



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



JESENSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
==== Izpitna pola 2 ====

**Četrtek, 25. avgust 2016 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, žepno računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

|    |    |
|----|----|
| 3. | 4. |
|    |    |

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpišujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.*





## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n$  liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  je realna polos

Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$

**Naloga 1 je obvezna.**

1. Rešite naslednje naloge iz geometrije.

1.1. V krog s polmerom 3,75 cm včrtamo pravokotnik, katerega stranici sta v razmerju 4 : 3 .  
Izračunajte obseg pravokotnika. Koliko odstotkov ploščine kroga predstavlja ploščina  
pravokotnika?

(3 točke)

1.2. V rombu je razlika dolžin diagonal 2 cm , njegova ploščina pa meri 20 cm<sup>2</sup> . Izračunajte  
dolžini diagonal in njegovo stranico. Rezultati naj bodo točni.

(6 točk)

1.3. Stranice trikotnika predstavljajo prve tri člene aritmetičnega zaporedja z diferenco 4.  
Ploščina trikotnika je 96 cm<sup>2</sup> . Izračunajte dolžine stranic.

(4 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 6 2 4 0 2 1 2 0 5

**Naloga 2 je obvezna.**

2. Naj bosta podani funkciji  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisoma  $f(x) = x^2 + \cos x$  in  $g(x) = \frac{3x^2 + 2x^3}{6}$ . Naj bo še funkcija  $h$  definirana s predpisom  $h(x) = \frac{x \cdot f'(x)}{g'(x) - x}$ .
- 2.1. Dokažite, da je  $h(x) = 2 - \frac{\sin x}{x}$ , in zapišite definicijsko območje funkcije  $h$ . (4 točke)
- 2.2. Izračunajte limito  $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$ . (3 točke)
- 2.3. Dokažite, da je funkcija  $h$  soda. (2 točki)
- 2.4. Dokažite, da funkcija  $h$  nima ničel. (4 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 6 2 4 0 2 1 2 0 7



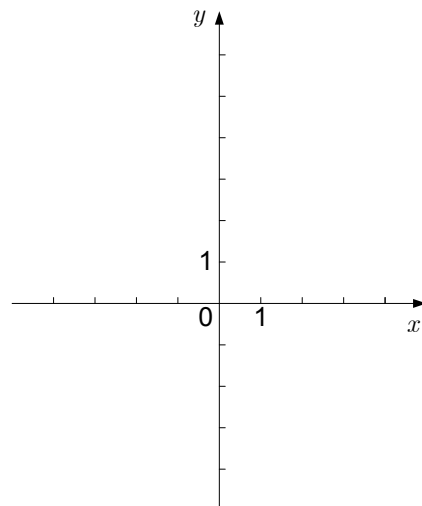
Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. Dana je funkcija  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  s predpisom  $f(x) = |x+2| + |1-x|$ .

3.1. Zapišite predpis funkcije  $f$  brez absolutne vrednosti.

(3 točke)

3.2. Narišite graf funkcije  $f$ .



3.3. Rešite enačbo  $f(x) = 5,4$ .

(3 točke)

3.4. Za katere vrednosti parametra  $a$  enačba  $|x+2| + |1-x| = a^3 - 5$  nima rešitve?

(4 točke)

(4 točke)



V sivo polje ne pišite.



M 1 6 2 4 0 2 1 2 0 9



Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

4. Rešite nalogi iz verjetnosti.

4.1. Imamo 10 kroglic, ki jih označimo s števili od 1 do 10 (različne kroglice prejmejo različne oznake). Vse kroglice damo v vrečo in jih premešamo. Iz vreče nato naključno izvlečemo 2 kroglici.

Izračunajte verjetnost  $P(A)$ , da je vsota števil na izvlečenih kroglicah enaka 6.

(3)

Izračunajte verjetnost  $P(B)$ , da je vsota števil na izvlečenih kroglicah vsaj 6.

(2)

Izračunajte verjetnost  $P(C)$ , da je vsota števil na izvlečenih kroglicah enaka 6, če sta na izvlečenih kroglicah sodi števili.

(2)

Izračunajte verjetnost  $P(D)$ , da je vsota števil na izvlečenih kroglicah najmanjša možna.

(2)

(9 točk)

4.2. Imamo  $k$  kroglic, ki jih zaporedoma označimo s števili od 1 do  $k$  (različne kroglice prejmejo različne oznake). Vse kroglice damo v vrečo in jih premešamo. Iz vreče nato naključno izvlečemo 2 kroglici. Verjetnost  $P(E)$ , da je vsota števil na izvlečenih kroglicah najmanjša možna, je 0,1. Izračunajte število vseh kroglic  $k$ .

(5 točk)

V sivo polje ne pišite.



M 1 6 2 4 0 2 1 2 1 1



REZERVNA STRAN



M 1 6 2 4 0 2 1 2 1 3

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN



M 1 6 2 4 0 2 1 2 1 5

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN