



---

**Državni izpitni center**

---



JESENSKI IZPITNI ROK

**Osnovna in višja raven**

**MATEMATIKA**

---

---

NAVODILA ZA OCENJEVANJE

**Petek, 25. avgust 2017**

---

**SPLOŠNA MATURA**

---

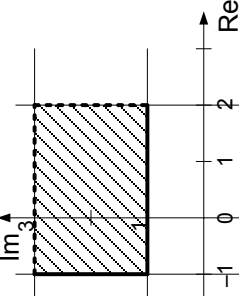
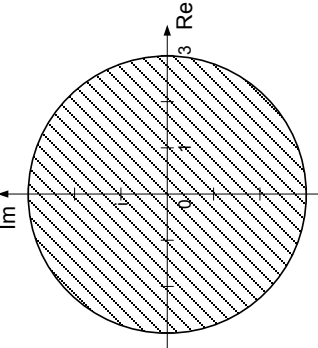
2. popravljena moderirana različica

## IZPITNA POLA 1

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1	1. način		
	2	♦ izračunan smerni koeficient premice $k = -\frac{1}{2}$	Le zapis ali uporaba formule $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ... *1 točka.
	2	♦ zapisana enačba premice $p$ , npr. $y = -\frac{1}{2}x + 3$	Le pravilni postopek za izračun prostega člena ... *1 točka.
	2	♦ izračunana ordinata $y_3 = 9$	Le vstavitev $x_3 = -12$ v enačbo premice ... *1 točka.
	2. način		
	1	♦ nastavitve sistema enačb	
*2	♦ izračunana $n$ in $k$	*1 + *1	
1	♦ zapisana enačba premice $p$ , npr. $y = -\frac{1}{2}x + 3$		
2	♦ izračunana ordinata $y_3 = 9$	Le vstavitev $x_3 = -12$ v enačbo premice ... *1 točka.	
Skupaj		6	

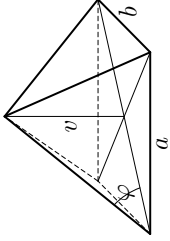
Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
2	1. način		
	1	♦ npr. $D_f = \mathbb{R}$	
	1	♦ npr. $Z_f = (0, 2]$	
	2	♦ npr. točka $T(0, 2)$	1 + 1 Le zapis $f(0) = 2$ ... 1 točka.
	1	♦ $f(-1) = 1$	
	1	♦ $x = 0$	
1	♦ $f$ je soda, ker je graf simetričen glede na $y$ os.		
1	♦ $f'(0) = 0$		
Skupaj		8	

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>
<b>3</b>	1	♦ nastavek, npr. $a + b = 56$	Le zapis ali uporaba Pitagorovega izreka ... *1 točka.
	2	♦ nastavek enačbe, npr. $a^2 + (56 - a)^2 = 40^2$	
	1	♦ ureditev enačbe, npr. $2a^2 - 112a + 1536 = 0$	
	2	♦ Dolžini katet sta 24 in 32.	
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		

<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>
<b>4</b>	3	♦ narisana množica $A$ (pravokotnik s pravilno vrisanimi mejami) 	Navpični pas med $-1$ in $2$ ... 1 točka. Vodoravni pas med $1$ in $3$ ... 1 točka.
	1	♦ število, npr. $z_1 = 1 + 2i$	
	2	♦ narisana množica $B$ (označen krog) 	Le krožnica s središčem v izhodišču in polmerom $3$ ... 1 točka.
	<b>Skupaj</b>	<b>6</b>	

