



Državni izpitni center



SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Osnovna in višja raven

MATEMATIKA

NAVODILA ZA OCENJEVANJE

Sobota, 6. junij 2015

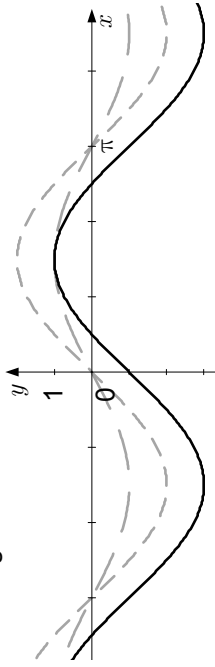
SPLOŠNA MATURA

Moderirana različica

IZPITNA POLA 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila																					
1	6	<p>♦</p> <table border="1"> <thead> <tr> <th>število a</th> <th></th> <th>število b</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>$-\frac{7}{2}$</td> <td><</td> <td>$-\frac{5}{2}$</td> </tr> <tr> <td>$-\frac{2}{3}$</td> <td>></td> <td>$-\frac{5}{2}$</td> </tr> <tr> <td>$-2\sqrt{3}$</td> <td>></td> <td>$-3\sqrt{2}$</td> </tr> <tr> <td>π</td> <td>></td> <td>3,14</td> </tr> <tr> <td>e</td> <td>></td> <td>2,7</td> </tr> <tr> <td>2015²⁰¹⁵</td> <td>></td> <td>2015!</td> </tr> </tbody> </table>	število a		število b	$-\frac{7}{2}$	<	$-\frac{5}{2}$	$-\frac{2}{3}$	>	$-\frac{5}{2}$	$-2\sqrt{3}$	>	$-3\sqrt{2}$	π	>	3,14	e	>	2,7	2015 ²⁰¹⁵	>	2015!	Vsaka pravilna rešitev ... 1 točka.
število a		število b																						
$-\frac{7}{2}$	<	$-\frac{5}{2}$																						
$-\frac{2}{3}$	>	$-\frac{5}{2}$																						
$-2\sqrt{3}$	>	$-3\sqrt{2}$																						
π	>	3,14																						
e	>	2,7																						
2015 ²⁰¹⁵	>	2015!																						
Skupaj	6																							

