



Codice del candidato:

**Državni izpitni center**



M 1 7 1 4 0 2 1 1 1

SESSIONE PRIMAVERILE

**Livello superiore**  
**MATEMATICA**  
≡ Prova d'esame 1 ≡

**Sabato, 3 giugno 2017 / 90 minuti**

*Materiali e sussidi consentiti:*

*Al candidato sono consentiti l'uso della penna stilografica o della penna a sfera, della matita, della gomma, della calcolatrice tascabile, nonché del compasso, di due squadrette e di un righello. Al candidato vengono consegnati due fogli per la minuta e una scheda di valutazione.*

**MATURITÀ GENERALE**

**INDICAZIONI PER I CANDIDATI**

**Leggete con attenzione le seguenti indicazioni.**

**Non aprite la prova d'esame e non iniziate a svolgerla prima del via dell'insegnante preposto.**

Incollate o scrivete il vostro numero di codice negli spazi appositi su questa pagina in alto a destra e sulla scheda di valutazione. Scrivete il vostro numero di codice anche sui fogli della minuta.

La prova d'esame si compone di 12 quesiti, risolvendo correttamente i quali potete conseguire fino a un massimo di 80 punti. Il punteggio conseguibile in ciascun quesito viene di volta in volta espressamente indicato. Per risolvere i quesiti potete fare uso dell'elenco di formule che trovate a pagina 3.

Scrivete le vostre risposte negli spazi appositamente previsti **all'interno della prova** utilizzando la penna stilografica o la penna a sfera. Disegnate a matita i grafici delle funzioni. In caso di errore, tracciate un segno sulla risposta scorretta e scrivete accanto ad essa quella corretta. Alle risposte e alle correzioni scritte in modo illeggibile verranno assegnati 0 punti. La pagina 16 è di riserva, usatela solo in mancanza di spazio. Indicate con chiarezza quali quesiti avete risolto su tale pagina. Utilizzate i fogli della minuta solo per l'impostazione delle soluzioni, in quanto essi non verranno sottoposti a valutazione.

Le risposte devono riportare tutto il procedimento attraverso il quale si giunge alla soluzione, con i calcoli intermedi e le vostre deduzioni. Nel caso in cui un quesito sia stato risolto in più modi, deve essere indicata con chiarezza la soluzione da valutare.

Abbiate fiducia in voi stessi e nelle vostre capacità. Vi auguriamo buon lavoro.

*La prova si compone di 16 pagine, delle quali 1 di riserva.*





## Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n$  è un numero naturale dispari

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , se  $n \in \mathbb{N}$

Teoremi di Euclide e dell'altezza di un triangolo rettangolo:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $h_c^2 = a_1b_1$

Raggio della circonferenza circoscritta e raggio della circonferenza inscritta a un triangolo:  $R = \frac{abc}{4A}$ ,

$$r = \frac{A}{p}, \quad p = \frac{a+b+c}{2}$$

Formule di bisezione:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$$

Teoremi di addizione:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Formule di prostaferesi o di fattorizzazione:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Formule del Werner o della scomposizione del prodotto:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Distanza del punto  $T_0(x_0, y_0)$  dalla retta  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \left| \frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$

Area del triangolo di vertici  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$A = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Ellisse:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a > b$

Iperbole:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{c}{a}$ ,  $a$  è il semiasse reale

Parabola:  $y^2 = 2px$ , fuoco  $F\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

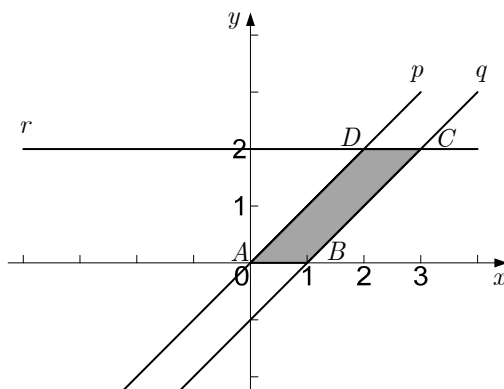
Compositum di funzioni:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Formula di Bernoulli:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrale:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



1. In un sistema di coordinate ortogonali sono state tracciate le rette  $p$ ,  $q$  e  $r$ . Le tre rette e l'asse delle ascisse delimitano il parallelogramma  $ABCD$  (vedi figura). Scrivete le equazioni delle tre rette e calcolate l'area e il perimetro del parallelogramma. I risultati siano esatti.



Equazione della retta  $p$  : \_\_\_\_\_

(1)

Equazione della retta  $q$  : \_\_\_\_\_

(1)

Equazione della retta  $r$  : \_\_\_\_\_

(1)

Area del parallelogramma  $ABCD$  : \_\_\_\_\_

(2)

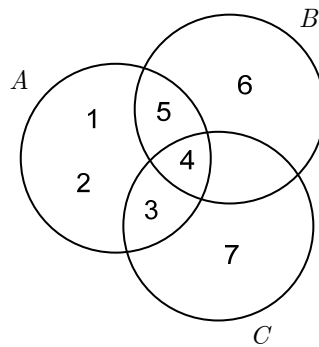
Perimetro del parallelogramma  $ABCD$  : \_\_\_\_\_

(2)

(7 punti)



2. Nella figura sono stati disegnati gli insiemi  $A$ ,  $B$  e  $C$ . Scrivete gli insiemi elencando i loro elementi.



$$A = \underline{\hspace{10em}}$$

$$B \cap C = \underline{\hspace{10em}}$$

$$B \cup A = \underline{\hspace{10em}}$$

$$A - C = \underline{\hspace{10em}}$$

$$B \times (A \cap B \cap C) = \underline{\hspace{10em}}$$

(1)

(1)

(1)

(1)

(1)

(5 punti)



3. Risolvete le seguenti equazioni. I risultati siano esatti.

3.1.

$$x^2 + 2x = 4$$

(2)

3.2.

$$4^x = 2$$

(1)

3.3.

$$\log_4 x = 2$$

(1)

3.4.

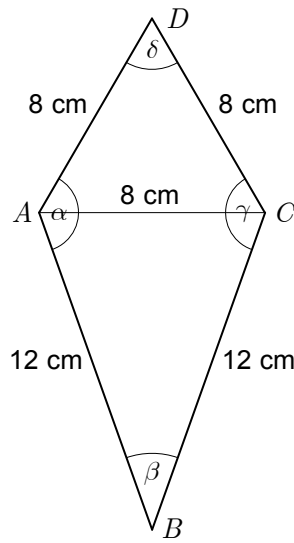
$$4 \operatorname{sen} x = 2$$

(3)

(7 punti)



4. Calcolate le ampiezze degli angoli interni del quadrilatero  $ABCD$  e la lunghezza della diagonale  $f = |BD|$ .



(8 punti)



5. Sia  $z = x(4 - 3i) + 5i + i^2$ ,  $z \in \mathbb{C}$ . Calcolate il numero reale  $x$  in modo che valga  $\operatorname{Re} z = \operatorname{Im} z$ .

(5 punti)





6. Nello spazio  $\mathbb{R}^3$  sono dati i vettori  $\vec{a} = (1, 2, -1)$ ,  $\vec{b} = (3, -2, -1)$  e  $\vec{c} = (1, 1, 2)$ .

6.1. Dimostrate con il calcolo che i vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{b}$  sono ortogonali.

(2)

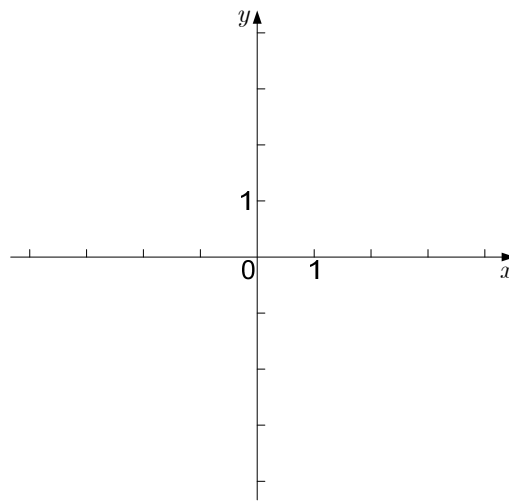
6.2. Calcolate le lunghezze (i moduli) dei vettori  $\vec{a}$  e  $\vec{c}$  e l'ampiezza dell'angolo  $\varphi$  che essi racchiudono. Approssimate l'ampiezza dell'angolo a due cifre decimali.

(5)

(7 punti)



7. Nel sistema di coordinate dato tracciate l'ellisse di equazione  $4x^2 + 9y^2 - 36 = 0$ . Scrivete i fuochi dell'ellisse. Scrivete l'equazione della circonferenza che ha il centro nel vertice destro dell'ellisse e tange l'asse delle ordinate.



(7 punti)

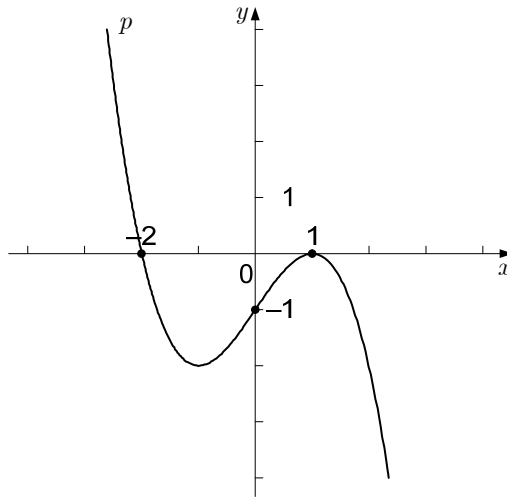


8. Calcolate i valori di  $x$  per i quali  $x^2 - 3$ ,  $x - 1$  e  $1 - 2x$  sono i termini successivi di una successione aritmetica.

(5 punti)



9. La figura sottostante mostra il grafico del polinomio  $p$  di terzo grado.



- 9.1. Scrivete la dipendenza del polinomio  $p$  nella forma fattorizzata con gli zeri.

(5)

- 9.2. Nel sistema di coordinate dato tracciate il grafico del polinomio  $s(x) = p(x) + 1$ .

(1)

(6 punti)



10. La funzione razionale  $f$  è espressa dalla dipendenza  $f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$ . Scrivete i punti  $E_1(x_1, y_1)$  e  $E_2(x_2, y_2)$  che sono gli estremi relativi della funzione  $f$ . In quale punto la funzione ha il minimo relativo e in quale punto ha il massimo relativo? Argomentate la risposta.

(8 punti)

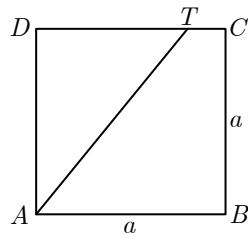


11. Sono date le funzioni reali  $f$  e  $g$  espresse dalle dipendenze  $f(x) = x^2$  e  $g(x) = 6 - x$ . Calcolate l'area della figura delimitata dai grafici delle funzioni  $f$  e  $g$ .

(7 punti)



12. In un quadrato di lato  $a$  è stato tracciato il segmento  $AT$  (vedi figura) in modo che il rapporto tra le aree delle due figure geometriche ottenute sia di  $2 : 3$ . Calcolate il rapporto tra le distanze  $|DT| : |TC|$ .



(8 punti)



PAGINA DI RISERVA