Šifra kandidata:
A jelölt kódszáma:

Državni izpitni center

SPOMLADANSKI IZPITNI ROK
TAVASZI VIZSGAIDŐSZAK

M 1 7 1 4 0 2 1 2 M

Višja raven
Emelt szint

MATEMATIKA

Izpitna pola 2
2. feladatlap

Sobota, 3. junij 2017 / 90 minut
2017. június 3., szombat / 90 perc

Dovoljeno gradivo in pripomočki: Kandidat prinese nalivno pero ali kemični svinčnik, svinčnik, radirko, računalo in geometrijsko orodje (šestilo in dva trikotnika, lahko tudi ravnilo). Kandidat dobi dva konceptna lista in ocenjevalni obrazec.

Engedélyezett segédeszközök:
A jelölt töltőtollat vagy golyóstollat, ceruzát, radírt, számológépet, rajzeszközöket (körzőt, két háromszöget, esetleg vonalzót) hoz magával. A jelölt kap egy értékelő lapot, a vázlatkészítéshez pedig két pótlapot.

SPLOŠNA MATURA
ÁLTALÁNOS ÉRETTSÉGI VIZSGA

Navodila kandidatu so na naslednji strani.
A jelöltnek szóló útmutató a következő oldalon olvasható.

Ta pola ima 20 strani, od tega 5 rezervnih in 3 prazne.
A feladatlap 20 oldalas, ebből 5 tartalék és 3 üres.

NAVODILA KANDIDATU

Pazljivo preberite ta navodila.
Ne odpirajte izpitne pole in ne začenjajte reševati nalog, dokler vam nadzorni učitelj tega ne dovoli.

Prilepite kodo oziroma vpišite svojo šifro (v okvirček desno zgoraj na prvi strani in na ocenjevalni obrazec). Svojo šifro vpišite tudi na konceptna lista.

Izpitna pola vsebuje 4 strukturirane naloge. Prvi dve nalogi sta obvezni, med ostalima dvema izberite in rešite eno. Število točk, ki jih lahko dosežete, je 40. Za posamezno nalogo je število točk navedeno v izpitni poli. Pri reševanju si lahko pomagate s standardno zbirko zahtevnejših formul na strani 3.

V preglednici z "x" zaznamujte, katero od izbirnih nalog naj ocenjevalec oceni. Če tega ne boste storili, bo od teh ocenil prvo nalogo, ki ste jo reševali.

3.	**4.**

Rešitve, ki jih pišite z nalivnim peresom ali s kemičnim svinčnikom, vpisujte **v izpitno polo** pod besedila nalog in na naslednje strani. Rišete lahko tudi s svinčnikom. Če se zmotite, napisano prečrtajte in rešitev zapišite na novo. Nečitljivi zapisi in nejasni popravki bodo ocenjeni z 0 točkami. Strani od 14 do 18 so rezervne; uporabite jih le, če vam zmanjka prostora. Jasno označite, katere naloge ste reševali na teh straneh. Osnutki rešitev, ki jih lahko naredite na konceptna lista, se pri ocenjevanju ne upoštevajo.

Pri reševanju nalog mora biti jasno in korektno predstavljena pot do rezultata z vsemi vmesnimi računi in sklepi. Če ste nalogo reševali na več načinov, jasno označite, katero rešitev naj ocenjevalec oceni.

Zaupajte vase in v svoje zmožnosti. Želimo vam veliko uspeha.

ÚTMUTATÓ A JELÖLTNEK

Figyelmesen olvassa el ezt az útmutatót!
Ne lapozzon, és ne kezdjen a feladatok megoldásába, amíg azt a felügyelő tanár nem engedélyezi!

Ragassza vagy írja be kódszámát a feladatlap első oldalának jobb felső sarkában levő keretbe és az értékelő lapra! Kódszámát a pótlapokra is írja rá!

A feladatlap 4 strukturált feladatot tartalmaz. Az első két feladat megoldása kötelező, a másik kettőből válasszon ki egyet, és azt oldja meg.Összesen 40 pontot érhet el. A feladatlapban a feladatok mellett feltüntettük az elérhető pontszámot is. A feladatok megoldásakor használhatja a 4. oldalon található standard képletgyűjteményt.

A táblázatban "x"-szel jelölje meg, hogy melyik feladatot értékeljék. Ha ezt nem teszi meg, a megoldott feladatok közül az elsőt értékelik.

