



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



M 1 4 2 4 0 1 1 1 1

SESSIONE AUTUNNALE

**Livello di base**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

**Martedì, 26 agosto 2014 / 120 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello. Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, di cui 1 vuota.*





M 1 4 2 4 0 1 1 1 0 3

## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n$  è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  è il semiasse reale

Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Compositum di funzioni:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

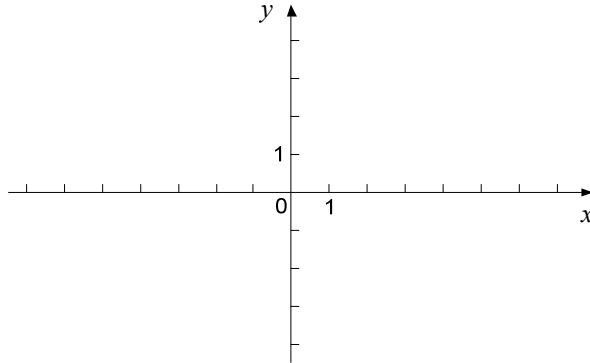


1. Il numeratore di una frazione è di 1 maggiore del denominatore. Se moltiplichiamo il numeratore per 2, e aumentiamo il denominatore di 12, otteniamo una nuova frazione che è uguale a  $\frac{3}{2}$ .  
Determinate la frazione iniziale.

(6 punti)



2. Riportate nel sistema di coordinate dato i punti  $A(6,0)$ ,  $B(0,3)$  e  $C(6,3)$ . Calcolate con esattezza il perimetro e l'area del triangolo  $ABC$ . Calcolate l'ampiezza dell'angolo  $\beta$  ( $\sphericalangle ABC$ ) con esattezza al centesimo di grado.



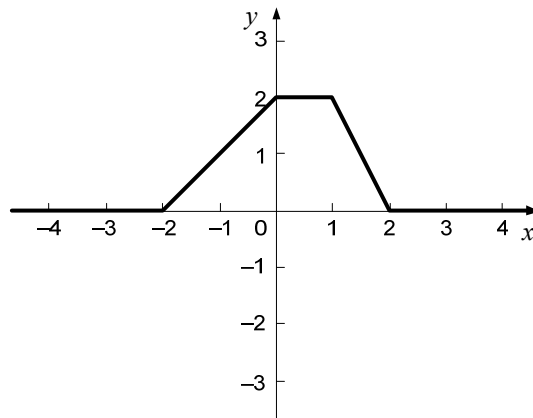
(8 punti)



3. È data la funzione lineare  $f(x) = (m-1)x + 2$ .
- 3.1. Per  $m = \frac{3}{2}$  calcolate lo zero della funzione e l'intersezione del grafico con l'asse delle ordinate. (4)
- 3.2. Calcolate  $m$  in modo che il grafico della funzione sia parallelo alla retta  $3x - y + 1 = 0$ . (3)
- (7 punti)



4. Nel sistema di coordinate è stato tracciato il grafico a intervalli della funzione lineare  $f$ .



- 4.1. Calcolate l'area del trapezio formato dal grafico della funzione e dall'asse delle ascisse.

(2)

- 4.2. Completate lo schema della funzione  $f$ .

$$f(x) = \begin{cases} 0 & ; \quad x < -2 \\ \underline{\hspace{2cm}} & ; \quad -2 \leq x \leq 0 \\ \underline{\hspace{2cm}} & ; \quad \underline{\hspace{2cm}} \\ -2x + 4 & ; \quad 1 \leq x \leq 2 \\ \underline{\hspace{2cm}} & ; \quad x > 2 \end{cases}$$

(4)

(6 punti)



5. Risolvete il quesito senza far uso della calcolatrice.

Risolvete l'equazione  $\log_2(4-x) + \log_2(-4-x) = 7$ .

(5 punti)





6. Calcolate e scrivete le intersezioni dell'ellisse  $4x^2 + y^2 - 8 = 0$  con la parabola  $y^2 = 4x$ .

(6 punti)



7. Calcolate il numero reale  $x$  per il quale il numero complesso  $z = (2 - i)^2 + i^{20} + xi$  è reale.

(6 punti)



8. I numeri  $\frac{1}{2}$ ,  $x$ ,  $y$  sono i primi tre termini di una successione aritmetica, la loro somma è 6.  
Calcolate  $x$ ,  $y$  e il quarto termine  $a_4$  e scrivete inoltre il termine generale  $a_n$  della successione.  
(7 punti)



9. Il numero 2 è uno zero doppio del polinomio  $p(x) = 2x^4 - 3x^3 - 15x^2 + ax - 12$ . Calcolate il coefficiente  $a$  e i rimanenti zeri del polinomio  $p$ .

(8 punti)



10. I vettori  $\vec{a} = (x, 2, -1)$  e  $\vec{b} = (3, y, 2)$  sono perpendicolari fra loro, la lunghezza del vettore  $\vec{a}$  è uguale a 3. Calcolate i numeri  $x$  e  $y$ .

(8 punti)



11. In una classe, composta da 15 femmine e 10 maschi, saranno estratti a sorte i tre membri del comitato preposto all'organizzazione del ballo di maturità. Calcolate la probabilità che nel comitato siano presenti ambedue i sessi.

*(5 punti)*



12. La retta tangente al grafico della funzione  $f(x) = \ln(x+5) + x^2$  è parallela alla retta di equazione  $y = -7x + 1$  e tange il grafico della funzione  $f$  in due punti. Calcolate con esattezza le coordinate dei punti di tangenza  $D_1$  e  $D_2$ .

(8 punti)



**Pagina vuota**