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	1	♦ $2\vec{a} = (8, -6, 2)$	Postopkovno točko dobi kandidat, ki napačno izračuna $2\vec{a}$, nato pa pravilno sešteje dobjena $2\vec{a}$ in \vec{b} . Za izračun vsote $\vec{a} + \vec{b}$ kandidat postopkovne točke ne dobi.
	*1	♦ $2\vec{a} + \vec{b} = (6, -1, 5)$	
2.2	2	♦ $\vec{a}\vec{b} = -20$	Le zapis ali uporaba formule $\vec{a}\vec{b} = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 \dots$ *1 točka.
2.3	2	♦ $ \vec{b} = \sqrt{38}$	Le zapis ali uporaba formule, npr. $ \vec{b} = \sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2} \dots$ *1 točka.
2.4	1	♦ zapis ali uporaba $\vec{a} \cdot \vec{c} = 0$	
	1	♦ izračunan $x = \frac{1}{2}$	
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
3.1	1. način	<p>♦ narisani graf</p> 	<p>Graf funkcije s predpisom $\sin x$... 1 točka, graf funkcije s predpisom $2 \sin x$... 1 točka, graf funkcije s predpisom $2 \sin x - 1$... 1 točka.</p>
	2. način		
3.2	2	♦ izračunan odvod $f'(x) = 2 \cos x$	
3.3	3	♦ izračunan nedoločeni integral, npr. $\int (2 \sin x - 1) dx = -2 \cos x - x + C$	
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	2	♦ izračun $z \cdot \bar{z} = 9$	Le zapis ali upoštevanje $\bar{z} = \sqrt{5} + 2i \dots$ 1 točka.
4.2	1	♦ izračun $ z = 3$	
4.3	1	♦ izračun, npr. $z^2 = 5 - 4\sqrt{5}i - 4$	
	1	♦ zapis ali uporaba $i^{19} = -i$	
	1	♦ rezultat, npr. $1 - i(4\sqrt{5} + 1)$	(Zadošča $1 - 4\sqrt{5}i - i$.)
4.4	2	♦ rezultat, npr. $z^{-1} = \frac{\sqrt{5} + 2i}{9}$	Le zapis $z^{-1} = \frac{\sqrt{5} + 2i}{(\sqrt{5} - 2i)(\sqrt{5} + 2i)}$... 1 točka.
			(Za rezultat zadošča $\frac{\sqrt{5} + 2i}{9}$.)
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5	1. način		
	3	♦ uporaba kosinusnega izreka, npr. $d(A, B)^2 = 255^2 + 232^2 - 2 \cdot 255 \cdot 232 \cdot \cos 56^\circ$	Le zapis kosinusnega izreka ... 1 točka.
	*1	♦ izračunana $d(A, B) \doteq 229,5\dots$ m	Postopkovna točka pomeni izračunan rezultat na osnovi pregrobih približkov.
	1	♦ rezultat $d(A, B) \doteq 230$ m	
	2 način (N je nožišče višine na AC .)		
1	♦ $d(N, C) \doteq 129,7328$ m		
*1	♦ $d(A, N) \doteq 125,2672$ m		
*1	♦ $d(N, B) \doteq 192,3367$ m		
*1	♦ izračunana $d(A, B) \doteq 229,5\dots$ m		Postopkovna točka pomeni izračunan rezultat na osnovi pregrobih približkov.
1	♦ rezultat $d(A, B) \doteq 230$ m		
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	1	♦ zapis neenačbe $2x^2 + 4x - 2 < -x + 1$	
	1	♦ ureditev neenačbe, npr. $2x^2 + 5x - 3 < 0$	
	2	♦ izračun $x_1 = -3, x_2 = \frac{1}{2}$	Le razcep ali uporaba formule za korene urejene kvadratne enačbe ... 1 točka.
	2	♦ zapis rešitve, npr. $x \in \left(-3, \frac{1}{2}\right)$	*1 + 1 (*1 točko dobi kandidat za pravilno zapisan interval sicer napačno izračunanimi koreni ali za zaprti ali polzaprti interval s pravilno izračunanimi koreni.)
Skupaj	6		(Upoštevamo tudi reševanje z enačbo $2x^2 + 4x - 2 = -x + 1$.)

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7.1	1	♦ vstavev koordinat točke $A, y = 3^{-3} - \frac{2}{3}$	
	1	♦ izračun $y = -\frac{17}{27}$	
	1	♦ vstavev koordinat točke $B, \frac{25}{3} = 3^x - \frac{2}{3}$	
	1	♦ ureditev enačbe, npr. $3^x = 9$	
	1	♦ rešitev $x = 2$	
7.2	1	♦ enačba asimptote $y = -\frac{2}{3}$	
1	♦ Utemeljitev, npr.: Eksponentna funkcija f je naraščajoča, ker je osnova več kot 1.		
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8	2	♦ zapis enačbe, npr. $28665 = \frac{a_1(2^{12} - 1)}{2 - 1}$	Le zapis ali uporaba formule $s_n = \frac{a_1(q^n - 1)}{q - 1} \dots$ 1 točka.
	1	♦ izračun, npr. $a_1 = 7$	
	1	♦ zapis splošnega člena, npr. $a_n = 7 \cdot 2^{n-1}$	
	*1	♦ zapis ali upoštevanje, npr. $7 \cdot 2^{n-1} < 3829$	
	1	♦ izračun, npr. $n < 10,0954$	Zadošča tudi reševanje enačbe $7 \cdot 2^{n-1} = 3829$.
	1	♦ Odgovor, npr.: Prvih 10 členov zaporedja je manjših od 3829.	
Skupaj	7		(Zadnje tri točke prejmejo tudi kandidati, ki najdejo rešitev s poskušanjem.)

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
9.1	2	♦ izračunana verjetnost, da bo v ponedeljek vprašan fant, npr. $P(A) = \frac{2}{7} \doteq 0,286$	Le ugotovitev, da je ugodnih izidov 8 ... 1 točka.
9.2	1	♦ zapisano število vseh mogočih izidov za drugi dogodek, npr. $n = \binom{28}{2}$	
	1	♦ zapisano število ugodnih izidov, npr. $m = \binom{20}{2}$	
	1	♦ izračunana verjetnost, npr. $P(B) = \frac{190}{378} = \frac{95}{189} \doteq 0,503$	
Skupaj	5		(Analogno točkujemo reševanje z variacijami ali z verjetnostjo produkta.)

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10.1	1	♦ izračunan odvod $y' = -2x$	
	1	♦ izračunan ali uporabljen $k_t = -2$	
	1	♦ enačba tangente, npr. $y = -2x + 5$	
10.2	1	♦ izračun ali uporaba ploščine območja med tangento in abscisno osjo na intervalu $\left[1, \frac{5}{2}\right]$, $S_1 = \frac{9}{4}$	Točko prejme tudi kandidat, ki je izračunal ploščino trikotnika na intervalu $\left[2, \frac{5}{2}\right]$, $S_1' = \frac{1}{4}$.
	3	♦ izračunana ploščina območja med parabolo in abscisno osjo na intervalu $[1, 2]$, $S_2 = \int_1^2 (-x^2 + 4) dx = \left(\frac{-x^3}{3} + 4x\right)\Big _1^2 = \frac{5}{3}$	$1 + *1 + 1$ Postopkovno točko dobi kandidat za izračun nedoločenege integrala.
	1	♦ rezultat $S = S_1 - S_2 = \frac{7}{12}$	
Skupaj	8		

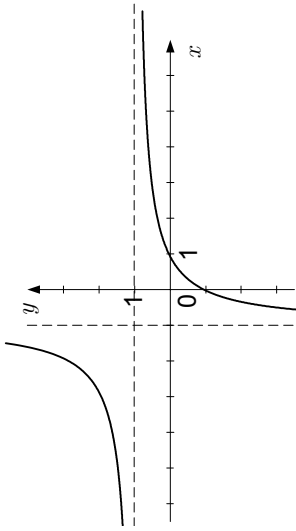
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11	1	♦ zapis ali uporaba razmerja, npr. $x : y = 2 : 3$	
	1	♦ izračun števila odraslih, npr. $x = 304$	
	2	♦ nastavitvev enačbe, npr. $304 \cdot 2c + 456 \cdot c = 14896$	*1 + 1 Postopkovno točko dobi kandidat za enačbo oblike "št. odraslih" * "cena-odrasli" + "št. otrok" * "cena-otroci" = 14896.
	1	♦ izračunana cena, npr. $c = 14$	
	1	♦ Zapisan odgovor, npr.: Cena vstopnice za odraslega je 28 evrov.	
Skupaj	6		(Če kandidat zamenja št. odraslih in otrok, dobi v celoti največ 3 točke.)

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
12.1	2	$\diamond \lim_{x \rightarrow 7} \frac{x^2 - 49}{x^2 - 2x - 35} = \lim_{x \rightarrow 7} \frac{(x+7)}{(x+5)} = \frac{7}{6}$	Le krajšanje ulomka ... 1 točka.
12.2	2	$\diamond \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x \cdot 3}{5x \cdot 3} = \frac{3}{5}$	Le razširitev ulomka ... 1 točka.
12.3	2	$\diamond \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})}{(x-2)(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$ <p>ali</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{2}) \cdot 1}{(\sqrt{x} - \sqrt{2})(\sqrt{x} + \sqrt{2})} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}$	Le razširitev ulomka ali razcep imenovalca ... 1 točka.
Skupaj	6		