3.	***4.***

*Válaszait töltőtollal vagy golyóstollal írja a **feladatlap** erre kijelölt helyére! Rajzoláshoz használhat ceruzát is. Ha tévedett, a leírtat húzza át, majd válaszát írja le újra! Az olvashatatlan megoldásokat és a nem egyértelmű javításokat 0 ponttal értékeljük. A 14–18. oldal tartalék. Ide csak akkor írjon, ha másutt már nincs hely! Egyértelműen jelölje meg, hogy melyik feladatokat oldotta meg ezeken az oldalakon! A pótlapokra készített vázlatokat az értékelés során nem veszik figyelembe.*

A válasznak tartalmazniuk kell a megoldásig vezető műveletsort, az összes köztes számítással és következtetéssel együtt. Ha a feladatot többféleképpen oldotta meg, egyértelműen jelölje, melyik megoldást értékeljék!

Bízzon önmagában és képességeiben! Eredményes munkát kívánunk!

V sivo polje ne pišite. / A szürke mezőbe ne írjon!

Formule

$a^n + b^n = (a+b)(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je n liho naravno število

$a^n - b^n = (a-b)(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1})$, če je $n \in \mathbb{N}$

Evklidov in višinski izrek v pravokotnem trikotniku: $a^2 = ca_1$, $b^2 = cb_1$, $v_c^2 = a_1b_1$

Polmera trikotniku očrtanega in včrtanega kroga: $R = \frac{abc}{4S}$, $r = \frac{S}{s}$, $s = \frac{a+b+c}{2}$

Kotne funkcije polovičnih kotov:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}}$, $\cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}}$, $\tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Adicijski izrek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1-\tan x\tan y}$

Faktorizacija:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2}$, $\cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x\pm y)}{\cos x\cos y}$

Razčlenitev produkta kotnih funkcij:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}[\cos(x+y) - \cos(x-y)]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}[\cos(x+y) + \cos(x-y)]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}[\sin(x+y) + \sin(x-y)]$

Razdalja točke $T_0(x_0, y_0)$ od premice $ax + by - c = 0$: $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Ploščina trikotnika z oglišči $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, $C(x_3, y_3)$:

$S = \frac{1}{2}|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)|$

Elipsa: $e^2 = a^2 - b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, $a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2$, $\varepsilon = \frac{e}{a}$, a je realna polos

Parabola: $y^2 = 2px$, gorišče $G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$

Kompozitum funkcij: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoullijeva formula: $P(n,p,k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integral: $\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\arc\tan\frac{x}{a} + C$

Képletek

$a^n + b^n = (a+b)\left(a^{n-1} - a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 - .... + a^2b^{n-3} - ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* n *páratlan természetes szám*

$a^n - b^n = (a-b)\left(a^{n-1} + a^{n-2}b + a^{n-3}b^2 + ... + a^2b^{n-3} + ab^{n-2} + b^{n-1}\right)$, *ha* $n \in \mathbb{N}$

A derékszögű háromszög magasságtétele és befogótétele: $a^2 = ca_1,\ b^2 = cb_1,\ v_c^2 = a_1b_1$

A háromszög köré írt kör és a háromszögbe írt kör sugara: $R = \frac{abc}{4S},\ r = \frac{S}{s},\ s = \frac{a+b+c}{2}$

A félszögek szögfüggvényei:

$\sin\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1-\cos x}{2}};\ \cos\frac{x}{2} = \pm\sqrt{\frac{1+\cos x}{2}};\ \tan\frac{x}{2} = \frac{\sin x}{1+\cos x}$

Addíciós tételek:

$\sin(x+y) = \sin x\cos y + \cos x\sin y$

$\cos(x+y) = \cos x\cos y - \sin x\sin y$

$\tan(x+y) = \frac{\tan x + \tan y}{1 - \tan x\tan y}$

Összegek szorzattá történő alakításának képletei:

$\sin x + \sin y = 2\sin\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \sin x - \sin y = 2\cos\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\cos x + \cos y = 2\cos\frac{x+y}{2}\cos\frac{x-y}{2},\ \cos x - \cos y = -2\sin\frac{x+y}{2}\sin\frac{x-y}{2}$

$\tan x \pm \tan y = \frac{\sin(x \pm y)}{\cos x\cos y}$

A szorzatok összeggé történő alakításának képletei:

$\sin x\sin y = -\frac{1}{2}\left[\cos(x+y) - \cos(x-y)\right]$

$\cos x\cos y = \frac{1}{2}\left[\cos(x+y) + \cos(x-y)\right]$

$\sin x\cos y = \frac{1}{2}\left[\sin(x+y) + \sin(x-y)\right]$

A $T_0(x_0, y_0)$ *pont távolsága az* $ax + by - c = 0$ *egyenletű egyenestől:* $d(T_0, p) = \left|\frac{ax_0 + by_0 - c}{\sqrt{a^2+b^2}}\right|$

Az $A(x_1, y_1),\ B(x_2, y_2),\ C(x_3, y_3)$ *csúcsú háromszög területe:*

$S = \frac{1}{2}\left|(x_2 - x_1)(y_3 - y_1) - (x_3 - x_1)(y_2 - y_1)\right|$

Ellipszis: $e^2 = a^2 - b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a > b$

Hiperbola: $e^2 = a^2 + b^2,\ \varepsilon = \frac{e}{a},\ a$ *a hiperbola valós féltengelye*

Parabola: $y^2 = 2px,\ G\left(\frac{p}{2}, 0\right)$ *a parabola fókuszpontja*

Összetett (kompozítum) függvény: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

Bernoulli-képlet: $P(n, p, k) = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}$

Integrál: $\int \frac{\mathrm{d}x}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a}\operatorname{arc\,tan}\frac{x}{a} + C$

Prazna stran

Üres oldal

Naloga 1 je obvezna.

Az 1. feladat kötelező.

1. Dani sta realni funkciji f in g s predpisoma $f(x)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x})$ in $g(x)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x})$.

Adott az $f(x)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x})$ és $g(x)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x})$ hozzárendelési szabállyal megadott f és g valós függvény.

1.1. V preglednico zapišite definicijsko območje in zalogo vrednosti funkcij f in g.

A táblázatba írja be az f és g függvény értelmezési tartományát és értékkészletét!

Predpis funkcije *Hozzárendelési szabály*	Definicijsko območje *Értelmezési tartomány*	Zaloga vrednosti *Értékkészlet*
$f(x)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}+\mathrm{e}^{-x})$		
$g(x)=\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{x}-\mathrm{e}^{-x})$		

Dokažite, da za vsak $x\in\mathbb{R}$ velja $f'(x)=g(x)$ in $g'(x)=f(x)$.

Bizonyítsa, hogy minden $x\in\mathbb{R}$ esetén fennáll az $f'(x)=g(x)$ és a $g'(x)=f(x)$ összefüggés!

(5 točk/pont)

1.2. Dokažite, da je funkcija f soda in da je funkcija g naraščajoča.

Bizonyítsa, hogy az f függvény páros, valamint hogy a g függvény növekvő!

(2 točki/pont)

1.3. Dokažite, da tangenta na graf funkcije f v točki $T(1,\ y_1)$ seka ordinatno os v točki z ordinato e^{-1}.

Bizonyítsa, hogy a $T(1,\ y_1)$ pontban az f függvény grafikonjához állított érintő egyenes az ordinátatengelyt az e^{-1} ordinátájú pontban metszi!

(3 točke/pont)

1.4. Izračunajte nedoločeni integral $\int \frac{g(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$.

Számítsa ki a $\int \frac{g(x)}{f(x)}\mathrm{d}x$ határozatlan integrált!

(4 točke/pont)

Naloga 2 je obvezna.

A 2. feladat kötelező.

2. V nalogi obravnavamo štiri trapeze, za vse pa velja: osnovnici merita $a = |AB| = 6$ cm in $c = |CD| = 4$ cm, dolžina kraka d pa je $d = |AD| = 5$ cm.

A feladatban négy trapézról van szó, de mindegyikre fennáll: az alapok $a = |AB| = 6$ cm és $c = |CD| = 4$ cm hosszúságúak, a d szár pedig $d = |AD| = 5$ cm hosszúságú.

2.1. V prvem trapezu se nosilki krakov sekata v točki E. Izračunajte dolžino daljice DE.

Az első trapézban a szárak meghosszabbításával keletkező egyenesek az E pontban metszik egymást. Számítsa ki a DE szakasz hosszúságát!

(2 točki/pont)

2.2. V drugem trapezu je velikost kota $\beta = \sphericalangle ABC$ enaka $67°$. Izračunajte velikost kota $\alpha = \sphericalangle BAD$. Rezultat zaokrožite na minuto.

A második trapézban a $\beta = \sphericalangle ABC$ szög nagysága $67°$. Számítsa ki az $\alpha = \sphericalangle BAD$ szög nagyságát! Az eredményt kerekítse szögpercekre!

(3 točke/pont)

2.3. V tretjem trapezu diagonala BD meri 7 cm. Izračunajte dolžino kraka $b = |BC|$.

A harmadik trapézban a BD átló 7 cm hosszúságú. Számítsa ki a $b = |BC|$ szár hosszúságát!