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
5	2	♦ preoblikovanje prvega člena v $2x - \frac{3}{x}$	1 + 1
	1	♦ le zapis $\sqrt[3]{x^2} = x^{\frac{2}{3}}$	
	5	♦ rezultat, npr. $x^2 - 3\ln x  + \frac{3x^3}{5} - e^x + 5x + C$ (lahko tudi brez $C$ )	Vsak člen ... 1 točka.
Skupaj	8		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
6	1. način		
	4	♦ zapis točke $B(-4, 3)$	Zapis vektorja $\overrightarrow{AS} = \left(-\frac{7}{2}, -\frac{1}{2}\right)$ ... 1 točka. Izračun $\overrightarrow{r_B} = \overrightarrow{r_A} + 2\overrightarrow{AS} = (-4, 3)$ ... 1 + *1 točka (postopkovno točko dobi kandidat, ki je napačno izračunal $\overrightarrow{AS}$ , a je pravilno seštel vektorja $\overrightarrow{r_A} + 2\overrightarrow{AS}$ ).
	3	♦ utemeljitev, npr. vektorja $\overrightarrow{r_A}$ in $\overrightarrow{r_B}$ sta pravokotna, ker je $\overrightarrow{r_A} \cdot \overrightarrow{r_B} = 0$	Zapis ali uporaba pogoja, da sta vektorja pravokotna, če je njun skalarni produkt 0 ... *1 točka. Izračunan skalarni produkt $\overrightarrow{r_A} \cdot \overrightarrow{r_B}$ ... *1 točka.
2. način			
4	♦ zapis točke $B(-4, 3)$	Zapis ali uporaba formule za razpolovišče daljice $S\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$ ... *1 točka. Enačbi $-\frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ in $\frac{3 + x_2}{2} = \frac{4 + y_2}{2}$ ... 1 + 1 točka.	
3	♦ utemeljitev, npr. vektorja $\overrightarrow{r_A}$ in $\overrightarrow{r_B}$ sta pravokotna, ker je $\overrightarrow{r_A} \cdot \overrightarrow{r_B} = 0$	Zapis ali uporaba pogoja, da sta vektorja pravokotna, če je njun skalarni produkt 0 ... *1 točka. Izračunan skalarni produkt $\overrightarrow{r_A} \cdot \overrightarrow{r_B}$ ... *1 točka.	
Skupaj	7		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
7	2	♦ narisana piramida s kotom $\varphi$ 	Le narisana piramida brez označenega kota ... 1 točka.
	*1	♦ zapis ali uporaba formule za izračun prostornine piramide, npr. $V = \frac{abv}{3}$	
	1	♦ izračunana prostornina piramide $V = 160$	
	1	♦ izračunana dolžina diagonale $d = 13$	
	*1	♦ zapis ali uporaba zveze za izračun kota, npr. $\tan \varphi = \frac{v}{\frac{d}{2}}$	
	1	♦ izračunan kot $\varphi \doteq 50,9^\circ$	Pravilni so vsi rezultati, ki se od točne vrednosti $\arctan \frac{8}{6,5}$ razlikujejo za manj kot $0,1^\circ$ .
<b>Skupaj</b>	<b>7</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
8	1	♦ ugotovitev ali uporaba $r_1 = 3$	
	2	♦ zapis druge enačbe v obliki $(x-3)^2 + (y+1)^2 = 2$	Vsaj en pravičen parameter od $p, q, r^2$ ... 1 točka.
	3	♦ izračunana ploščina $S = 7\pi$	Le zapis ali uporaba formule za razliko ploščin dveh krogov $S = S_1 - S_2$ ... *1 točka. Le zapis ali uporaba formule za ploščino kroga ... *1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
9	2	♦ zapis $\gamma = 150^\circ - \alpha$	Le zapis ali upoštevanje zveze $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ ... *1 točka.
	1	♦ uporaba adicijskega izreka, npr. $\sin(150^\circ - \alpha) = \sin 150^\circ \cos \alpha - \cos 150^\circ \sin \alpha$	
	1	♦ izračunan $\sin \alpha$ , npr. $\sin \alpha = \frac{2\sqrt{2}}{3}$	
	1	♦ zapis ali upoštevanje $\sin 150^\circ = \frac{1}{2}$ in $\cos 150^\circ = -\frac{\sqrt{3}}{2}$	
	1	♦ izračunan $\sin \gamma = \frac{1+2\sqrt{6}}{6}$	
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
10	1	♦ število vseh mogočih izidov, npr. $n = \binom{30}{2}$	
	Dogodek $A$		
	1	♦ število ugodnih izidov za dogodek $A$ , npr. $m_A = \binom{15}{2}$	
	1	♦ izračunana verjetnost dogodka $A$ , npr. $P(A) = \frac{7}{29} \doteq 0,24138$	
	Dogodek $B$		
<b>1. način</b>			
1	♦ število ugodnih izidov za negacijo dogodka $B$ , npr. $m_{B'} = \binom{20}{2}$		
1	♦ izračunana verjetnost negacije $B'$ , npr. $P(B') = \frac{38}{87}$		
*1	♦ zapis ali upoštevanje $P(B) = 1 - P(B')$		
1	♦ verjetnost dogodka $B$ , npr. $P(B) = \frac{49}{87} \doteq 0,5632$		

2. način	
1	♦ izračunano število izidov z enim večkratnikom števila 3, npr. $m_1 = \binom{10}{1} \cdot \binom{20}{1}$
1	♦ izračunano število izidov z dvema večkratnikoma števila 3, npr. $m_2 = \binom{10}{2}$
*1	♦ izračun števila ugodnih izidov za dogodek $B$ , npr. $m_1 + m_2$
1	♦ verjetnost dogodka $B$ , npr. $P(B) = \frac{245}{435} \doteq 0,5632$
<b>Skupaj</b>	<b>7</b> Enakovredno se točkujše reševanje z variacijami.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
11	1	♦ Jan je plačal 56 % prvotne cene.	
	2	♦ Začetna cena je bila 54 €.	
	2	♦ Cena pred drugim znižanjem je bila 43,20 €.	
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		Če odgovori niso zapisani v povedih, se kandidatu v celoti odšteje 1 točka.

