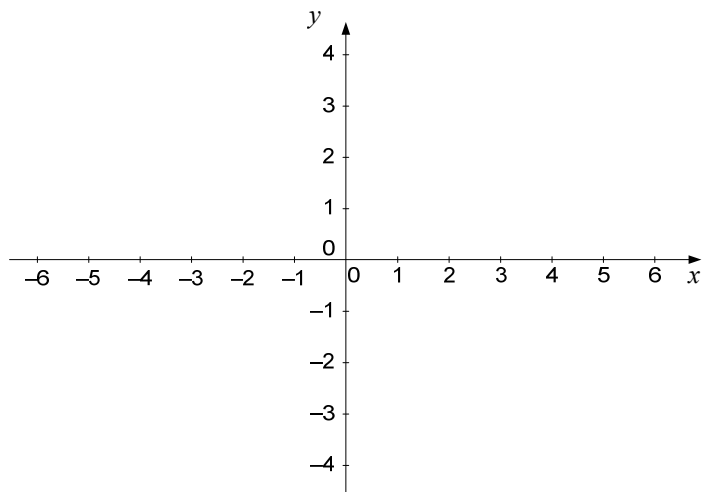
Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



Naloga 1 je obvezna.

1. Dana je kvadratna funkcija s predpisom $f(x) = -\frac{x^2}{4} + x$.

1.1. V koordinatni sistem narišite graf funkcije f . Dokažite, da sta tangenti na graf funkcije f v presečiščih z osjo x med seboj pravokotni.



(4 točke)

1.2. Krivulja z enačbo $y^2 = f(x)$ je elipsa. Zapišite njeno enačbo v obliki

$\frac{(x-p)^2}{a^2} + \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$. Zapišite njena temena in gorišči. Izračunajte prostornino telesa, ki ga dobimo tako, da to elipso zavrtimo za 360° okrog osi x .

(8 točk)

1.3. Krivulja z enačbo $y^2 = -f(x)$ je hiperbola. Zapišite njeno enačbo v obliki

$\frac{(x-p)^2}{a^2} - \frac{(y-q)^2}{b^2} = 1$ in izračunajte enačbi njenih asimptot.

(3 točke)



M 1 4 1 4 0 2 1 2 0 5



Naloga 2 je obvezna.

2. Dana je funkcija s predpisom $f(x) = \frac{2\sin x + \tan x}{\cos x}$.

2.1. Določite definicijsko območje funkcije f in izračunajte njene ničle.

(5 točk)

2.2. Dokažite, da je funkcija f liha.

(2 točki)

2.3. Ali funkcija narašča ali pada v točki z absciso $x_0 = \frac{2\pi}{3}$? Odgovor utemeljite.

(3 točke)

2.4. Izračunajte $\int f(x)dx$.

(4 točke)

V sivo polje ne pišite.





Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. Množica $A_n = \{2, 5, 8, 11, \dots, 3n-1\} = \{3k-1; 1 \leq k \leq n\}$ ima n elementov.

3.1. Naj bo $n = 6$. Koliko je vseh preslikav iz množice A_6 v množico A_6 ? Koliko je med njimi bijektivnih preslikav?

(2 točki)

3.2. Za kateri n ima množica A_n 128 podmnožic?

(2 točki)

3.3. Za kateri n ima množica A_n petkrat več podmnožic s tremi elementi kakor podmnožic z dvema elementoma?

(3 točke)

3.4. Dokažite z matematično (popolno) indukcijo, da je vsota vseh elementov množice A_n enaka $\frac{n(3n+1)}{2}$.

(4 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 4 1 4 0 2 1 2 0 9



Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

4. Števili z in w sta kompleksni števili.

4.1. Naj bo $z = 3 + 2i$ in $w = \frac{z+3}{z-3}$. Izračunajte $\operatorname{Re} w$ in $\operatorname{Im} w$.

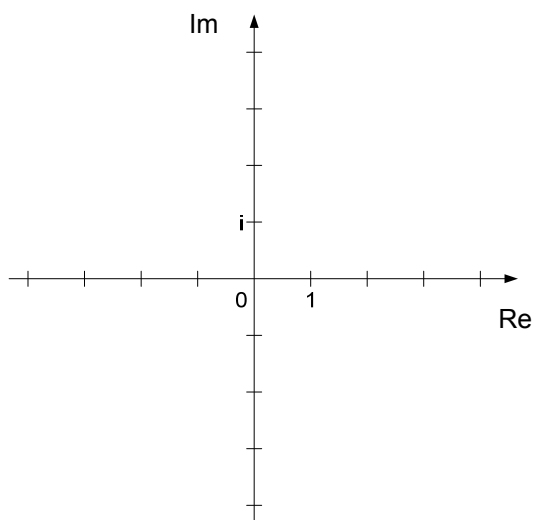
(3 točke)

4.2. Naj bo $z = 3 + yi$. Izračunajte, za katera realna števila y je $\left| \frac{z+3}{z-3} \right| = \sqrt{5}$.

(3 točke)

4.3. V kompleksni ravnini narišite množico vseh kompleksnih števil $z = x + yi$, za katera je

$w = \frac{z+3}{z-3}$ čisto imaginarno število.



(5 točk)

V sivo polje ne pišite.



M 1 4 1 4 0 2 1 2 1 1



REZERVNA STRAN



M 1 4 1 4 0 2 1 2 1 3

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN

V sivo polje ne pišite.



REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN