



Šifra kandidata:

**Državni izpitni center**



M 1 7 1 4 0 2 1 2

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK

**Višja raven**  
**MATEMATIKA**  
==== Izpitna pola 2 ====

**Sobota, 3. junij 2017 / 90 minut**

*Dovoljeno gradivo in pripomočki:*

*Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalno in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo).*

*Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.*

**SPLOŠNA MATURA**

**NAVODILA KANDIDATU**

**Pazljivo preberite ta navodila.**

**Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.**

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na tej strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagata s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	4.

Rešitve, ki jih pišete z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 12 do 16 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

*Ta pola ima 16 strani, od tega 5 rezervnih.*



**Formule**

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - \dots + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n$  liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + \dots + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$ , če je  $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku:  $a^2 = ca_1$ ,  $b^2 = cb_1$ ,  $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga:  $R = \frac{abc}{4S}$ ,  $r = \frac{S}{s}$ ,  $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$$\sin \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos x}{2}}, \quad \cos \frac{x}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}, \quad \tan \frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1 + \cos x}$$

Adicijski izrek:

$$\sin(x+y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$$

$$\cos(x+y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$$

$$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x \tan y}$$

Faktorizacija:

$$\sin x + \sin y = 2 \sin \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \sin x - \sin y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\cos x + \cos y = 2 \cos \frac{x+y}{2} \cos \frac{x-y}{2}, \quad \cos x - \cos y = -2 \sin \frac{x+y}{2} \sin \frac{x-y}{2}$$

$$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x \cos y}$$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$$\sin x \sin y = -\frac{1}{2} [\cos(x+y) - \cos(x-y)]$$

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x+y) + \cos(x-y)]$$

$$\sin x \cos y = \frac{1}{2} [\sin(x+y) + \sin(x-y)]$$

Razdalja točke  $T_0(x_0, y_0)$  od premice  $ax + by - c = 0$ :  $d(T_0, p) = \frac{|ax_0 + by_0 - c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

Ploščina trikotnika z oglišči  $A(x_1, y_1)$ ,  $B(x_2, y_2)$ ,  $C(x_3, y_3)$ :

$$S = \frac{1}{2} |(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$$

Elipsa:  $e^2 = a^2 - b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a > b$

Hiperbola:  $e^2 = a^2 + b^2$ ,  $\varepsilon = \frac{e}{a}$ ,  $a$  je realna polos

Parabola:  $y^2 = 2px$ , gorišče  $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij:  $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula:  $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral:  $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} + C$



**Naloga 1 je obvezna.**

1. Dani sta realni funkciji  $f$  in  $g$  s predpisoma  $f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$  in  $g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ .

1.1. V preglednico zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcij  $f$  in  $g$ .

Predpis funkcije	Definicijsko območje	Zaloga vrednosti
$f(x) = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x})$		
$g(x) = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$		

Dokažite, da za vsak  $x \in \mathbb{R}$  velja  $f'(x) = g(x)$  in  $g'(x) = f(x)$ .

(5 točk)

1.2. Dokažite, da je funkcija  $f$  soda in da je funkcija  $g$  naraščajoča.

(2 točki)

1.3. Dokažite, da tangenta na graf funkcije  $f$  v točki  $T(1, y_1)$  seka ordinatno os v točki z ordinato  $e^{-1}$ .

(3 točke)

1.4. Izračunajte nedoločeni integral  $\int \frac{g(x)}{f(x)} dx$ .

(4 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 7 1 4 0 2 1 2 0 5

**Naloga 2 je obvezna.**

2. V nalogi obravnavamo štiri trapeze, za vse pa velja: osnovnici merita  $a = |AB| = 6$  cm in  $c = |CD| = 4$  cm, dolžina kraka  $d$  pa je  $d = |AD| = 5$  cm.
- 2.1. V prvem trapezu se nosilki krakov sekata v točki  $E$ . Izračunajte dolžino daljice  $DE$ .  
(2 točki)
- 2.2. V drugem trapezu je velikost kota  $\beta = \sphericalangle ABC$  enaka  $67^\circ$ . Izračunajte velikost kota  $\alpha = \sphericalangle BAD$ . Rezultat zaokrožite na minuto.  
(3 točke)
- 2.3. V tretjem trapezu diagonala  $BD$  meri 7 cm. Izračunajte dolžino kraka  $b = |BC|$ .  
(4 točke)
- 2.4. V četrtem trapezu je velikost kota  $\alpha = \sphericalangle BAD$  enaka  $60^\circ$ . Na stranici  $AD$  je točka  $T$ , na stranici  $AB$  pa točka  $V$ , da velja  $|AT| = |AV|$ . Izračunajte, pri kateri dolžini  $|AT|$  bo ploščina trikotnika  $VBT$  največja.  
(4 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 7 1 4 0 2 1 2 0 7



Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

3. Rešite naslednje naloge.

3.1. Rešite enačbo  $\sin \frac{x}{2} + \cos x = 1$ .

(5 točk)

3.2. Za katere vrednosti  $m \in \mathbb{R}$  ima enačba  $\tan x + \cot x = m$  realne rešitve?

(4 točke)

3.3. Za katere vrednosti  $a \in \mathbb{R}$  ima enačba  $(4 - a)\sin x = 2a - 3$  realne rešitve?

(4 točke)



V sivo polje ne pišite.



M 1 7 1 4 0 2 1 2 0 9



**Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.**

4. Mali Simon, ki ne zna niti brati niti pisati, se igra z dedkovim pisalnim strojem. Ta ima 40 enako velikih tipk, na katerih so oznake: 25 velikih črk slovenske abecede, 10 števk in 5 simbolov.
- 4.1. Simon na slepo pritisne na eno izmed tipk. Kolikšna je verjetnost dogodka  $A$ , da bo pritisnil na eno izmed črk svojega imena? (3 točke)
- 4.2. Simon na slepo natipka 5 znakov. Kolikšna je verjetnost dogodka  $B$ , da bo napisal svoje ime? Kolikšna je verjetnost dogodka  $C$ , da bo napisal vse črke svojega imena? (4 točke)
- 4.3. Simon na slepo natipka 3 znake. Kolikšna je verjetnost dogodka  $D$ , da je natipkal tri enake številke, če vemo, da je najprej pritisnil tipko s sodo številko? (3 točke)
- 4.4. Simon na slepo natipka 12 znakov. Kolikšna je verjetnost dogodka  $E$ , da je natanko desetkrat natipkal črko slovenske abecede? (3 točke)

V sivo polje ne pišite.



M 1 7 1 4 0 2 1 2 1 1



REZERVNA STRAN



M 1 7 1 4 0 2 1 2 1 3

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN

V sivo polje ne pišite.



M 1 7 1 4 0 2 1 2 1 5

REZERVNA STRAN



REZERVNA STRAN