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
12.1	2	♦ izračunani prvi trije členi $a_1 = \frac{3}{4}$ , $a_2 = \frac{5}{16}$ , $a_3 = \frac{9}{64}$	Le dva pravilna člena ... 1 točka.
12.2	1	♦ izračunana limita $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$	
12.3	2	♦ zapis zaporedja v obliki vsote, npr. $a_n = \left(\frac{1}{4}\right)^n + \left(\frac{1}{2}\right)^n$	1 + 1
	2	♦ izračunani vsoti $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{4}\right)^n = \frac{1}{3}$ , $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2}\right)^n = 1$	1 + 1 Le zapis ali uporaba formule za vsoto geometrijske vrste ... *1 točka.
	1	♦ izračunana vsota vrste $\sum_{n=1}^{\infty} a_n = \frac{4}{3}$	
<b>Skupaj</b>	<b>8</b>		

Skupno število točk IP 1: 80

## IZPITNA POLA 2

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
1.1	2	♦ izračun diskriminante, npr. $D = m^4 + 16m^2 + 64$	Le uporaba formule za diskriminanto ... *1 točka.
	1	♦ ugotovitev $D \geq 0$	Upoštevamo tudi $D > 0$ ... 1 točka.
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
1.2	*1	♦ uporaba formule za ničli npr.: $x_{1,2} = \frac{-3m^2 + 2 \pm (m^2 + 8)}{2(2m^2 + 3)}$	
	2	♦ izračunani rešitvi $x_1 = -1$ in $x_2 = \frac{5 - m^2}{2m^2 + 3}$	1 + 1
	*1	♦ zapisan ali upoštevan pogoj, npr. $\frac{5 - m^2}{2m^2 + 3} < 0$	
	2	♦ zapisana rešitev, npr. $(m < -\sqrt{5}) \vee (m > \sqrt{5})$	1 + 1
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		
1.3	*1	♦ izračun $x_1 + x_2 = \frac{2 - 3m^2}{2m^2 + 3}$	
	2	♦ izračunan odvod $\frac{-26m}{(2m^2 + 3)^2}$ in stacionarna točka $m = 0$	1 + 1 Le uporaba $(x_1 + x_2)'(m) = 0$ ... *1 točka.
	1	♦ Ugotovitev, da tak $m$ ne obstaja, zato tudi rešitvi $x_1$ in $x_2$ ne obstajata.	Kandidat, ki tipa ekstrema ni ugotavljal, je pa izračunal $x_1 = -1$ , $x_2 = \frac{5}{3}$ , zadnjo točko vseeno dobi.
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		



Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
<b>2.1</b>	1	♦ upoštevajte vsote zaporednih členov geometrijskega zaporedja, npr. $a + aq + aq^2 = 52$	
	1	♦ zapis ali uporaba treh členov aritmetičnega zaporedja $a + 1, aq + 8, aq^2 - 1$	Zadošča tudi neurejena enačba.
	*1	♦ upoštevajte lastnosti zaporednih členov aritmetičnega zaporedja in zapis enačbe, npr. $16 = aq^2 - 2aq + a$	
	2	♦ rešitvi sistema $q = 3$ in $a = 4$	1 + 1 Poenostavitev sistema na eno enačbo z eno neznanko ... *1 točka.
	1	♦ zapisani členi obeh zaporedij 4, 12, 36 in 5, 20, 35	
<b>Skupaj</b>	<b>6</b>		
<b>2.2</b>	1	♦ ugotovitev, da je $\beta = 60^\circ$	
	*1	♦ zapis ali uporaba kosinusnega izreka za stranico $b$	
	1	♦ zapis, npr. $b^2 = a^2 - ac + c^2$	
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
<b>2.3</b>	2	♦ izračun rešitev enačbe $x_1 = m, x_2 = -m, x_3 = 1, x_4 = -1$	Le rešitvi $m$ in 1 ... 1 točka.
	*1	♦ zapisani zaporedni členi vsaj enega aritmetičnega zaporedja $-m, -1, 1, m$ ali $-1, -m, m, 1$	
	1	♦ izračunana vrednost $m = 3$	
	1	♦ izračunana vrednost $m = \frac{1}{3}$	
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		

