



Šifra kandidata:

Državni izpitni center



M 1 6 1 4 0 2 1 1

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

Višja raven
MATEMATIKA
==== Izpitna pola 1 ====

Sobota, 4. junij 2016 / 90 minut

Dovoljeno gradivo in pripomočki:

Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).

Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

SPLOŠNA MATURA

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.

Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 12 kratkih nalog. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 80. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** v za to predvideni prostor. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Stran 16 je rezervna; uporabite jo le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na tej strani. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

Ta pola ima 16 strani, od tega 1 rezervno.



Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. Za poljubni naravni števili m in n označimo z $D(m, n)$ največji skupni delitelj teh dveh števil in z $v(m, n)$ njun najmanjši skupini večkratnik.

1.1. Razcepite števila 45, 48 in 60 na prafaktorje.

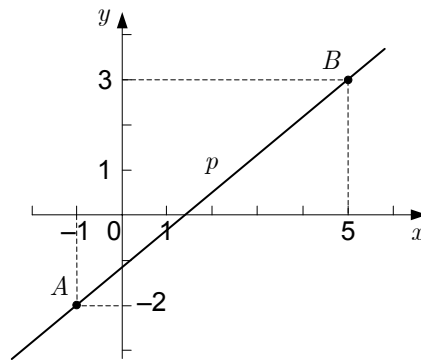
(2)

1.2. Izračunajte $\left(\frac{D(45, 48)}{D(48, 60)} - \frac{D(11, 23)}{v(4, 10)} \right) \cdot v(5, 20)$.

(6)
(8 točk)



2. Premica p na sliki poteka skozi točki A in B .



Zapišite enačbo premice v katerikoli izmed znanih oblik. Izračunajte velikost ostrega kota, ki ga premica določa z abscisno osjo. Rezultat zaokrožite na stotinko stopinje.

(6 točk)



3. Naj bosta a in b poljubni realni števili, $a > 0$ in $b \neq 0$. Vsak izraz v levem stolpcu preglednice je enak enemu izrazu v desnem stolpcu. Izrazi v desnem stolpcu so označeni s črkami od A do L.

V preglednico v za to namenjen prostor vpišite črko izraza, ki je enak izrazu v levem stolpcu preglednice (prva vrstica je že pravilno izpolnjena).

a^0	L
$(ab^2)^2$	
$(a + b^2)^2$	
$(ab^2) : (ab)^3$	
$\sqrt{a} \cdot \sqrt[3]{ab}$	
$\sqrt{b^2}$	

(A) ab^4

(B) b

(C) $|b|$

(D) a^2b^4

(E) $a^{-2}b^{-1}$

(F) $a^{\frac{5}{6}}b^{\frac{1}{3}}$

(G) $a^2 + 2ab^2 + b^4$

(H) $\sqrt[5]{a^5b^5}$

(I) $a^2 + b^4$

(J) $a^{-3}b^{-1}$

(K) -1

(L) 1

(5 točk)



4. Med števili 7 in 448 vrinite pet števil tako, da dobimo
- prvih 7 členov aritmetičnega zaporedja,
 - prvih 7 členov naraščajočega geometrijskega zaporedja.

Izračunajte diferenco d in kvocient q ter zapišite vrinjene člene obeh zaporedij.

(6 točk)

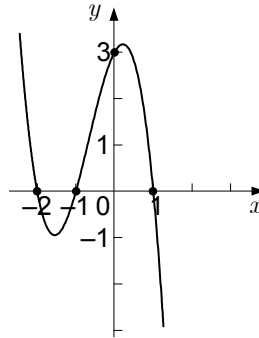


5. Določite realni števili x in y tako, da velja enakost $(2 + ix) \cdot (5 + i) = 14 + iy$.

(6 točk)



6. Na sliki je graf polinoma $p(x)$ tretje stopnje, ki ima ničle $x_1 = -2$, $x_2 = -1$ in $x_3 = 1$.



- 6.1. Odgovorite na spodnja vprašanja:

Ali je vodilni koeficient polinoma $p(x)$ pozitiven ali negativen? _____

Ali je prosti člen polinoma $p(x)$ pozitiven ali negativen? _____

Koliko realnih rešitev ima enačba $p(x) = 0$? _____

Zapišite ostanek pri deljenju polinoma $p(x)$ s polinomom $q(x) = x^2 - 1$. _____

(4)

- 6.2. Zapišite predpis polinoma p , če njegov graf seka ordinatno os v točki $T(0, 3)$.