Skupno število točk IP 1: 80

IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	1	♦ zapis ali uporaba, da je iskano telo valj s polmerom $r = b = 3$	
	1	♦ izračunana površina $P = 48\pi$	
	1	♦ izračunana prostornina $V = 45\pi$	
Skupaj	3		
1.2	2	♦ zapis ali uporaba, da je iskana površina sestavljena iz plaščev dveh stožcev, npr. $P = \pi r a + \pi r b$	1 + 1 Kandidat, ki pri izračunu površine upošteva tudi osnovno ploskev, dobi le 1 točko.
	1	♦ zapis ali uporaba $r = v_c$	
	2	♦ izračunan polmer $r = v_c = 12$	Le izračun ploščine trikotnika $S = 126$ ali izračun npr. $\cos \alpha = \frac{4}{5}$ z uporabo kosinusnega izreka ... 1 točka.
1	♦ izračunana površina $P = 396\pi$		
Skupaj	6		(Če kandidat zavrti trikotnik okoli napačne stranice, dobi največ 3 točke.)
1.3	1	♦ zapis ali uporaba formule za prostornino vrtenine $V = \pi \int_{-2}^2 (4 - x^2)^2 dx$	
	2	♦ izračun nedoločenega integrala $\int (16 - 8x^2 + x^4) dx = 16x - \frac{8x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + C \text{ (tudi brez } C \text{)}$	Le dva pravilno integrirana člena ... 1 točka.
	1	♦ izračunana prostornina $V = \frac{512\pi}{15}$	
Skupaj	4		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2.1	2	♦ 	Za vsako pravilno narisano vejo ... 1 točka.
	1	♦ zapisan predpis, npr. $f^{-1}(x) = \frac{x+1}{1-x}$	
	1	♦ zapisano definijsko območje $D_{f^{-1}} = \mathbb{R} - \{1\}$	
Skupaj	4		
2.2	1	♦ nastavljena enačba $\frac{x-1}{x+1} = 8x+n$	
	1	♦ ureditev enačbe v obliko $8x^2 + (n+7)x + n+1 = 0$	
Skupaj	2		
2.3		1. način	
	2	♦ zapis enačbe, npr. $(n+7)^2 - 32(n+1) = 0$	Le zapis ali uporaba dejstva, da je D enačbe iz 2. vprašanja te naloge enaka 0 ... 1 točka.
	1	♦ izračun in zapis rešitev: $n_1 = 17, n_2 = 1$	
		2. način	
	1	♦ izenačitev odvoda f' s smernim koeficientom tangente: $\frac{2}{(x+1)^2} = 8$	
	1	♦ izračun rešitev (abscis dotikališč): $x_1 = -\frac{1}{2}, x_2 = -\frac{3}{2}$	
	1	♦ izračun parametrov $n_1 = 17, n_2 = 1$	Le izračun x_1 in n_1 ali le izračun x_2 in n_2 ... 1 točka.
Skupaj	3		