Naloga	Točke	Rešitev	Dodatna navodila
<b>3.1</b>	1	♦ preoblikovanje enačbe v obliko, npr. $4 \ln x = 2 \ln(2x)$	
	*1	♦ antilogaritmiranje, npr. $x^2 = 2x$	
	1	♦ rešitev $x = 2$	Če kandidat ne izloči neustreznih rešitev, te točke ne dobi.
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
<b>3.2</b>	1	♦ nastavek, npr. $2 \left( \ln \frac{1}{2} + \ln \frac{2}{3} \right)$	
	1	♦ preoblikovanje v npr. $2 \ln \frac{1}{3}$	
	1	♦ ugotovitev $2 \ln \frac{1}{3} = f \left( \frac{1}{3} \right)$	
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
<b>3.3</b>	1	♦ dokaz pravilnosti trditve za $n = 1$ : $f \left( \frac{1}{2} \right) = f \left( \frac{1}{1+1} \right)$	
	*1	♦ zapis ali upoštevanje vsote $n + 1$ členov: $f \left( \frac{1}{2} \right) + f \left( \frac{2}{3} \right) + f \left( \frac{3}{4} \right) + \dots + f \left( \frac{n}{n+1} \right) + f \left( \frac{n+1}{n+2} \right)$	
	1	♦ upoštevanje induksijske predpostavke, npr. $f \left( \frac{1}{2} \right) + f \left( \frac{2}{3} \right) + f \left( \frac{3}{4} \right) + \dots + f \left( \frac{n}{n+1} \right) + f \left( \frac{n+1}{n+2} \right) = f \left( \frac{1}{n+1} \right) + f \left( \frac{n+1}{n+2} \right)$	
1	♦ izračun in končna ugotovitev, npr. $f \left( \frac{1}{n+1} \right) + f \left( \frac{n+1}{n+2} \right) = 2 \ln \frac{1}{n+1} + 2 \ln \frac{n+1}{n+2} = 2 \ln \left( \frac{1}{n+2} \right) = f \left( \frac{1}{n+2} \right)$		
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>3.4</b>	1	♦ zapisana delna vsota $s_n = f \left( \frac{1}{2} \right) + f \left( \frac{2}{3} \right) + f \left( \frac{3}{4} \right) + \dots + f \left( \frac{n}{n+1} \right) = f \left( \frac{1}{n+1} \right)$	
	*1	♦ zapis ali uporaba $s = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n$	
	1	♦ Vrsta ne konvergira, saj limita $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n$ ne obstaja.	
<b>Skupaj</b>	<b>3</b>		
<b>Naloga</b>	<b>Točke</b>	<b>Rešitev</b>	<b>Dodatna navodila</b>

<b>4.1</b>	2	♦ zapis enačbe, npr. $2x - 2 + \sqrt{x-1} = 0$	Le zapis ali uporaba $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$ ... *1 točka.
	1	♦ poenostavitev do enačbe $4x^2 - 9x + 5 = 0$	
	1	♦ rezultat $x_1 = 1$ in izločitev $x_2 = \frac{5}{4}$	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		
<b>4.2</b>	2	♦ zapis linearnih kombinacij za vektor $\vec{AS}$ , npr. $\vec{AS} = n\left(\vec{a} + \frac{1}{4}\vec{b}\right)$ in $\vec{AS} = \vec{a} + m\left(\vec{b} - \frac{1}{2}\vec{a}\right)$	1 + 1
	*1	♦ nastavek sistema enačb, npr. $n + \frac{m}{2} = 1$ in $\frac{n}{4} - m = 0$	
	*1	♦ rešitev sistema, npr. $m = \frac{2}{9}$ , $n = \frac{8}{9}$	
	1	♦ rezultat $ AS  :  SE  = 8 : 1$	
	<b>5</b>		
<b>Skupaj</b>	<b>5</b>		
<b>4.3</b>	2	♦ zapis enačbe, npr. $b^2 - 8b + 15 = 0$	Le zapis ali uporaba $ 2\vec{a} - \vec{b}  = \sqrt{4\vec{a}\vec{a} - 4\vec{a}\vec{b} + \vec{b}\vec{b}} = 7$ ... 1 točka.
	1	♦ izračun $b_1 = 5$	
	1	♦ rezultat $ \vec{a} + 2\vec{b}  = 2\sqrt{39}$	
<b>Skupaj</b>	<b>4</b>		Če kandidat zapiše tudi rešitev za $b_2 = 3$ , ne prejme točke za rezultat.

Skupno število točk IP 2: 40