(4)

(8 točk)



7. V trapezu $ABCD$ meri stranica $a = |AB| = 9$ cm, $c = |CD| = 4$ cm, $d = |AD| = 6$ cm in kot $\alpha = 60^\circ$.
- 7.1. Konstruirajte trapez $ABCD$. Skozi oglišče D narišite vzporednico p k stranici $b = BC$. Premica p seka stranico a v točki E . Zapišite delilno razmerje $|AE| : |EB|$. (3)
- 7.2. Izračunajte obseg in ploščino trapeza $ABCD$. Rezultata naj bosta točna. (5)
(8 točk)



8. Zemljišče s ploščino 405 m^2 ima obliko pravokotnika. Za njegovo ograditev bi potrebovali 81 m ograje. Izračunajte dolžino in širino zemljišča.

(6 točk)



9. Dani sta paraboli z enačbama $y = x^2 - x - 2$ in $y = x^2$.
- 9.1. Paraboli se sekata v točki P . Izračunajte koordinati točke P .
- 9.2. Zapišite enačbi tangent na paraboli v njunem presečišču.
- 9.3. Izračunajte kot med parabolama.

(2)

(3)

(2)

(7 točk)

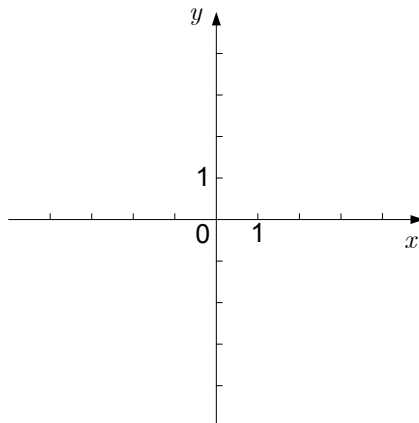


10. V razredu z 28 učenci je 12 deklet in 16 fantov. Trem fantom je ime Anže.
- 10.1. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral enega od učencev (dekle ali fanta) tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka A , da bo naključno vprašanemu ime Anže. (1)
- 10.2. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral dva od fantov tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka B , da bo natanko enemu ime Anže. (3)
- 10.3. Učitelj bo za spraševanje naključno izbral tri učence tega razreda. Izračunajte verjetnost dogodka C , da bosta v naključno izbrani trojki zastopana oba spola. (4)
- (8 točk)



11. Dana je funkcija f s predpisom $f(x) = \begin{cases} x^2 + c; & x > 0 \\ 2x + 2; & x \leq 0 \end{cases}$.

11.1. V spodnji koordinatni sistem narišite graf funkcije f za $c = 1$. V katerih točkah je funkcija zvezna?



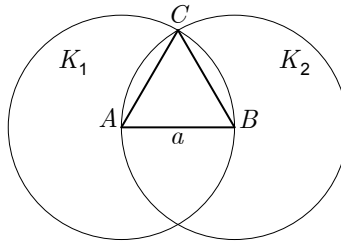
11.2. Določite vrednost konstante c tako, da bo funkcija f zvezna za vsak $x \in \mathbb{R}$.

(4)

(1)
(5 točk)



12. Na sliki je enakostranični trikotnik ABC s stranico $a = 2$ cm. Vsaka od krožnic poteka skozi dve oglišči trikotnika in ima središče v tretjem oglišču. Krožnici omeujeta kroga K_1 in K_2 . Izračunajte ploščino preseka $K_1 \cap K_2$.



(7 točk)



REZERVA STRAN