2.4	1	♦ izbira prave enačbe krivulje: $y = f(x)$	
	1	♦ nastavitvev enakosti za izračun ploščine, npr. $S = \left 2 \int_0^1 \frac{x-1}{x+1} dx \right $	(Kandidat dobi točko tudi za zapis brez absolutne vrednosti.)
	2	♦ izračun nedoločene integrala $\int \frac{x-1}{x+1} dx = x - 2 \ln x+1 + C$ (tudi brez C)	Le upoštevanje, da je $\frac{x-1}{x+1} = 1 - \frac{2}{x+1}$... 1 točka.
	1	♦ izračun ploščine, npr. $S = 4 \ln 2 - 2$	
Skupaj	5		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila	
3.1	1	♦ število vseh izidov: $\binom{10}{4} = 210$		
	1	♦ verjetnost dogodka A : $P(A) = \frac{\binom{5}{4}}{210} = \frac{5}{210} = \frac{1}{42}$		
	1	♦ verjetnost dogodka B : $P(B) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2}}{210} = \frac{30}{210} = \frac{1}{7}$		
	1. način			
	1	♦ verjetnost dogodka C' : $P(C') = \frac{\binom{8}{4}}{210} = \frac{70}{210} = \frac{1}{3}$		
	1	♦ verjetnost dogodka C : $P(C) = 1 - P(C') = \frac{2}{3}$		
	2. način			
	1	♦ število izidov, ugodnih za dogodek C : $\binom{2}{1} \cdot \binom{8}{3} + \binom{2}{2} \cdot \binom{8}{2} = 2 \cdot 56 + 1 \cdot 28 = 140$		
	1	♦ verjetnost dogodka C : $P(C) = \frac{140}{210} = \frac{2}{3}$		
	Skupaj			
3.2	1. način			
	1	♦ število vseh izidov: $\binom{10}{2} = 45$		
	1	♦ verjetnost dogodka D : $P(D) = \frac{\binom{3}{2}}{45} = \frac{3}{45} = \frac{1}{15}$	D – dogodek, da sta obe izvlečeni kroglici modri.	
	1	♦ verjetnost dogodka E' : $P(E') = \frac{\binom{7}{2}}{45} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$	E – dogodek, da je vsaj ena izvlečena kroglica modra.	
	1	♦ verjetnost dogodka E : $P(E) = 1 - P(E') = \frac{8}{15}$		
	2	♦ izračun pogojne verjetnosti: $P(D E) = \frac{1}{8}$	Le zapis ali uporaba formule $P(D E) = \frac{P(D \cap E)}{P(E)}$... 1 točka.	

2. način		
3	<p>♦ število izidov, da je vsaj ena izvlečena kroglica modra (število vseh izidov pri pogoju, da je vsaj ena kroglica modra):</p> $\binom{10}{2} - \binom{7}{2} = 45 - 21 = 24$ <p>ali</p> $\binom{3}{1} \binom{7}{1} + \binom{3}{2} = 21 + 3 = 24$	1 + 1 + 1
1	♦ število izidov, da sta obe kroglici modri: $\binom{3}{2} = 3$	
2	♦ izračun pogojne verjetnosti: $P(D/E) = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}$	
Skupaj		6
3.3		
1. način (kroglice iste barve razlikujemo)		
1	♦ število ugodnih izidov: $3! \cdot 8! = 6 \cdot 40320 = 241920$	
1	♦ izračun verjetnosti: $\frac{3! \cdot 8!}{10!} = \frac{1}{15}$	
2. način (kroglic iste barve ne razlikujemo)		
1	♦ število ugodnih izidov: $\frac{8!}{5! \cdot 1! \cdot 2!}$	
1	♦ izračun verjetnosti: $\frac{\frac{8!}{5! \cdot 1! \cdot 2!}}{10!} = \frac{1}{15}$	
Skupaj		2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
4.1	1	♦ zapisana enačba $2^x + 2^{2x} = 2^{x+2}$	
	1	♦ ureditev enačbe v, npr. $2^{2x} = 3 \cdot 2^x$ ali $1 + 2^x = 4$	
	1	♦ rešitev, npr. $x = \log_2 3$	
Skupaj	3		
4.2	1	♦ izračun $f'(x) = 2^x \ln 2$ in $f''(x) = 2^x (\ln 2)^2$	
	1	♦ izračun leve strani $(2 + 2 \ln 2) \ln 2$ in izračun desne strani $2 \ln 2 + 2 (\ln 2)^2$	
	1	♦ ugotovitev, da sta izraza enaka	
Skupaj	3		
4.3	1	♦ zapis ali upoštevanje formule za vsoto geometrijskega zaporedja	
	1	♦ ugotovitev ali upoštevanje, da je $a_1 = 2$, $k = 2$	
	1	♦ rezultat $s_{10} = 2046$	
Skupaj	3		
4.4	1	♦ ugotovitev, da je vrsta $2^x + 2^{2x} + 2^{3x} + \dots$ geometrijska s količnikom $k = 2^x$	
	1	♦ rešitev: vrsta konvergira za $x < 0$	
	1	♦ zapis ali uporaba zveze $s = \frac{2^x}{1 - 2^x}$	
	1	♦ rešitev $x = -1$	
Skupaj	4		

Skupno število točk IP 2: 40