(4 točke/pont)

2.4. V četrtem trapezu je velikost kota $\alpha = \sphericalangle BAD$ enaka $60°$. Na stranici AD je točka T, na stranici AB pa točka V, da velja $|AT| = |AV|$. Izračunajte, pri kateri dolžini $|AT|$ bo ploščina trikotnika VBT največja.

A negyedik trapézban az $\alpha = \sphericalangle BAD$ szög nagysága $60°$. Az AD oldalra illeszkedik a T pont, az AB oldalra pedig a V pont úgy, hogy fennáll $|AT| = |AV|$. Számítsa ki, hogy mely $|AT|$ hosszúságnál lesz a VBT háromszög területe a legnagyobb!

(4 točke/pont)

Naloga 3 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

A 3. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap címlapján!

3. Rešite naslednje naloge.

   Oldja meg a következő feladatokat:

   3.1. Rešite enačbo $\sin\frac{x}{2}+\cos x=1$.

   Oldja meg a $\sin\frac{x}{2}+\cos x=1$ *egyenletet!*

   (5 točk/pont)

   3.2. Za katere vrednosti $m\in\mathbb{R}$ ima enačba $\tan x+\cot x=m$ realne rešitve?

   Mely $m\in\mathbb{R}$ *értékek esetén van a* $\tan x+\cot x=m$ *egyenletnek valós megoldása?*

   (4 točke/pont)

   3.3. Za katere vrednosti $a\in\mathbb{R}$ ima enačba $(4-a)\sin x=2a-3$ realne rešitve?

   Mely $a\in\mathbb{R}$ *értékek esetén van a* $(4-a)\sin x=2a-3$ *egyenletnek valós megoldása?*

   (4 točke/pont)

Naloga 4 je izbirna. Izbirate med nalogama 3 in 4. Izbiro zaznamujte na naslovnici izpitne pole.

A 4. feladat választható. A 3. és a 4. feladat közül választhat. Választását jelölje meg a feladatlap címlapján!

4. Mali Simon, ki ne zna niti brati niti pisati, se igra z dedkovim pisalnim strojem. Ta ima 40 enako velikih tipk, na katerih so oznake: 25 velikih črk slovenske abecede, 10 števk in 5 simbolov.

   A kis Simon, aki nem tud sem olvasni, sem pedig írni, a nagyapja írógépével játszik. Ennek a gépnek 40 egyforma nagyságú billentyűje van: a szlovén ábécé 25 nagybetűje, 10 számjegy és 5 szimbólum.

   4.1. Simon na slepo pritisne na eno izmed tipk. Kolikšna je verjetnost dogodka A, da bo pritisnil na eno izmed črk svojega imena?

   Simon vakon leüti a billentyűk közül az egyiket. Mekkora annak az A eseménynek a valószínűsége, hogy a saját nevének valamelyik betűjét fogja leütni?

   (3 točke/pont)

   4.2. Simon na slepo natipka 5 znakov. Kolikšna je verjetnost dogodka B, da bo napisal svoje ime? Kolikšna je verjetnost dogodka C, da bo napisal vse črke svojega imena?

   Simon vakon legépel 5 jelet. Mekkora annak a B eseménynek a valószínűsége, hogy a saját nevét fogja leírni? Mekkora annak a C eseménynek a valószínűsége, hogy a saját nevének minden betűjét le fogja írni?

   (4 točke/pont)

   4.3. Simon na slepo natipka 3 znake. Kolikšna je verjetnost dogodka D, da je natipkal tri enake števke, če vemo, da je najprej pritisnil tipko s sodo števko?

   Simon vakon legépel 3 jelet. Mekkora annak a D eseménynek a valószínűsége, hogy három egyforma számjegyet gépelt le, ha tudjuk, hogy legelőször egy páros számjegyet gépelt le?

   (3 točke/pont)

   4.4. Simon na slepo natipka 12 znakov. Kolikšna je verjetnost dogodka E, da je natanko desetkrat natipkal črko slovenske abecede?

   Simon vakon legépel 12 jelet. Mekkora annak az E eseménynek a valószínűsége, hogy pontosan tízszer gépelte le a szlovén ábécé valamelyik betűjét?

   (3 točke/pont)

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN

TARTALÉK OLDAL

REZERVNA STRAN
TARTALÉK OLDAL

Prazna stran

Üres oldal

M 1 7 1 4 0 2 1 2 M 2 0

V sivo polje ne pišite. / *A szürke mezőbe ne írjon!*

Prazna stran

Üres oldal